FÍSICA GENERAL

Ing. Héctor Pérez Montiel

DÉCIMA QUINTA REIMPRESIÓN
MÉXICO, 2000

PUBLICACIONES
CULTURAL

Para establecer comunicación
con nosotros puede hacerlo por:

correo:
Renacimiento 180, Col. San Juan
Tlihuaca, Azcapotzalco,
02400, México, D.F.

fax pedidos:
(015) 561 4063 • 561 5231

e-mail:
info@patriacultural.com.mx

home page:
http://www.patriacultural.com.mx

*Con amor para Zita,
la inseparable
compañera de mi vida.*

*Para mis queridos hijos:
Diana, Héctor,
Miriam y Carol,
como un reconocimiento
a su esfuerzo por ser
mejores cada día.*

Diseñador de cubierta: Kooji Nishi I.
Diseñador de interiores: Publicaciones Cultural, S.A. de C.V.

Física General

bajo el sello de Publicaciones Cultural
Renacimiento 180, Colonia San Juan Tlihuaca,
Delegación Azcapotzalco, C.P. 02400, México, D.F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial
Registro núm. 43

ISBN 968-439-586-8

Impreso en México
Printed in Mexico

Primera edición: 1992
Décima cuarta reimpresión: 1999
Décima quinta reimpresión: 2000

CONTENIDO

PROLOGO

En la actualidad existen muchos libros de Física, pero varios de ellos son traducciones de otros idiomas, lo cual dificulta su comprensión en algunas ocasiones. Otros abusan del aspecto teórico, limitando los problemas resueltos a manera de ejemplo; o por el contrario, tienen innumerables problemas, pero son breves en sus comentarios teóricos. Debido a lo anterior, surgió en el Autor la inquietud de escribir una Física General como apoyo para todo alumno del nivel medio superior, ya sea en la Escuela Nacional Preparatoria, en Colegios de Ciencias y Humanidades, en los Colegios de Bachilleres, en Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos, en Centros de Bachillerato Pedagógico, en Escuelas Preparatorias Federales por Cooperación, en Centros de Bachillerato Tecnológico y demás instituciones de este nivel.

Con base en la experiencia adquirida durante muchos años de docencia, ha sido posible detectar los principales obstáculos que enfrenta el profesor para enseñar la Física, así como las dificultades que tiene el alumno para aprenderla. En vista de lo anterior, en este libro se ha buscado un equilibrio entre la teoría y los problemas, a fin de evitar el abuso o la carencia en alguno de los dos aspectos. Los ejemplos empleados para que el alumno asimile y comprenda los conceptos, pretenden acercarse a situaciones de la vida real con una aplicación útil, lo cual le permitirá una mayor comprensión del mundo que nos rodea. Está escrito en un lenguaje claro, por eso se evitó emplear palabras confusas o sofisticadas que en lugar de contribuir al proceso enseñanza-aprendizaje de la Física, lo complican.

Un aspecto primordial en el aprendizaje de la Física, es la realización de actividades experimentales en el laboratorio por parte del alumno, ya que así se acercan de manera directa al fenómeno en estudio, esto les permite una clara interpretación del mismo y su posible aplicación práctica. Es por ello que se han incluido actividades experimentales en el texto, viables de ser desarrolladas dentro del curso, aunadas a otras que el profesor considere convenientes, dependiendo del equipo y material disponible.

Los problemas resueltos a manera de ejemplo son desarrollados paso a paso para que el alumno comprenda cómo se resuelven. Este criterio no es compartido por algunos autores, quienes omiten pasos matemáticos importantes argumentando que ello permite a los alumnos aprender a razonar. Por nuestra parte, pensamos que con lo anterior se desvirtúa la intención y objetivos de la enseñanza de la Física, pues creemos que cualquier individuo va desarrollando su capacidad de razonamiento en la medida que adquiere nuevos conocimientos y experiencias, y al mismo tiempo su autoestima y seguridad en sí mismo van en constante aumento. Debemos recordar que el alumno del nivel medio superior aún se

encuentra en una etapa importante de su formación, por eso debe ayudársele a subsanar sus deficiencias en el manejo de las Matemáticas y orientarlo en la resolución de los problemas relativos a la Física. Una vez logrado lo anterior podemos proponerles la resolución de problemas más complejos, pero sin negarles la posibilidad de discutirlos y comentarlos con su profesor para disipar sus dudas. Con lo anterior queremos resaltar lo siguiente: el aprendizaje de la Física no consiste únicamente en saber resolver problemas numéricos, sino en aumentar nuestros conocimientos acerca de los fenómenos físicos mediante la correcta interpretación de los mismos, a fin de comprender el porqué y para qué debemos estudiar esta ciencia experimental de gran aplicación.

Para facilitar el aprendizaje de los conceptos más relevantes de cada unidad, al final de ellas se incluye un resumen que orienta al alumno hacia aquellos aspectos en los cuales debe poner mayor atención. Después del resumen también se incluye una autoevaluación que le permitirá, al contestarla correctamente, tener la seguridad de haber asimilado el conocimiento.

Por último, nos sería grato saber que este texto cumple con el objetivo para el cual fue escrito y sea bien recibido por nuestros compañeros profesores que comparten la responsable y noble tarea de la docencia. Como siempre, estaremos atentos a sus recomendaciones y comentarios a fin de enriquecer esta obra.

EL AUTOR

1 INTRODUCCION AL CONOCIMIENTO DE LA FISICA

La Física es una de las Ciencias Naturales que más ha contribuido al desarrollo y bienestar del hombre, porque gracias a su estudio e investigación ha sido posible encontrar, en múltiples casos, una explicación clara y útil a los fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria. La palabra física proviene del vocablo griego *physike* cuyo significado es naturaleza. La Física es ante todo una ciencia experimental, pues sus principios y leyes se fundamentan en la experiencia adquirida al reproducir intencionalmente muchos de los fenómenos; sin embargo, al aplicar el método científico experimental, el cual consiste en variar en lo posible las circunstancias en que un fenómeno se reproduce, y desarrollar cada uno de sus pasos, se pueden encontrar respuestas concretas y satisfactorias a fin de comprender cada día más el mundo donde vivimos. El estudio de la Física es importante para todo ser humano deseoso de conocer el medio en el cual vive y quiera explicarse el porqué de los múltiples fenómenos que se le presentan. Todo fenómeno de la naturaleza, ya sea simple o complejo, tiene su fundamento y explicación en el campo de la Física; por lo tanto, de esta ciencia existe la posibilidad para el hombre de avanzar hacia un mayor conocimiento del Universo y un mejor nivel de vida.

1 DEFINICION DE LA FISICA

La Física se define como la ciencia dedicada al estudio de la materia y la energía, y el modo como éstas se relacionan. Al estudiar la materia podemos llegar a conocer cuáles son las propiedades de las partículas fundamentales y cómo se agrupan dichas partículas para formar los cuerpos. De igual manera, al estudiar la energía podemos determinar cuáles son las posibles interacciones que llevan a cabo las partículas para originar átomos, moléculas o cuerpos mayores.

En la actualidad no se piensa en materia sin pensar en energía, pues se encuentran permanentemente relacionadas.

La Física ha tenido un gran desarrollo gracias al esfuerzo de notables investigadores y científicos, quienes al inventar y perfeccionar instrumentos, aparatos y equipos han logrado que el hombre agudice sus sentidos al detectar, observar y analizar muchos fenómenos y acontecimientos presentes en el Universo, mismos imposibles de estudiar sin su ayuda.

Los telescopios, radiotelescopios, radares, microscopios electrónicos, aceleradores de partículas y computadoras, entre otros dispositivos, han permitido importantes aportaciones de la Física a otras ciencias, entre las cuales se encuentran la Medici-

na, la Biología, la Química, la Astronomía y la Geografía, así como a la tecnología.

Las aportaciones de la Física han permitido la construcción de puentes, carreteras, edificios, complejos industriales, aparatos utilizados en la Medicina, aparatos de radiotelecomunicación, computadoras y lo que actualmente nos maravilla: la exploración del Universo mediante las naves espaciales.

La Física es por excelencia la ciencia de la medi-, ya que su amplio desarrollo se debe fundamentalmente a la posibilidad de cuantificar las principales características de los fenómenos. Cuando el hombre logra medir un fenómeno se acerca en forma notable a la comprensión del mismo y tiene la posibilidad de utilizar esos conocimientos para mejorar su nivel de vida, facilitando la realización de pequeñas y grandes obras que de otra manera serían imposibles.

2 HISTORIA DE LA FISICA

A medida que el hombre primitivo desarrolló su inteligencia, sintió la necesidad de explicarse el porqué de las cosas que sucedían a su alrededor y encontrar respuestas a las siguientes interrogantes: ¿Por qué el día y la noche? ¿Por qué el frío y el calor? ¿Por qué llueve? ¿Qué son los truenos? ¿Qué es el viento? ¿Por qué vuelan los pájaros? ¿Qué es la Luna? ¿Qué es el Sol? ¿Por qué tiembla? ¿Qué son los eclipses? ¿Qué son las estrellas? Estas y otras cuestiones eran un verdadero misterio antes de que la Física contribuyera, gracias a su estudio, a dar respuesta a las mismas. Sin embargo, no todo está resuelto, pues aún en nuestros días no se tiene absoluta certeza sobre: ¿Qué es la materia? ¿Qué es la luz? ¿Existe vida en otros planetas? ¿Qué somos? ¿De dónde provenimos? ¿A dónde vamos? Pero confiamos que con los avances de la Física y de la ciencia en general algún día el hombre podrá responder satisfactoriamente a estas preguntas.

Para comprender el desarrollo de la Física es necesario mencionar brevemente algo de su historia:

La Física tiene sus orígenes con los antiguos griegos, quienes trataron de explicarse el origen del Universo y el movimiento de los planetas. 500 años antes de la era cristiana, mientras Leucipo y Demócrito pensaban que todas las cosas que nos rodean, es decir, la materia, estaban constituidas por pequeñas partículas, otros explicaban que la materia estaba constituida por cuatro elementos básicos: tierra, aire, fuego y agua.

Hacia el año 300 a.C. Aristarco ya consideraba el movimiento de la Tierra alrededor del Sol; sin embargo, durante cientos de años predominó la idea de que la Tierra, carente de movimiento, era el centro del Universo con todos los planetas y estrellas girando en torno a ella.

Hasta el año 1500 de nuestra era se desarrolló un gran interés por la ciencia. Galileo Galilei, científico italiano, llegó a comprobar que la Tierra giraba alrededor del Sol tal como sostenía Copérnico, astrónomo polaco. Además, Galileo construyó su propio telescopio y demostró que las estrellas estaban a distancias fabulosas y debido a ello la mayoría resultaba invisible al ojo humano. También descubrió manchas en el Sol, las cuales, al desplazarse lentamente, demostraron el giro de éste sobre su propio eje. Sin embargo, en Roma, la Santa Inquisición obligó a Galileo a retractarse de estas afirmaciones, pues chocaban completamente con las ideas religiosas contenidas en las Sagradas Escrituras. Galileo pasó sus últimos días en el retiro y murió en 1642, año del nacimiento de Isaac Newton.

Newton, científico inglés, describió el movimiento de los cuerpos celestes por medio de su Ley de la Gravitación Universal. Explicó que la fuerza de atracción llamada gravedad, existente entre dos cuerpos cualesquiera, ocasiona la caída de las cosas al suelo y su permanencia sobre él, de la misma forma como el Sol retiene a los planetas girando a su alrededor en lugar de permitirles flotar en el espacio.

A principios del siglo XIX, John Dalton consideró que todas las cosas estaban formadas por pequeñas partículas llamadas átomos, su idea fue aceptada por otros científicos constituyéndose la

Teoria Atómica; consideraron también que los átomos se combinan para formar moléculas. Posteriormente, en 1896, Becquerel descubrió el desprendimiento de partículas más pequeñas en los átomos del elemento uranio, por lo cual se pensó que el átomo no era la partícula más pequeña, sino que estaba constituido por otras partículas. Esto motivó la realización de más experimentos atómicos como los de Thomson, Rutherford y Bohr, quienes concluyeron en describir al átomo como un pequeño Sistema Solar; así como los planetas giran alrededor del Sol, en el átomo los electrones de carga negativa giran alrededor del núcleo, el cual está compuesto de protones con carga positiva y de neutrones sin carga eléctrica.

Los descubrimientos de la radiactividad abrieron un nuevo campo para la Física: el estudio de la constitución del átomo. Aparecieron las teorías: Cuántica de Planck, de la Relatividad de Einstein y de la Mecánica Ondulatoria de De Broglie. Actualmente el descubrimiento de nuevas partículas de vida media muy corta ha originado la Física Nuclear, cuyo objetivo es descubrir totalmente la constitución del núcleo atómico.

3 DIVISION DE LA FISICA

La Fisica, para su estudio, se divide en dos grandes grupos: Física Clásica y Física Moderna. La primera estudia todos aquellos fenómenos en los cuales la velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de propagación de la luz; la segunda se encarga de todos aquellos fenómenos producidos a la velocidad de la luz o con valores cercanos a ella. Pero, ¿qué entendemos por velocidad muy pequeña comparada con la velocidad de la luz? La velocidad de la luz en el vacío es de 300 mil km/s, esto quiere decir que si un rayo de luz emitido por una fuente luminosa viajara alrededor de la Tierra, cuya circunferencia es equivalente a una longitud de 40 mil kilómetros, el rayo de luz sería capaz de dar ¡siete vueltas y media alrededor de ella en un solo segundo! Comparando la velocidad de la luz con la de un automóvil de carreras que alcanza velocidades en línea recta de aproximadamente 320 km/h o la de un avión que vuele a 1000 km/h, podemos comprender fácilmente que estas velocidades, para nosotros altas, en realidad son muy pequeñas al compararlas con la de la luz. En general, las velocidades alcanzadas por las motocicletas, automóviles y aviones, aunque sean muy veloces, siempre resultarán mínimas al compararlas con la de la luz. En la figura 1.1 se observan las ramas de la Física Clásica y la Física Moderna.

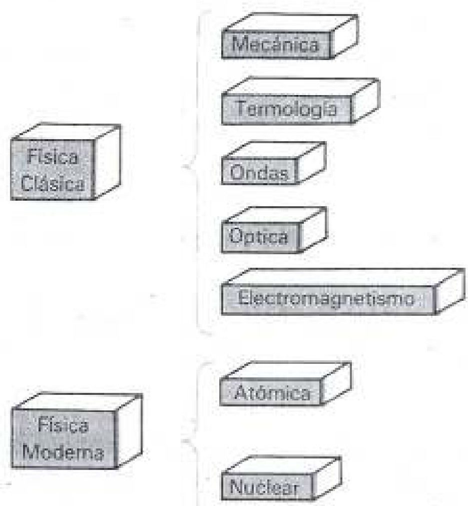


Fig. 1.1 División de la Física para su estudio.

4 CONCEPTO DE CIENCIA

La ciencia es un conjunto de conocimientos razonados y sistematizados opuestos al conocimiento vulgar. El hombre, en su afán de lograr el conocimiento de las cosas con base en los principios y las

causas que les dan origen, ha logrado el desarrollo constante de la ciencia; por ello, podemos afirmar que la ciencia es uno de los productos más elaborados de la actividad del ser humano, pues a través de ella el hombre ha comprendido, profundizado, explicado y ejercido un control sobre muchos de los procesos naturales y sociales.

Las principales características de la ciencia son las siguientes:

1. Sistemática, ya que emplea el método científico para sus investigaciones. Por medio de él obtiene un conjunto de conocimientos ordenados y relacionados entre sí, evitando dejar al azar la posibilidad de explicar el porqué de las cosas.
2. Comprobable, porque puede verificar si es falso o verdadero lo que se propone como conocimiento.
3. Perfectible, es decir, sus enunciados de ninguna manera deben considerarse como verdades absolutas, sino por el contrario, constantemente sufren modificaciones e incluso correcciones a medida que el hombre incrementa sus conocimientos y mejora la calidad y precisión de sus instrumentos de medición y observación.

5 CIENCIAS FORMALES Y CIENCIAS FACTUALES

La ciencia se divide para su estudio en dos grandes grupos:

Ciencias formales

Son aquellas que estudian ideas, como es el caso de la Lógica y las Matemáticas. La característica principal de estas ciencias es que demuestran o prueban sus enunciados con base en principios lógicos o matemáticos, pero no los confirman experimentalmente.

Ciencias factuales

Se encargan de estudiar hechos, ya sean naturales, como es el caso de la Física, Química, Biología y Geografía Física que se caracterizan porque estudian hechos con causa y efecto. O bien, estudian hechos humanos o sociales, como es el caso de la Historia, Sociología, Psicología Social y Economía, cuya característica es que estudian hechos de imputación debido a que las teorías o hipótesis son atribuibles a los investigadores que han realizado los estudios. En general, las ciencias factuales comprueban mediante la observación y la experimentación sus hipótesis, teorías o leyes.

6 JUICIOS DEDUCTIVOS E INDUCTIVOS

La ciencia, ya sea formal o factual, formula juicios en forma permanente, es decir, afirma o niega con base en la observación y el razonamiento. Las ciencias formales generalmente emplean juicios deductivos, los cuales se realizan cuando a partir de una generalidad o ley se analiza un caso particular. Las ciencias factuales por lo general usan juicios inductivos que se llevan a cabo cuando gracias al estudio de un caso o hecho particular se llega al enunciado de una generalidad o ley (figura 1.2).

Las ciencias factuales también utilizan juicios deductivos cuando al estudiar un hecho se formulan

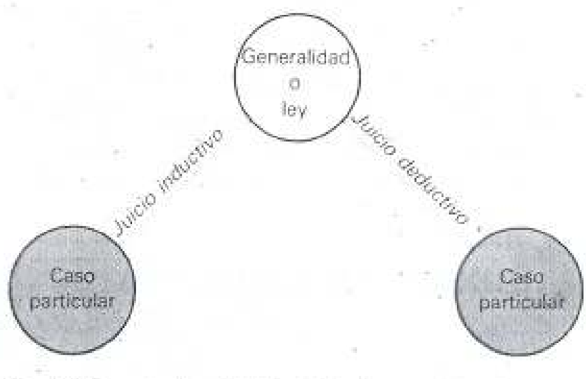


Fig. 1.2 Formulación de juicios inductivos y deductivos.

hipótesis con base en leyes o principios previamente establecidos.

Ejemplo de juicio deductivo: todos los metales son buenos conductores del calor; la plata es un metal, por tanto, es buen conductor del calor.

Ejemplo de juicio inductivo: el cobre es un buen conductor de la electricidad y es un metal; si el cobre es un metal y es buen conductor de la electricidad, entonces todos los metales son buenos conductores de la electricidad.

7 METODOS DE INVESTIGACION

Método científico

La ciencia utiliza para sus investigaciones el llamado método científico, éste se define como el conjunto de pasos ordenados y sistematizados que conducen con mayor certeza a la elaboración de la ciencia. Consta de ciertos pasos o procedimientos recomendables que permitirán al investigador la posibilidad de explicar algún principio o suceso cuando se presente, o conocer más acerca de ellos.

Los pasos del método científico de manera muy general son:

1. Cuerpo de conocimiento disponible. Es la interpretación clara del problema que se desea investigar.
2. Observación del problema.
3. Planteamiento sobre cómo resolver el problema.
4. Formulación de la hipótesis que trata de explicar el problema, aún sin comprobación.
5. Investigación bibliográfica.
6. Comprobación de la hipótesis.
7. Elaboración de leyes, teorías y modelos.

Los pasos señalados de ninguna manera son los únicos que sigue el método científico, pueden variar según el investigador y las características del problema. Los pasos no son infalibles y, por tanto, el simple hecho de seguirlos no garantiza el llegar a la explicación del problema, aunque evidentemente el seguimiento de un método hará más factible esa posibilidad.

Método científico experimental

El método científico experimental es utilizado por las ciencias factuales, ya que la Lógica y las Matemáticas no requieren de la experimentación para demostrar sus enunciados, como en la Física, la Química o la Biología que sí la necesitan para probar la validez de sus postulados. Por tal motivo se experimenta modificando en forma consciente las diferentes variables involucradas en el objeto de estudio. En términos generales y con todas las limitaciones que presenta el señalar una serie de pasos a seguir en el estudio de un fenómeno, empleando el método científico experimental, se tienen como una posible secuencia los siguientes pasos:

1. Cuerpo de conocimiento disponible, es decir, el fenómeno en estudio.
2. Observación del fenómeno.
3. Planteamiento del problema para definir claramente lo que vamos a investigar y para qué.
4. Formulación de hipótesis.
5. Investigación bibliográfica en libros y revistas especializadas para aprovechar, si existe, algún escrito acerca del fenómeno que se estudia.
6. Experimentación, se llevará a cabo mediante la modificación controlada de las distintas variables involucradas en el fenómeno en estudio. Por lo general, se realiza mediante el empleo de un modelo que representa el fenómeno.
7. Registro e interpretación de datos.
8. Comprobación de las hipótesis.
9. Enunciado de una teoría que explica el porqué del fenómeno, pero con ciertas limitaciones que no permiten hacer una generalización para todos los casos similares a nuestro fenómeno en estudio.
10. Obtención de una ley, ésta se produce cuan-

do el afortunado y persistente investigador encuentra reglas invariables que dentro de ciertos límites rigen al fenómeno en estudio. No obstante, dicha ley estará sujeta a los nuevos descubrimientos y progresos del hombre, por lo cual tarde o temprano puede sufrir alguna corrección.

Finalmente, vale la pena recordar que no siempre es posible experimentar con todos los fenómenos naturales, pues en muchos casos, como el movimiento de planetas, eclipses, temblores, etc., el investigador no interviene en las causas del fenómeno en estudio, por ello no puede alterar de manera intencionada y controlada ninguna de las variables, sólo puede llevar a cabo su investigación científica mediante la observación sistemática y minuciosa de dichos fenómenos.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 1

OBTENCION DE UNA LEY FISICA

Objetivo: Obtener una ley física como resultado de experimentar con las deformaciones sufridas por un cuerpo elástico al aplicarle una fuerza.

Consideraciones teóricas

Una ley física se obtiene cuando después de observar minuciosamente un problema, plantear una hipótesis y hacer una experimentación repetida, se obtienen resultados, los cuales permiten concluir que siempre y cuando existan las mismas condiciones que originan un fenómeno, éste se repetirá sin ninguna variación. Por tanto, existe una relación de causa-efecto en toda ley física. Una ley física se enuncia de tal manera que exprese las condiciones en las cuales se produce un fenómeno físico. Un cuerpo elástico es aquel que recupera su forma original cuando desaparece la fuerza causante de la deformación. Algunos ejemplos de cuerpos elásticos son: resortes, ligas y bandas de hule, pelotas de tenis y futbol. La deformación sufrida por un cuerpo elástico es directamente proporcional a la fuerza recibida, en otras palabras, si la fuerza aumenta también aumenta la deformación y si la fuerza disminuye, disminuye la deformación en la misma proporción, por esta razón existe entre ellas una relación directa.

Hipótesis: Existe una relación directa entre el alargamiento de un cuerpo elástico y la fuerza que recibe.

Material empleado

Un soporte, un resorte, cuatro pesas, una regla graduada y una aguja indicadora.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el de la figura 1.3. Observe en la regla graduada qué longitud inicial señala la aguja antes de colocarle alguna pesa al resorte y anote la medida.
2. Ponga una pesa de 5 $\bar{g}$ en la parte inferior del resorte y mida con la regla graduada cuál es su alargamiento. Después coloque una pesa de 10 $\bar{g}$ y mida nuevamente el alargamiento del resorte. Repita la misma

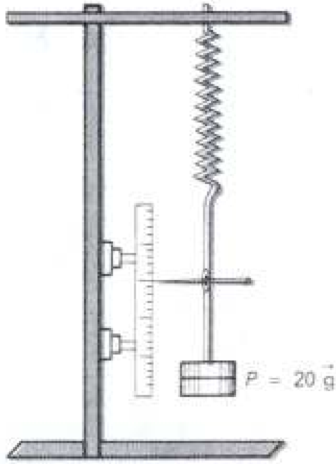


Fig. 1.3 Dispositivo para estudiar los alargamientos que sufre un cuerpo elástico al aplicarle una fuerza.

operación pero ahora con 15 $\vec{g}$ y después con 20 $\vec{g}$ (puede hacer su experimento usando pesas diferentes a las descritas, esto depende de la elasticidad que tenga su resorte). Repita su experimento cuando menos tres veces a fin de confirmar los datos obtenidos.

3. Haga un cuadro de datos con los resultados obtenidos de la siguiente manera:

Cuadro 1.1 DATOS DE PESO ($\vec{F}$) — ALARGAMIENTO (ℓ) (EXPERIMENTALES)

$\vec{F}$ = Peso ($\vec{g}$)	ℓ = alargamiento (cm)	$\frac{\vec{F}}{\ell} = (\frac{\vec{g}}{cm})$
5		
10		
15		
20		

4. La tercera columna del cuadro de datos la llenará al dividir para cada caso la fuerza aplicada ($\vec{F}$), equivalente al peso soportado por el resorte, entre el alargamiento (ℓ) que sufre.
5. Con los datos del cuadro construya una gráfica $\vec{F}$ vs ℓ, colocando en el eje de las ordenadas o de las y los datos de la fuerza y en el eje de las abscisas o de las x sus correspondientes alargamientos. Una los puntos obtenidos (figura 1.4).
6. La línea recta obtenida al unir los puntos y representada por la letra k recibe el nombre de constante

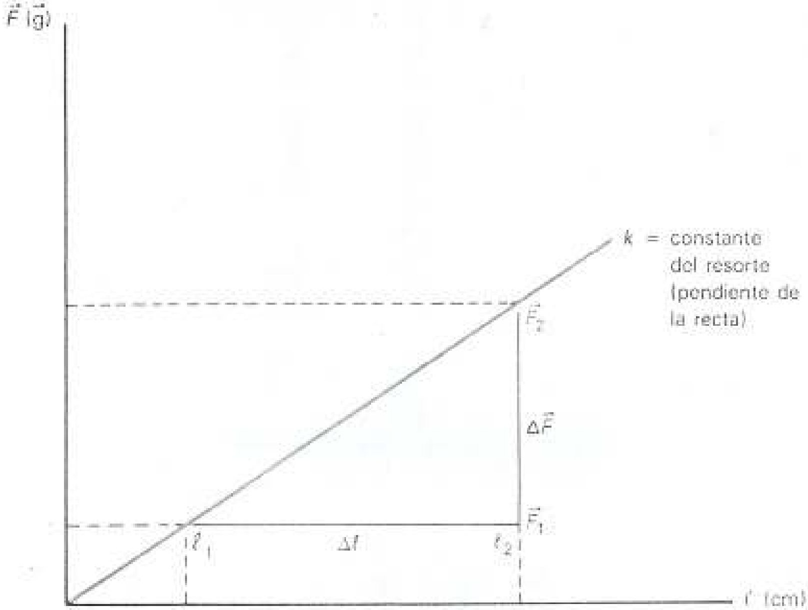


Fig. 1.4 Gráfica de $\vec{F}$ vs ℓ y cálculo de la pendiente de la recta.

del resorte o módulo de elasticidad. Determine, mediante el cálculo de la tangente de la recta, el valor de su pendiente. Para ello, dibuje un triángulo rectángulo entre dos puntos de la recta, misma que equivaldrá a la hipotenusa (figura 1.4). Su tangente será igual a:

$$\tan = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta\ell}$$

$$= \frac{\vec{F}_2 - \vec{F}_1}{\ell_2 - \ell_1}$$

Cuestionario

1. ¿Cómo fue el valor obtenido para la relación $\vec{F}/\ell$ en cada uno de los casos? Igual o diferente.
2. ¿El valor de la pendiente que obtuvo fue igual al obtenido al dividir $\vec{F}/\ell$?
3. ¿Cómo definiría la constante del resorte, es decir, k?
4. ¿Qué le sucedería al resorte si le colocara una pesa muy grande?
5. ¿Se comprobó la hipótesis? Justifique su respuesta.
6. Enuncie una ley física con base en los resultados obtenidos.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 2

CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS

Objetivo: Encontrar una ley física para cualquier cuerpo que caiga libremente al vacío.

Consideraciones teóricas

Un cuerpo tiene una caída libre cuando desciende sobre la superficie de la Tierra sin sufrir ninguna resistencia ocasionada por el aire. De manera práctica, si los efectos causados por la resistencia del aire sobre los cuerpos es pequeña, se puede despreciar, entonces su movimiento se considera de caída libre. En 1590 Galileo demostró: todos los cuerpos, ya sean grandes o pequeños, en ausencia de fricción caen a la Tierra con la misma aceleración. Por tanto, si dejamos caer desde la misma altura una piedra grande y una pequeña, las dos piedras caerán al suelo en el mismo tiempo.

Material empleado

Un cronómetro, una regla graduada y diferentes objetos que puedan dejarse caer sin ser dañados.

Desarrollo de la actividad experimental

Basándose en lo aprendido en la actividad experimental 1, diseñe un experimento a fin de obtener una ley física para cualquier cuerpo que caiga libremente al vacío. Para ello, mida el tiempo que tardan en llegar al suelo cuerpos de diferentes materiales y tamaños que se dejan caer desde la misma altura.

Cuestionario

1. ¿Cómo es la caída de los cuerpos al ser soltados al vacío?
2. En ausencia de una resistencia considerable del aire, ¿cuál es el tiempo que tardan en caer dos cuerpos de diferente tamaño soltados desde la misma altura?
3. ¿Qué sucede con la velocidad de un cuerpo a medida que sufre una caída libre?
4. Con sus propias palabras enuncie una ley física para cualquier cuerpo con caída libre en el vacío.

RESUMEN

1. La Física es una de las ciencias naturales que más ha contribuido al desarrollo y bienestar del hombre. La palabra física proviene del vocablo griego *physike* cuyo significado es naturaleza. La Física es por excelencia la ciencia de la medición y es ante todo una ciencia experimental. Su estudio es de vital importancia para todo ser humano deseoso de conocer el medio donde vive y quiera explicarse el porqué de los múltiples fenómenos naturales.

2. *La Física* es la ciencia dedicada al estudio de la materia y la energía, y el modo como éstas se relacionan. Esta ciencia ha hecho grandes aportaciones a la Medicina, la Biología, la Química, la Astronomía, la Geografía, así como a la tecnología. La construcción de puentes, carreteras, edificios, complejos industriales, aparatos usados en la Medicina, aparatos de radiotelecomunicación, computadoras y la exploración del Universo mediante las naves espaciales son algunos ejemplos concretos de los logros obtenidos por la Física, gracias a su investigación y estudio.

3. La historia de la Física se inicia con los antiguos griegos, quienes trataron de explicarse el origen del Universo y el movimiento de los planetas. 500 años a.C. Leucipo y Demócrito pensaban que todas las cosas de nuestro entorno, es decir, la materia, estaban constituidas por pequeñas partículas.

4. La Física se divide para su estudio en dos grandes grupos: la *Física Clásica* y la *Física Moderna*. La primera estudia todos aquellos fenómenos en los cuales la velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de propagación de la luz. La segunda se encarga de todos aquellos fenómenos producidos a la velocidad de la luz o con valores cercanos a ella.

5. *La ciencia* se define como un conjunto de conocimientos razonados y sistematizados opuestos al conocimiento vulgar. Las principales características de la ciencia son las siguientes: es sistemática, comprobable y perfectible.

6. Para su estudio, la ciencia se divide en dos grandes grupos: *ciencias formales*, que estudian ideas (como es el caso de la Lógica y las Matemáticas); y *ciencias factuales*, que estudian hechos, ya sean naturales (como la Física, la Química y la Biología), o bien, hechos humanos o sociales (como la Historia y la Sociología). Las ciencias formales frecuentemente emplean juicios deductivos, éstos se realizan cuando a partir de una generalidad o ley analizan un caso particular. Por su parte, las ciencias factuales emplean juicios inductivos, los cuales se realizan cuando a partir de un caso particular se llega al enunciado de una generalidad o ley.

7. La ciencia utiliza para sus investigaciones el llamado *método científico*, el cual se define como el conjunto de pasos ordenados y sistematizados que conducen con mayor certeza a la elaboración de la ciencia. Este método consta de ciertos pasos o procedimientos recomendables que permitirán al investigador la posibilidad de explicar un principio o suceso que se presente, o conocer más acerca de ellos. El *método científico experimental* es el utilizado por las ciencias factuales, pues requieren de la experimentación para probar la validez de sus postulados.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. ¿Cuál es el origen de la palabra física? (Introducción de la unidad 1)
2. ¿Cómo definiría a la Física? (Sección 1)

3. Mencione cinco aportaciones que la Física ha hecho en beneficio del desarrollo de la humanidad. (Sección 1)
4. ¿Por qué es importante que el hombre logre interpretar un fenómeno a través de la medición del mismo? (Sección 1)
5. Mencione cinco antecedentes históricos en el desarrollo de la Física. (Sección 2)
6. ¿Cuáles son los dos grandes grupos en los que se divide la Física para su estudio? (Sección 3)
7. ¿Cuál es el concepto de ciencia y cuáles son sus principales características? (Sección 4)
8. ¿Qué estudian las ciencias formales? (Sección 5)
9. ¿Qué estudian las ciencias factuales? (Sección 5)
10. ¿Por qué la Física se clasifica como una ciencia factual? (Sección 5)
11. ¿Qué es un juicio deductivo? (Sección 6)
12. ¿Qué es un juicio inductivo? (Sección 6)
13. ¿Cómo se define al método científico y cuáles son sus principales pasos? (Sección 7)
14. ¿Cuáles son las ciencias que utilizan el método científico experimental y cuáles son sus principales pasos? (Sección 7)
15. Explique qué es una ley física. (Actividad experimental 1)
16. Explique cuándo una variable es directamente proporcional a otra. (Actividad experimental 1)

2 UNIDADES Y MEDICIONES

Desde tiempos muy remotos el hombre ha tenido la necesidad de medir, es decir, saber cuál es la magnitud de un objeto comparándolo con otro de la misma especie que le sirva de base o patrón, pero el problema ha sido encontrar el patrón de medida. Por ejemplo, se habló de codos, varas, pies y jemes (distancia entre el dedo índice y pulgar al estar estirada la mano) para medir longitud; cuarterones, arrobas, quintales y cargas para medir masa; y lunas, soles y lustros para medir tiempo. Los países grandes y ricos establecieron nuevas medidas propias para demostrar su poderío y autonomía, dando como resultado un serio obstáculo para el comercio entre los pueblos debido a la diversidad de unidades de medida.

Durante el siglo II a.C. y hasta el siglo IV de nuestra era, a causa del dominio que ejercía el Imperio Romano y al deseo de unificar las unidades empleadas, implantaron la libra como unidad de masa y la barra de bronce, llamada pie, como unidad de longitud. En la Edad Media, siglo V al siglo XV d.C., vuelve la anarquía en las unidades de medida. En 1795 se implanta el Sistema Métrico Decimal como resultado de la Convención Mundial de Ciencia efectuada en Francia. Las unidades fundamentales fueron: el metro, el kilogramo-peso y el litro. En 1881 se adopta el Sistema Cegesimal o CGS propuesto por el físico alemán Karl Gauss en el Congreso Internacional de los Electricistas realizado en París, Francia. Las unidades fundamentales fueron: centímetro, gramo-masa y segundo. En 1935 se adopta el Sistema MKS propuesto por el ingeniero italiano Giovanni Giorgi en el Congreso Internacional de los Electricistas realizado en Bruselas, Bélgica. Las unidades fundamentales fueron: metro, kilogramo-masa y segundo. En 1960 en Ginebra, Suiza, el mundo científico adopta el Sistema Internacional de Unidades (SI) que se apoya en el MKS y cuyas unidades fundamentales son: metro (m) para medir longitud, kilogramo (kg) para masa, segundo (s) para tiempo, grado Kelvin (°K) para temperatura, ampere (A) para intensidad de corriente eléctrica, candela (cd) para intensidad luminosa y mol para cantidad de sustancia. El Sistema Internacional que México, junto con otros países, aceptó y adoptó es el que esperamos se use en todo el mundo, evitando así la problemática histórica de batallar con múltiples unidades de medida para una misma magnitud física: la de tener que convertirlas de un sistema a otro para poder interpretarlas correctamente.

1 DEFINICIONES DE MAGNITUD, MEDIR Y UNIDAD DE MEDIDA

Magnitud

Se llama magnitud a todo aquello que puede ser medido. La longitud de un cuerpo (ya sea largo, ancho, alto, su profundidad, su espesor, su diámetro externo o interno), la masa, el tiempo, el volumen, el área, la velocidad, la fuerza, etc., son ejemplos de magnitudes. Los sentimientos como el amor, el

odio, la felicidad, la ira y la envidia no pueden ser medidos, por tanto no son magnitudes.

Medir

Es comparar una magnitud con otra de la misma especie que de manera arbitraria o convencional se toma como base, unidad o patrón de medida.

Unidad de medida

Recibe el nombre de unidad de medida o patrón toda magnitud de valor conocido y perfectamente definido que se utiliza como referencia para medir y expresar el valor de otras magnitudes de la misma especie.

2 DESARROLLO HISTORICO DE LAS UNIDADES DE MEDIDA Y DE LOS SISTEMAS DE UNIDADES

Cuando el hombre primitivo tuvo la necesidad de encontrar referencias que le permitieran hablar de lapsos menores a los transcurridos entre la salida del Sol o de la Luna, observó que la sombra proyectada por una roca caminaba por el suelo a medida que el tiempo pasaba. Se le ocurrió entonces colocar una piedra en lugares en los cuales se realizara alguna actividad especial, o bien, retornaría a su caverna para comer cuando la sombra de la roca llegara hasta donde había colocado la piedra. Gracias al desplazamiento de la sombra de la roca proyectada por el Sol, el hombre tuvo su primer reloj para medir el tiempo. También trataba de comparar el peso de dos objetos para saber cuál era mayor al colocar uno en cada mano. Pero un buen día, alguien tuvo la idea de poner en equilibrio una tabla con una roca en medio y colocar dos objetos en ambos extremos de la tabla, así el objeto que más bajara era el de mayor peso. Se había inventado la primera y burda balanza.

Para medir la longitud, el hombre recurría a medidas tomadas de su propio cuerpo. Los egipcios usaban la brazada (figura 2.1), cuya longitud equivalía a las dimensiones de un hombre con los brazos extendidos. Los ingleses usaban como patrón la longitud del pie de su rey (figura 2.2). Los romanos usaban el paso y la milla equivalente a mil pasos. Para ellos un paso era igual a dos pasos de los actuales, pues cada uno era doble, ya que cada pie daba un avance. También se utilizaron otras partes del cuerpo humano; el codo era la distancia desde el codo hasta el extremo del dedo medio; el palmo o la cuarta era la distancia entre el extremo del dedo pulgar y el meñique al estar abierta la mano. La elección de la unidad de medida de longitud se convirtió en una cuestión de prestigio, pues era inconcebible que una nación utilizara la medida de alguna parte del cuerpo del soberano de otro país. Por tanto, cada vez se crearon más unidades diferentes, y cada país poderoso tenía sus propias medidas. Es fácil imaginar el desconcierto reinante en esos tiempos para el comercio entre los pueblos.

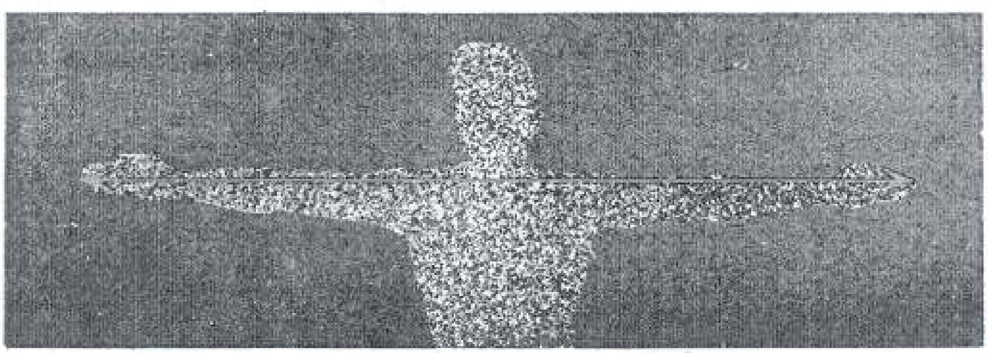


Fig. 2.1 Brazada. Unidad usada por los egipcios para medir la longitud.

Cuando Roma se integra en un imperio y conquista a muchos territorios (siglo II a.C. al siglo IV d.C.) trata de poner orden a la diversidad de unidades y establece la libra como unidad de peso y el pie como unidad de longitud; para ello, modela un cuerpo representativo del peso de una libra patrón y una barra de bronce que muestre la longitud equivalente al pie. Por primera vez existía una misma forma de pesar y de medir longitudes.

Fig. 2.2 Pie. Unidad usada por los ingleses para medir la longitud.

Cuando se dio la decadencia del Imperio Romano y el poder político y económico que ejercía quedó en ruinas, nuevamente surgió la anarquía en las unidades de medida, la cual duró todo el periodo de la Edad Media (siglo V al siglo XV d.C.). Fue hasta 1790 cuando la Asamblea Constituyente de Francia, por medio de la Academia de Ciencias de París, extendió una invitación a los países para enviar a sus hombres de ciencia con el objeto de unificar los sistemas de pesas y medidas, y adoptar uno solo para todo el mundo.

Sistema Métrico Decimal

El primer sistema de unidades bien definido que hubo en el mundo fue el Sistema Métrico Decimal, implantado en 1795 como resultado de la Convención Mundial de Ciencia celebrada en París, Francia; este sistema tiene una división decimal y sus unidades fundamentales son: el metro, el kilogramo-peso y el litro. Además, para definir las unidades fundamentales utiliza datos de carácter general como las dimensiones de la Tierra y la densidad del agua.

A fin de encontrar una unidad patrón para medir longitudes se dividió un meridiano terrestre en 40 millones de partes iguales y se le llamó metro a la longitud de cada parte. Por tanto, definieron al metro como la cuarenta millonésima parte del meridiano terrestre. Una vez establecido el metro como unidad de longitud sirvió de base para todas las demás unidades que constituyeron al Sistema Métrico Decimal, derivado de la palabra metro que quiere decir medida.

Una ventaja importante del Sistema Métrico fue su división decimal, ya que mediante el uso de prefijos como deci, centi o mili, algunos de los submúltiplos de la unidad, podemos referirnos a decímetro, como la décima parte del metro (0.1 m); a centímetro, como la centésima parte (0.01 m); y a milímetro, como la milésima parte del metro (0.001 m). Lo mismo sucede para el litro o el kilogramo, de manera que al hablar de prefijos como deca, hecto o kilo, algunos de los múltiplos de la unidad, podemos mencionar al decámetro, hectómetro o kilómetro como equivalentes a 10, 100 ó 1000 metros, respectivamente.

Sistema Cegesimal o CGS

En 1881, como resultado del gran desarrollo de la ciencia y por supuesto de la Física, se adopta en el Congreso Internacional de los Electricistas
zado en París, Francia, un sistema llamado absoluto: el Sistema Cegesimal o CGS propuesto por el físico alemán Karl Gauss. En dicho sistema las magnitudes fundamentales y las unidades propuestas para las mismas son: para la longitud el centímetro, para la masa el gramo y para el tiempo el segundo. En ese entonces ya se observaba la diferenciación entre los conceptos de masa y peso de un cuerpo, porque se tenía claro que el peso era el resultado de la fuerza de atracción gravitacional ejercida por la Tierra sobre la masa de los cuerpos.

Sistema MKS

En 1935 en el Congreso Internacional de los Electricistas celebrado en Bruselas, Bélgica, el ingeniero italiano Giovanni Giorgi propone y logra que se

acepte su sistema, también llamado absoluto, pues como magnitud fundamental se habla de la masa y no del peso de los cuerpos; este sistema recibe el nombre de MKS, cuyas iniciales corresponden al metro, al kilogramo y al segundo como unidades de longitud, masa y tiempo, respectivamente.

Sistema Internacional de Unidades (SI)

En virtud de que en el mundo científico se buscaba uniformidad en un solo sistema de unidades que resultara práctico, claro y acorde con los avances de la ciencia, en 1960 científicos y técnicos de todo el mundo se reunieron en Ginebra, Suiza, y acordaron adoptar el llamado: Sistema Internacional de Unidades (SI). Este sistema se basa en el llamado MKS cuyas iniciales corresponden a metro, kilogramo y segundo. El Sistema Internacional tiene como magnitudes y unidades fundamentales las siguientes: para longitud al metro (m), para masa al kilogramo (kg), para tiempo al segundo (s), para temperatura al grado Kelvin (°K), para intensidad de corriente eléctrica al ampere (A), para intensidad luminosa la candela (cd) y para cantidad de sustancia al mol. Las definiciones del metro, kilogramo y segundo se dan a continuación:

Metro patrón

La definición actual del metro patrón corresponde a 1 650 763.73 veces la longitud de la onda luminosa emitida por el átomo de criptón de masa atómica 86, durante el salto de un electrón entre los niveles $2_{p_{10}}$ y 5_{d_5} y a lo largo de una descarga eléctrica. Esta nueva definición más precisa del metro patrón eliminó a la anterior que equivalía a la cuarenta millonésima parte del meridiano terrestre y que en realidad tenía una diferencia de 0.023% del valor de la barra correspondiente al metro patrón.

Kilogramo patrón

Primero se definió como la masa de un decímetro cúbico de agua pura en su máxima densidad (4°C). Su definición actual es la siguiente: un kilogramo patrón equivale a la masa de un cilindro hecho de platino e iridio, el cual se conserva como modelo en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas localizada en París, Francia (figura 2.3).

Fig. 2.3 El kilogramo (kg) es la unidad de masa del Sistema Internacional y es igual a la masa de un cilindro hecho de platino e iridio como el que se conserva en París, Francia.

Segundo patrón

Se definió como la 1/86 400 parte del día solar medio y como la 1/31 556 962 parte del primer año trópico de este siglo (1900). Actualmente se define como la duración de 9 192 631 770 ciclos de la radiación de cierta transición del electrón en el átomo de cesio de masa atómica 133.

El empleo del SI como único sistema que el hombre utilice a nivel científico y comercial en todo el mundo, representa no sólo el avance de la ciencia, sino también la posibilidad de emplear un lenguaje específico para expresar cada magnitud física en una unidad de medida basada en definiciones precisas respecto a fenómenos y situaciones naturales. Con el uso del SI ya no interpretamos longitudes en pies, millas, yardas, pulgadas, millas marinas, millas terrestres o leguas, pues con el metro y los prefijos expuestos en el cuadro 2.2 podemos expresar cualquier longitud por pequeña o grande que sea. Lo mismo sucede para la masa, en la cual en lugar de onzas, libras y toneladas sólo empleamos al kilogramo con sus múltiplos y submúltiplos, cuyos prefijos son los mismos del metro y de las diferentes unidades de medida. Esperemos que en poco tiempo, con el progreso de la ciencia y de la humanidad, el único sistema utilizado por sus múltiples ventajas sea el Sistema Internacional de Unidades (SI).

Actualmente, aún se utiliza, sobre todo en E.U.A., el Sistema Inglés (pie, libra y segundo) y el Sistema CGS; además de los llamados Sistemas Gravitacionales, Técnicos o de Ingeniería que en lugar de masa se refieren al peso como unidad fundamental.

3 MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y DERIVADAS

Reciben el nombre de magnitudes fundamentales aquellas que no se definen en función de otras magnitudes físicas y, por tanto, sirven de base para obtener las demás magnitudes utilizadas en la Física.

Existen siete magnitudes fundamentales: longitud, masa, tiempo, temperatura, intensidad de corriente eléctrica, intensidad luminosa y cantidad de sustancia

Las magnitudes derivadas resultan de multiplicar o dividir entre sí las magnitudes fundamentales. Por ejemplo: al multiplicar la magnitud fundamental longitud por sí misma nos da como resultado longitud al cuadrado ($LL = L^2$) equivalente a la magnitud derivada área o superficie. Al multiplicar longitud por longitud por longitud obtenemos longitud al cubo ($LLL = L^3$), la cual corresponde a una magnitud derivada que es el volumen. Si dividimos la longitud entre el tiempo, obtenemos la magnitud derivada llamada velocidad ($L/T = LT^{-1} = v$). Lo mismo sucede con la aceleración, fuerza, trabajo y energía, presión, potencia, densidad, etc., que reciben el nombre de magnitudes derivadas porque se obtienen a partir de las fundamentales.

4 SISTEMAS DE UNIDADES ABSOLUTOS

Reciben el nombre de Sistemas de Unidades Absolutos aquellos que como una de sus unidades fundamentales utilizan a la masa y no al peso considerado derivada. En el cuadro 2.1 se tienen algunas

Cuadro 2.1 ALGUNAS UNIDADES FUNDAMENTALES Y DERIVADAS

Magnitud	SI	CGS	Inglés
Longitud	metro (m)	centímetro (cm)	pie
Masa	kilogramo (kg)	gramo (g)	libra (ℓb)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)	segundo (s)
Area o Superficie	m^2	cm^2	pie^2
Volumen	m^3	cm^3	pie^3
Velocidad	m/s	cm/s	pie/s
Aceleración	m/s^2	cm/s^2	pie/s^2
Fuerza	kg m/s^2 = newton	g cm/s^2 = dina	libra pie/s^2 = poundal
Trabajo y Energía	Nm = joule	dina cm = ergio	poundal pie
Presión	N/m^2 = pascal	$dina/cm^2$ = baria	$poundal/pie^2$
Potencia	joule/s = watt	ergio/s	poundal pie/s

magnitudes y sus unidades en el Sistema Internacional (SI), el Sistema CGS y el Sistema Inglés, todos ellos sistemas absolutos. Observemos que en este cuadro sólo se trabaja con tres magnitudes fundamentales: longitud, masa y tiempo, y todas las demás son derivadas de ellas, pues se obtienen al multiplicar o dividir entre sí a esas tres magnitudes.

Como se puede observar los símbolos de las unidades se escriben con minúsculas a menos de que se trate de nombres propios, en tal caso será con mayúsculas; los símbolos se anotan en singular y sin punto. Por tanto, debemos escribir para kilogramo: kg y no Kg; para kilómetro: km y no Km; para gramo: g y no gr; para newton: N y no n ni Nw. Mediante el empleo de prefijos y sus respectivos símbolos, aceptados internacionalmente, podemos obtener múltiplos y submúltiplos para cada unidad de medida de acuerdo con el cuadro 2.2.

De manera que si decimos kilogramo, kilómetro, kilosegundo y kilopié, nos referimos a mil gramos, mil metros, mil segundos y mil pies, respectivamente. Si mencionamos nanómetro, nanogramo, nanosegundo y nanopié, hablamos de mil millonésima de metro, mil millonésima de gramo, mil millonésima de segundo y mil millonésima de pie, respectivamente.

Cuadro 2.2 PREFIJOS USADOS PARA EL SISTEMA INTERNACIONAL

Prefijo	Símbolo	Valor	Equivalencia en unidades
tera	T	1×10^{12}	billón
giga	G	1×10^{9}	mil millones
mega	M	1×10^{6}	millón
kilo	k	1×10^{3}	mil
hecto	h	1×10^{2}	cien
deca	da	1×10	diez
unidad	1	1	uno
deci	d	1×10^{-1}	décima
centi	c	1×10^{-2}	centésima
mili	m	1×10^{-3}	milésima
micro	μ	1×10^{-6}	millonésima
nano	n	1×10^{-9}	mil millonésima
pico	p	1×10^{-12}	billonésima
femto	f	1×10^{-15}	mil billonésima
atto	a	1×10^{-18}	trillonésima

5 SISTEMAS DE UNIDADES TECNICOS O GRAVITACIONALES

Además de los tres Sistemas de Unidades Absolutos ya señalados, existen los Sistemas de Unidades Técnicos, también llamados Gravitacionales o de Ingeniería, mismos que se caracterizan porque utilizan el peso como magnitud fundamental y a la masa la consideran una magnitud derivada.

El Sistema MKS Técnico o Gravitacional (MKSg) y el Sistema Británico Gravitacional (Sbg) o Sistema Inglés Técnico son los más utilizados, ambos tienden a desaparecer por la complejidad de su manejo, dando paso al Sistema Internacional de Unidades (SI) de cuyas ventajas cada día se convencen más los británicos y los estadounidenses, quienes aún no lo adoptan por completo.

En el cuadro 2.3 se enlistan algunas magnitudes y sus respectivas unidades en los sistemas MKSg y Sbg.

Cuadro 2.3 ALGUNAS MAGNITUDES Y UNIDADES MANEJADAS EN LOS SISTEMAS MKSg Y Sbg

Magnitud	MKSg	Sbg
Longitud	metro (m)	pie
Peso o fuerza	kilogramo-fuerza ($\vec{kg}$)	libra-fuerza ($\vec{lb}$)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
Velocidad	m/s	pie/s
Aceleración	m/s^2	pie/s^2
Masa $= \frac{F}{a}$	$\vec{kg}/m/s^2$ (utm)	$\vec{lb}/pie/s^2$ (slug)
Trabajo y Energía	$\vec{kg}m$ (kilográmetro)	$\vec{lb}$ m
Presión	$\vec{kg}/m^2$	$\vec{lb}/m^2$
Potencia	$\vec{kg}$ m/s	$\vec{lb}$ m/s

La equivalencia entre la unidad de peso o fuerza en el MKSg y el Sbg es la siguiente:

$$1\ \overrightarrow{kg} = 2.2\ \overrightarrow{\ell b}$$

$$1\ \overrightarrow{\ell b} = 0.454\ \overrightarrow{kg}$$

Un $\overrightarrow{kg}$ es la fuerza que le imprime a una masa de 1 kg una aceleración de 9.8 m/s². Por tanto, utilizando la expresión $F = ma$ tenemos:

$$1\ \overrightarrow{kg} = 1\ kg \times 9.8\ m/s^2 = 9.8\ kg\ m/s^2$$

donde: $1\ \overrightarrow{kg} = 9.8\ N$

Una $\overrightarrow{\ell b}$ es aquella fuerza que le imprime a una masa de una libra, o sea, 0.454 kg, una aceleración de 32.17 pies/s² equivalente a 9.8 m/s². Utilizando la expresión $F = ma$, calculamos la equivalencia de 1 $\overrightarrow{\ell b}$ a newtons:

$$1\ \overrightarrow{\ell b} = 0.454\ kg \times 9.8\ m/s^2 = 4.45\ N$$

Con las equivalencias anteriores podemos convertir unidades de fuerza de los Sistemas de Unidades Absolutos a Técnicos o Gravitacionales y viceversa.

Es importante observar en el cuadro 2.3 que la masa en los Sistemas Técnicos es una magnitud derivada y no fundamental, cuyas unidades se obtienen mediante la relación $m = F/a$. Así, para el sistema MKSg tenemos:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\overrightarrow{kg}}{m/s^2} = utm$$

La utm es la unidad técnica de masa y se define como la masa a la cual una fuerza de 1 $\overrightarrow{kg}$ le imprimirá una aceleración de 1 m/s².

Para el Sistema Inglés Técnico (Sbg) tenemos:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\overrightarrow{\ell b}}{pie/s^2} = slug$$

El slug es la masa a la que una fuerza de 1 $\overrightarrow{\ell b}$ le imprimirá una aceleración de 1 pie/s².

6 CONVERSION DE UNIDADES DE UN SISTEMA A OTRO

En virtud de la existencia de varios sistemas de unidades, todos ellos de uso actual, frecuentemente es necesario convertir unidades de un sistema a otro; para ello, es indispensable tener presentes las siguientes equivalencias:

1 m	=	100	cm
1 m	=	1000	mm
1 cm	=	10	mm
1 km	=	1000	m
1 m	=	3.28	pies
1 m	=	1.093	yardas
1 pie	=	30.48	cm
1 pie	=	12	pulgadas
1 pulg	=	2.54	cm
1 milla	=	1.609	km
1 libra	=	454	g
1 kg	=	2.2	libras
1 cm³	=	1	ml
1 litro	=	1000	cm³
1 litro	=	1	dm³
1 galón	=	3.785	litros
1 N	=	1×10^5	dinas
1 $\overrightarrow{kg}$	=	9.8 N	
1 $\overrightarrow{\ell b}$	=	0.454 $\overrightarrow{kg}$	
1 ton	=	10^3 kg	

Al conocer estas equivalencias podemos hacer conversiones, empleando el método llamado de multiplicar por uno, mismo que explicaremos a continuación:

Convertir 5 m a cm

Paso 1. Se escribe la cantidad con la unidad de medida que se desea convertir:

$$5\ m$$

Paso 2. Se pone el signo de multiplicación y una raya de quebrado, ambos signos nos indicarán que haremos dos operaciones, una de multiplicación y otra de división.

$$5\ m \times \frac{\qquad}{\qquad}$$

Paso 3. Recordamos la equivalencia unitaria entre las dos unidades involucradas, es decir, la que vamos a convertir y la que deseamos obtener; con ello encontraremos el llamado factor de conversión.

En este paso siempre tendremos la posibilidad de recordar cualquiera de los

dos factores de conversión que existen entre dos unidades de medida. En nuestro caso, tenemos que 1 m = 100 cm, o también, podemos utilizar el factor de conversión de 1 cm = 0.01 m

Paso 4. Una vez recordado cualquiera de los dos factores de conversión, bastará colocarlo de tal forma que al hacer nuestras operaciones pueda eliminarse la unidad que se desea convertir:

$$5\ \cancel{m} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \cancel{m}} = 5 \times \frac{1 \times 10^2\ \text{cm}}{1} = 500\ \text{cm}$$

o bien:

$$5\ \cancel{m} \times \frac{1\ \text{cm}}{0.01\ \cancel{m}} = 5 \times \frac{1\ \text{cm}}{1 \times 10^{-2}} = 500\ \text{cm}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONVERSION DE UNIDADES LINEALES

1. Convertir 6 km a m

Solución:

Paso 1. 6 km
Paso 2. 6 km × ———
Paso 3. 1 km = 1000 m, o bien,
1 m = 0.001 km
Paso 4.

$$6\ \text{km} \times \frac{1 \times 10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}} = 6 \times 10^3\ \text{m}$$

o bien:

$$6\ \text{km} \times \frac{1\ \text{m}}{1 \times 10^{-3}\ \text{km}} = 6 \times 10^3\ \text{m}$$

Como se observa, no importa cuál de los dos factores de conversión se use, pues el resultado es el mismo, sólo debemos cuidar que se elimine la unidad que se desea convertir.

2. Convertir 5 pies a m

Solución:

Paso 1. 5 pies
Paso 2. 5 pies × ———
Paso 3. 1 m = 3.28 pies
Paso 4. $5\ \text{pies} \times \dfrac{1\ \text{m}}{3.28\ \text{pies}} = 1.52\ \text{m}$

3. Convertir 10 N a dinas

Solución:

Paso 1. 10 N
Paso 2. 10 N × ———
Paso 3. 1 N = 1 × 10^5 dinas
Paso 4.

$$10\ \cancel{N} \times \frac{1 \times 10^5\ \text{dinas}}{1\ \text{N}} = 10 \times 10^5\ \text{dinas}$$

4. Convertir 60 $\vec{\text{kg}}$ a N

Solución:

Paso 1. 60 $\vec{\text{kg}}$

Paso 2. 60 $\vec{\text{kg}}$ × ———

Paso 3. 1 $\vec{\text{kg}}$ = 9.8 N

Paso 4. $60\ \vec{\text{kg}} \times \dfrac{9.8\ \text{N}}{1\ \vec{\text{kg}}} = 588\ \text{N}$

Cuando se requiere convertir una magnitud como la velocidad, la cual implica una relación de longitud entre tiempo, el procedimiento es igual al anterior sólo que habrá dos factores de conversión:

5. Convertir $10\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Solución:

Paso 1. $10\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

Paso 2. $10\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ × ——— × ———

Paso 3. 1 km = 1000 m y 1 h = 3600 s

Paso 4. $10\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \dfrac{1 \times 10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times$

$$\frac{1\ \text{h}}{3.6 \times 10^3\ \text{s}} = 2.77\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6. Convertir $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Solución:

Paso 1. $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$

Paso 2. $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}} \times \frac{\qquad}{\qquad} \times \frac{\qquad}{\qquad}$

Paso 3. 1 milla = 1609 m y 1 h = 3600 s

Paso 4. $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}} \times \frac{1.609 \times 10^3 \text{ m}}{1 \text{ milla}} \times$

$$\frac{1 \text{ h}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}} = 0.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Convertir:	*Respuestas:*
1. 8 m a cm	800 cm
2. 25 cm a m	0.25 m
3. 15 pies a m	4.57 m
4. 35 m a pies	114.8 pies
5. 12 kg a libras	26.4 ℓb
6. 30 pulg a cm	76.2 cm
7. 15 m a yardas	16.39 yardas
8. 0.5 litros a cm^3	500 cm^3
9. 10 dm^3 a litros	10.0 litros
10. 3 galones a litros	11.355 litros
11. $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$1.08 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
12. $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
13. $12 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$5.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
14. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{milla}}{\text{h}}$	$6.21 \frac{\text{milla}}{\text{h}}$
15. $80 \frac{\text{pies}}{\text{s}}$ a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$87.78 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
16. $50 \overrightarrow{\text{kg}}$ a N	490 N

Cuando las unidades que se desean convertir no son lineales como la longitud, sino cuadráticas o cúbicas como la superficie y el volumen, respectivamente, el método de conversión es el mismo, sólo debemos encontrar el factor de conversión.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONVERSION DE UNIDADES CUADRATICAS Y CUBICAS

1. Convertir 0.5 m^2 a cm^2

Solución:

Como 1 m = 100 cm, para encontrar a cuánto equivale 1 m^2 en cm^2 basta con elevar al cuadrado cada miembro de la igualdad así:

$$(1 \text{ m})^2 = (100 \text{ cm})^2$$

donde: $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2$

por tanto: $0.5 \text{ m}^2 \times \frac{1 \times 10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} =$

$0.5 \times 10^4 \text{ cm}^2$

2. Convertir 3.5 m^2 a pies^2

Solución:

1 m = 3.28 pies
$(1 \text{ m})^2 = (3.28 \text{ pies})^2$

donde: $1 \text{ m}^2 = 10.758 \text{ pies}^2$

por tanto: $3.5 \text{ m}^2 \times \frac{10.758 \text{ pies}^2}{1 \text{ m}^2} =$

37.653 pies^2

3. Convertir 3 m^3 a cm^3

Solución:

Como 1 m = 100 cm, para encontrar a cuánto equivale 1 m^3 en cm^3 basta con elevar al cubo cada miembro de la igualdad así:

$$(1 \text{ m})^3 = (100 \text{ cm})^3$$

donde: $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1 \times 10^6 \text{ cm}^3$

por tanto: $3 \text{ m}^3 \times \frac{1 \times 10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} =$

$3 \times 10^6 \text{ cm}^3$

4. Convertir 10 m^3 a pies^3

Solución:

7 ECUACIONES Y ANALISIS DIMENSIONALES

Como sabemos, las cantidades físicas se definen de acuerdo con el sistema de unidades utilizado; sin embargo, hay diferentes sistemas de unidades, por ello cualquier cantidad física puede expresarse en distintas unidades según la escala en que esté graduado el instrumento de medición. Así una distancia se puede expresar en metros, kilómetros, centímetros o pies, sin importar cuál sea la unidad empleada para medir la cantidad física distancia, pues todas ellas se refieren a una dimensión fundamental llamada longitud, representada por L. De igual manera, para expresar cantidad de materia se puede utilizar al g, kg o libra, ya que todas estas unidades se refieren a la dimensión fundamental mada masa, representada por M. La otra dimensión que se utiliza para el estudio de la mecánica es el tiempo, la cual se representa por T. La combinación de estas dimensiones fundamentales nos lleva a la obtención de las llamadas dimensiones derivadas.

El buen manejo de las dimensiones de las cantidades físicas en una ecuación o fórmula física, nos permite comprobar si son correctas y si se trabajaron debidamente. Al aplicar una ecuación o fórmula física, debemos recordar dos reglas:

1. Las dimensiones de las cantidades físicas a ambos lados del signo de igualdad, deben ser las mismas.
2. Sólo pueden sumarse o restarse cantidades físicas de la misma dimensión.

Partiendo de las dimensiones: longitud (L), masa (M) y tiempo (T), obtendremos las ecuaciones dimensionales de algunas cantidades físicas.

a) Ecuación dimensional para el área:

$$A = |\ell|\,|\ell| = LL = L^2$$

b) Ecuación dimensional para el volumen:

$$V = |\ell|\,|\ell|\,|\ell| = LLL = L^3$$

c) Ecuación dimensional para la velocidad:

$$|\vec{v}| = \frac{|d|}{|t|} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

d) Ecuación dimensional para la aceleración

$$|a| = \frac{|v|}{|t|} = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

e) Ecuación dimensional para la fuerza:

$$|\vec{F}| = |m|\,|\vec{a}| = MLT^{-2}$$

f) Ecuación dimensional para el trabajo y la energía:

$$T = |\vec{F}|\,|\vec{d}| = MLT^{-2}\,L = ML^2\,T^{-2}$$

Si conocemos las dimensiones de una cantidad física, podemos trabajar las unidades correspondientes según el sistema de unidades. Por ejemplo, sabemos que las dimensiones para la fuerza son: M, L y T^{-2}, lo cual indica que para M utilizaremos el kilogramo, para L el metro y para T el segundo si el sistema es el SI:

$$MLT^{-2} = \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{newton} = \text{N}$$

El newton es la unidad de fuerza en el SI y se define de la siguiente manera: se aplica una fuerza de un newton cuando a un cuerpo cuya masa es de un kilogramo se le imprime una aceleración de un metro por segundo al cuadrado.

En el CGS tenemos:

$$MLT^{-2} = \text{g}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = \text{dina}$$

La dina es la unidad de fuerza en el sistema CGS y se define de la siguiente manera: se aplica una fuerza de una dina cuando a un cuerpo cuya masa es de un gramo se le imprime una aceleración de un centímetro por segundo al cuadrado.

Para obtener la equivalencia entre newtons y dinas, efectuamos la siguiente conversión de unidades:

$$\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{a} \quad \text{g}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$1\ \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{1 \times 10^3\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \times \frac{1 \times 10^2\ \text{cm}}{1\ \text{m}} =$$

$$1 \times 10^5 \text{ g } \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

donde: $1 \text{ N} = 1 \times 10^5$ dinas
o bien: $1 \text{ dina} = 1 \times 10^{-5} \text{ N}$

Al efectuar un análisis dimensional podemos comprobar si una fórmula física es correcta. Por ejemplo:

Demostrar que la fórmula $d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ es dimensionalmente válida.

Solución:

Sustituyendo las cantidades físicas por sus dimensiones tenemos que:

$$L = \frac{L}{T} T + \frac{L}{T^2} T^2 \therefore L = L$$

Dimensionalmente la fórmula es correcta, ya que se cumplen las dos reglas antes señaladas.

También existen cantidades adimensionales, es decir, que carecen de dimensiones, por eso no tienen unidades de medida, tal es el caso de la densidad relativa (ϱ_R) que para obtenerla dividimos unidades de densidad entre unidades de densidad, dando como resultado una cantidad adimensional. Veamos:

$$\varrho_R = \frac{\text{densidad}}{\text{densidad}}$$

donde:

$$\varrho_R = \frac{\frac{|M|}{|V|}}{\frac{|M|}{|V|}} = \frac{ML^{-3}}{ML^{-3}} = L^0 M^0 = 1$$

8 MEDICION DE DIFERENTES MAGNITUDES CON METODOS DIRECTOS E INDIRECTOS

Al realizar la medición de diferentes magnitudes nos encontramos que algunas de ellas las podemos medir directamente, tal es el caso de la longitud de una mesa mediante el empleo de una regla graduada o el espesor de una moneda utilizando el calibrador vernier, cuya aproximación es de centésimas de centímetro. También podemos medir la masa de un objeto si utilizamos una balanza; el volumen de un líquido mediante el empleo de una probeta graduada, o el tiempo en que un automóvil recorre cierta distancia, empleando un reloj. Sin embargo, no siempre es posible realizar mediciones directas; por eso se requiere de mediciones indirectas para determinar el valor de una magnitud. Ejemplo, el volumen de un cuerpo irregular se calcula empleando una probeta graduada en la cual primero debemos agregar agua y luego leer su volumen inicial; posteriormente se introduce el cuerpo irregular que desplazará un volumen de líquido equivalente a su volumen; leemos el volumen final y mediante la diferencia de volúmenes en la probeta, conoceremos el volumen del cuerpo. Cabe señalar que si el cuerpo es poroso el agua penetrará por estas cavidades y el desplazamiento del líqui-

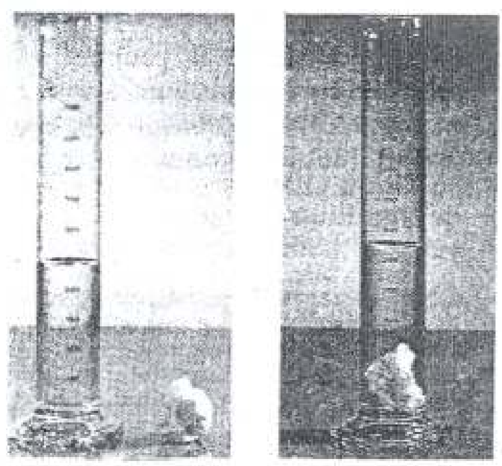


Fig. 2.4 Método indirecto para medir el volumen de un cuerpo irregular, empleando una probeta graduada. Volumen del cuerpo = Volumen final − Volumen inicial.

do no corresponderá al volumen del cuerpo, por tanto el resultado será aproximado (figura 2.4).

Otro ejemplo de método indirecto lo tenemos cuando empleamos un aparato llamado sonar para conocer la profundidad del mar en algún punto. El sonar consta de un emisor de sonidos, las ondas que envía se reflejan en el fondo y un colector recoge su eco, la distancia a la que se encuentra el fondo se calcula en función de la velocidad del sonido en el agua y el tiempo transcurrido entre la emisión y la recepción (figura 2.5). También calculamos el área de un rectángulo en forma indirecta si medimos su largo y después su ancho, para finalmente aplicar la fórmula largo por ancho igual al área.

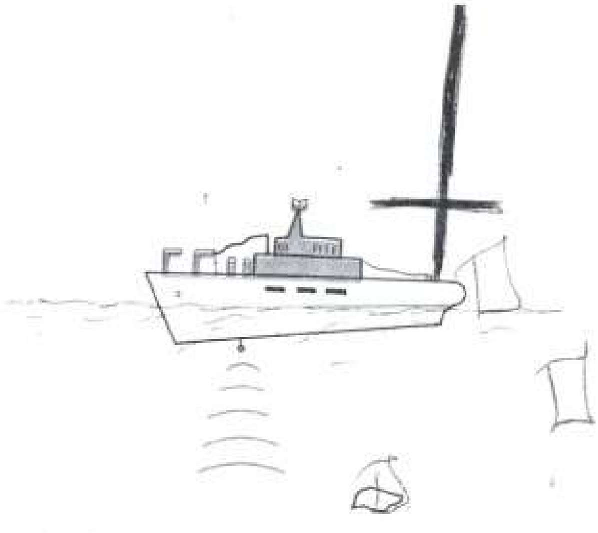


Fig. 2.5 Con el aparato llamado sonar se realiza el sondeo acuático para medir la profundidad del mar, según el tiempo que tarda en regresar el eco.

9 CLASES Y TIPOS DE ERROR

Al medir y comparar el valor verdadero o exacto de una magnitud y el valor obtenido siempre habrá una diferencia llamada error de medición. Por tanto, al no existir una medición exacta debemos procurar reducir al mínimo el error, empleando técnicas adecuadas y aparatos o instrumentos cuya precisión nos permitan obtener resultados satisfactorios. Una forma de reducir la magnitud del error es repetir el mayor número de veces posible la medición, pues el promedio de las mediciones resultará más confiable que cualquiera de ellas.

Clases de error en las mediciones

Los errores se dividen en dos clases:

Errores sistemáticos

Estos errores se presentan de manera constante a través de un conjunto de lecturas realizadas al hacer la medición de una magnitud determinada. Las fuentes o causas de esta clase de errores son:

a) Defecto en el instrumento de medición. Se produce al determinar el tiempo con un cronómetro que marche más rápido o más lento de lo debido.

b) Error de paralaje. Este se comete por una incorrecta postura del observador, la cual le impide hacer una adecuada lectura de la medición.

c) Mala calibración del aparato o instrumento usado. Se da por fallas de fabricación.

d) Error de escala. Se produce por el rango de precisión del instrumento empleado, lo que provocará una incertidumbre en la medición.

Errores circunstanciales (estocásticos o aleatorios)

Esta clase de errores no se repiten regularmente de una medición a otra, sino que varían y sus causas se deben a los efectos provocados por las variaciones de presión, humedad y temperatura del ambiente sobre los instrumentos. Así, por ejemplo, con la temperatura la longitud de una regla puede variar ligeramente de una medición a otra; o una balanza sensible puede dar variaciones pequeñas al medir varias veces la masa de un cuerpo. Los errores circunstanciales pueden llamarse estocásticos, ya que son difíciles de apreciar debido a que son muy pequeños y se producen en forma irregular o estocástica de una medición a otra, es decir, azarosa. También se les da el nombre de error aleatorio porque son el resultado de factores inciertos y, por lo tanto, tienen la misma posibilidad de ser positivos o negativos.

Tipos de error en las mediciones

Con objeto de cuantificar el error que se comete

al medir una magnitud, se consideran los siguientes tipos de error:

Error absoluto

Es la diferencia entre la medición y el valor promedio.

Error relativo

Es el cociente entre el error absoluto y el valor promedio. (Se expresa en valores absolutos sin importar el signo del error absoluto.)

Error porcentual

Es el error relativo multiplicado por 100, con lo cual queda expresado en por ciento.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE MEDICION

Los seis integrantes de un equipo de trabajo miden individualmente la longitud del laboratorio escolar y obtienen los siguiente datos:

1) 10.57 m	4) 10.53 m
2) 10.58 m	5) 10.59 m
3) 10.54 m	6) 10.57 m

Calcular:

a) El valor promedio de las mediciones.
b) El error absoluto de cada integrante.
c) La desviación media.
d) El error relativo individual.
e) El error porcentual de cada medición.

Solución:

a) Valor promedio =

$$\frac{\text{suma de todas las mediciones}}{\text{número de mediciones realizadas}}$$

Σ de mediciones

$$= 10.57 \text{ m} + 10.58 \text{ m} + 10.54 \text{ m} + 10.53 \text{ m} + 10.59 \text{ m} + 10.57$$
$$= 63.38 \text{ m}$$

$$\overline{X} = \frac{\Sigma \text{ de mediciones}}{\text{número de mediciones}} = \frac{63.38 \text{ m}}{6}$$

$$\overline{X} = 10.5633 \text{ m}$$

Como se observa, mientras las mediciones sólo tienen dos cifras decimales, el valor promedio tiene cuatro cifras decimales, por tanto, se debe redondear el valor promedio a fin de que su orden de magnitud y el de las mediciones sea el mismo, es decir, dos cifras decimales. Para ello, se sigue el procedimiento denominado redondeo de cifras. En este procedimiento se debe observar el digito a eliminar, sin tener en cuenta los digitos que están a la derecha de él y se aplican las siguientes reglas:

1. Si el primer digito a eliminar es menor que cinco, el digito más próximo a su izquierda queda igual. Ejemplo: si se desean redondear 8.74 y 5.32 a dos cifras significativas quedarían como 8.7 y 5.3, respectivamente.
2. Si el primer digito a eliminar es mayor o igual a cinco, el digito más próximo a su izquierda se incrementa en una unidad, ejemplos: 4.86 se redondea a 4.9; 9.75 se redondea a 9.8.

Con base en las reglas de redondeo de cifras nuestro valor promedio será:

$$\overline{X} = 10.56 \text{ m}$$

b) Error absoluto de las mediciones

$$E_A = \text{medición} - \text{valor promedio}$$

1) $10.57 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = 0.01 \text{ m}$
2) $10.58 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = 0.02 \text{ m}$
3) $10.54 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = -0.02 \text{ m}$
4) $10.53 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = -0.03 \text{ m}$
5) $10.59 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = 0.03 \text{ m}$
6) $10.57 \text{ m} - 10.56 \text{ m} = 0.01 \text{ m}$

Calcular el error absoluto o desviación absoluta de cada medición nos permite saber cómo se encuentra con respecto al valor promedio. Un error absoluto o desviación absoluta negativa indica que el valor de la medición es menor al valor promedio.

c) Desviación media

$\_\_ = \frac{63.38\ m}{6}$
ns

$\bar{X} = 10.5633\ m$

nediciones sólo
or promedio tie-
ito, se debe re-
e que su orden
s sea el mismo,
a ello, se sigue
ndeo de cifras.
servar el dígito
dígitos que es-
las siguientes

menor que cin-
izquierda que-
redondear 8.74
s quedarían co-
e.

s mayor o igual
a su izquierda
ejemplos: 4.86
dondea a 9.8.

ndeo de cifras

o

n
n

ción absoluta
cómo se en-
dio. Un error
va indica que
or promedio.

Como el valor promedio no representa realmente el valor exacto de la magnitud medida, debemos determinar el margen de error o desviación media que hay en nuestro valor promedio; para ello, bastará con obtener la media aritmética de los distintos errores absolutos. En nuestro caso sumaremos los seis valores absolutos, sin considerar su signo, y después dividiremos entre seis. Veamos:

$$\Sigma \text{ de valores} = 0.01\ m + 0.02\ m + 0.02\ m + 0.03\ m + 0.03\ m + 0.01\ m = 0.12\ m$$

$$Dm = \frac{\Sigma \text{ de valores}}{\text{número de valores}} = \frac{0.12\ m}{6}$$

$$Dm = 0.02\ m$$

Una vez determinada la desviación media, el error absoluto de nuestro valor promedio es de 0.02 m. De donde concluimos que la longitud del laboratorio escolar se reportaría como:

$$10.56\ m \pm 0.02\ m$$

Lo anterior significa que si se realiza otra medición de la longitud del laboratorio escolar, dicha medida estaría comprendida entre 10.54 m y 10.58 m.

d) Error relativo de las mediciones

$$E_R = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor promedio}}$$

1) $\frac{0.01\ m}{10.56\ m} = 0.000946$

2) $\frac{0.02\ m}{10.56\ m} = 0.001893$

3) $\frac{0.02\ m}{10.56\ m} = 0.001893$

4) $\frac{0.03\ m}{10.56\ m} = 0.002840$

5) $\frac{0.03\ m}{10.56\ m} = 0.002840$

6) $\frac{0.01\ m}{10.56\ m} = 0.000946$

e) Error porcentual de las mediciones

$$E_P = \text{Error relativo} \times 100$$

1) $0.000946 \times 100 = 0.0946\%$
2) $0.001893 \times 100 = 0.1893\%$
3) $0.001893 \times 100 = 0.1893\%$
4) $0.002840 \times 100 = 0.2840\%$
5) $0.002840 \times 100 = 0.2840\%$
6) $0.000946 \times 100 = 0.0946\%$

EJERCICIO PROPUESTO

Al medir el tiempo que tarda en caer un cuerpo desde cierta altura, se encontraron los siguientes datos:

1) 2.56 s	4) 2.52 s
2) 2.54 s	5) 2.57 s
3) 2.59 s	6) 2.51 s

Calcular:

a) El valor promedio de las mediciones.
b) El error absoluto, relativo y el porcentual para cada medición.
c) La desviación media.
d) ¿Cómo reportaría el valor del tiempo que tarda en caer el cuerpo?

Respuestas:

a) $\bar{X} = 2.55\ s$ (según las reglas de redondeo de cifras)

b) Errores absolutos:

1) 0.01	4) −0.03
2) −0.01	5) 0.02
3) 0.04	6) −0.04

Errores relativos:

1) 0.003921	4) 0.011764
2) 0.003921	5) 0.007843
3) 0.015686	6) 0.015686

Errores porcentuales:

1) 0.3921%	4) 1.1764%
2) 0.3921%	5) 0.7843%
3) 1.5686%	6) 1.5686%

c) *Dm* = 0.03 s (redondeando la cifra)
d) 2.55 s ± 0.03 s

10 ESTADISTICA ELEMENTAL EN EL ANALISIS DE MEDICIONES

Como señalamos anteriormente, no es posible efectuar una medición libre de error. Por ello, cuando se requiere llegar a resultados confiables se debe recurrir a algún método que permita reducir al mínimo el grado de incertidumbre y pueda obtenerse un valor cuya precisión esté de acuerdo con nuestras necesidades.

Es recomendable repetir la misma medición el mayor número de veces posible, buscando condiciones de confiabilidad, además de tomar en cuenta que los errores sistemáticos pueden reducirse o eliminarse cuando se conoce su origen; mientras los errores circunstanciales o estocásticos serán los únicos existentes.

Con objeto de hacer el análisis y la interpretación de los datos numéricos obtenidos al efectuar diferentes mediciones de alguna magnitud, evento o fenómeno, se emplean los métodos estadísticos que pueden ser muy complejos o sencillos, en ellos sólo se requiere: ordenar un conjunto de datos en tablas, construir gráficas y calcular promedios. Para los fines de nuestro curso nos ocuparemos únicamente de los conceptos básicos de la estadística a fin de efectuar el análisis de mediciones. Veamos algunos conceptos:

Universo o población

Es el conjunto de datos o resultados obtenidos.

Muestra

Cuando la población es muy grande resulta práctico trabajar sólo con una parte seleccionada de los datos, la cual recibe el nombre de muestra.

Frecuencia

Es el número de veces que se repite un dato.

Rango

Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de los datos.

Media aritmética

Es el valor promedio de todos los datos o valores obtenidos.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

donde: $\bar{X}$ = media aritmética
$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ = datos obtenidos
n = número de datos obtenidos

Moda

Es el dato que se repite con mayor frecuencia.

Mediana

Se determina ordenando los datos de acuerdo con su magnitud, de mayor a menor o viceversa, la mediana será el número que esté a la mitad.

Histograma

Es la gráfica que resulta de presentar en forma organizada la distribución de frecuencias en un sistema de coordenadas de acuerdo con las siguientes reglas:

1. El eje vertical representa a las frecuencias y el origen debe iniciarse con cero.
2. La parte más alta de la gráfica debe ser aproximadamente un cuarto menor a lo que mide de ancho total.
3. Las barras deben ser del mismo ancho.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE ESTADISTICA EN EL ANALISIS DE MEDICIONES

Al medir la masa de un cuerpo se encontraron los siguientes datos en gramos:

1) 451	12) 453	23) 453
2) 449	13) 454	24) 450
3) 450	14) 452	25) 452
4) 454	15) 454	26) 455
5) 456	16) 451	27) 457
6) 453	17) 452	28) 453

7) 455	18) 455	29) 454
8) 454	19) 456	30) 453
9) 457	20) 453	31) 458
10) 451	21) 452	32) 452
11) 456	22) 455	33) 453

a) Ordenar los datos en forma creciente.
b) Determinar la frecuencia con que se repite cada valor.
c) Calcular la media aritmética, la moda y la mediana.
d) Construir una gráfica de barras e interpretar su significado.

Solución:

a)

1) 449	12) 453	23) 454
2) 450	13) 453	24) 455
3) 450	14) 453	25) 455
4) 451	15) 453	26) 455
5) 451	16) 453	27) 455
6) 451	17) 453	28) 456
7) 452	18) 453	29) 456
8) 452	19) 454	30) 456
9) 452	20) 454	31) 457
10) 452	21) 454	32) 457
11) 452	22) 454	33) 458

b) Frecuencia de cada valor:

Masa (g)	Frecuencia	Masa (g) × Frecuencia
449	1	449
450	2	900
451	3	1353
452	5	2260
453	7	3171
454	5	2270
455	4	1820
456	3	1368
457	2	914
458	1	458
		Suma 14963

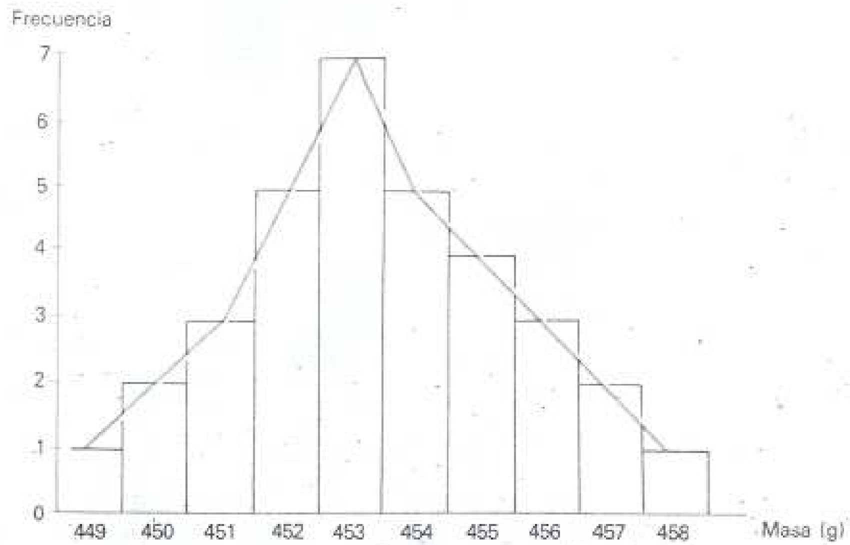
c) Media aritmética: $\bar{X} = \frac{14\,963}{33} = 453$ g

Moda = 453 g
Mediana = 453 g

d) Gráfica de barras e interpretación:

Al unir los puntos medios del extremo superior de las barras, se observa un pico o máximo en la curva, el cual indica el valor repetido con mayor frecuencia, es decir, la moda que en nuestro caso coincide exactamente con el valor promedio y la mediana. Sin embargo, esto no es una generalidad, pues en muchos casos varían ligeramente entre sí. Alrededor de la moda están distribuidos en forma simétrica los demás valores y se observa que algunos se alejan notablemente de ella.

El valor de mayor confiabilidad es el correspondiente a la moda y alrededor del mismo existe una zona de valores considerados con un error moderado. La validez de los resultados dependerá de la viabilidad de ser repetidos bajo el mismo método y condiciones.



MEDICION DE LONGITUDES CON EL VERNIER Y EL PALMER O TORNILLO MICROMETRICO

Objetivo: Aprender a medir longitudes pequeñas con una mayor precisión mediante el uso del vernier y el palmer.

Consideraciones teóricas

Cuando deseamos conocer el largo de una mesa, lo ancho de una ventana, la altura del piso al techo de una habitación o cualquier otra longitud, generalmente utilizamos un metro o una regla cuyas divisiones mínimas están hechas en milímetros. Por tanto, esa es su máxima precisión, pues cuando la medición que se realiza queda entre dos divisiones debemos estimar aproximadamente con la vista de cuántas décimas de milímetros se trata. Sin embargo, en muchas ocasiones se requiere de una mayor precisión cuando se desean conocer las dimensiones pequeñas de algunos cuerpos, como el espesor de la pared de un cilindro, el diámetro de un alambre, el diámetro interno o externo de un tubo, o la profundidad de una perforación pequeña, y en donde el uso de una regla graduada no satisface nuestras necesidades. Podemos emplear entonces el calibrador vernier cuya aproximación es de una décima de mm o el calibrador palmer, también llamado tornillo micrométrico, cuya aproximación es de una centésima de mm. La realización de esta actividad experimental nos permitirá aprender a manejar estos útiles instrumentos de medición.

Material empleado

Un vernier, un palmer y algunos cuerpos pequeños para ser medidos (tornillo, alambre, moneda, balín, tubo de ensayo, hoja de papel, placa de vidrio, etcétera).

Desarrollo de la actividad experimental

1. Observe el vernier que tiene en su mesa de trabajo, identifique el nombre de sus partes al compararlo con la figura 2.6 y comprobará la existencia de dos escalas, una fija y la otra móvil. La fija está dividida en milímetros y la móvil en diez partes iguales.
2. Junte totalmente las dos puntas del vernier y haga coincidir el cero de la escala móvil con el de la escala fija; observará que las diez divisiones de la móvil corresponden a nueve milímetros de la fija, es decir, cada división equivale a 9/10 de milímetro. En realidad éste es el único detalle de construcción del vernier.

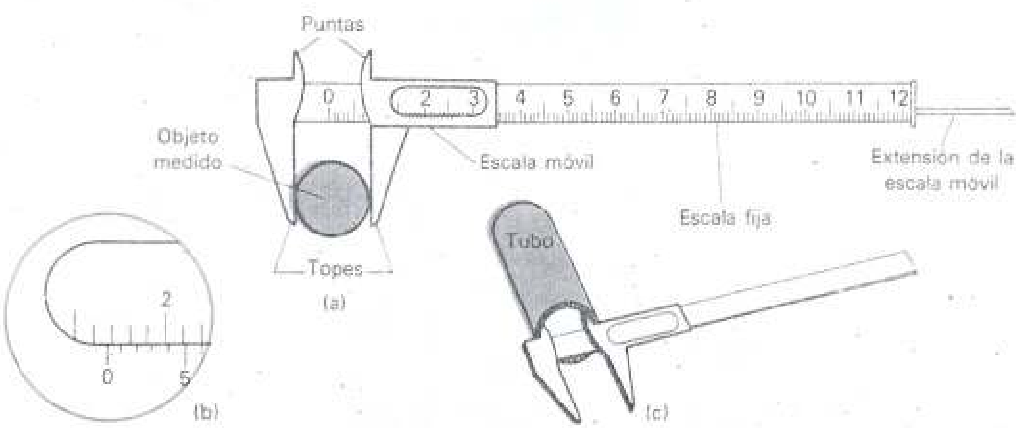


Fig. 2.6 El vernier o pie de rey sirve para medir pequeñas longitudes con una aproximación de 1/100 de cm, o bien, de 1/10 de mm.

3. Con el propósito de aprender el manejo del vernier, observe la figura 2.6. En (a) se ha colocado un balín entre los topes para medir su diámetro. En (b) se aumentó la parte graduada donde se hace la lectura. La primera línea correspondiente al cero de la escala móvil indica en forma directa la parte entera en centímetros y milímetros de la medición, la cual según nuestro ejemplo es 1.6 cm y un poco más. El vernier permite obtener con precisión la cifra faltante, a fin de conocer el diámetro del balín hasta centésimas de centímetro (0.01 cm) o décimas de milímetro (0.1 mm). Para ello, basta identificar qué línea de la escala móvil coincide casi exactamente con una línea de la escala fija. La respuesta a esta pregunta es la línea seis, por tanto, el diámetro del balín es de 1.66 cm, o bien, 16.6 mm.
4. Ahora que conoce cómo se hace la lectura de una longitud pequeña mediante el uso del vernier, determine espesores, diámetros internos, externos y profundidades, y anote sus resultados. No olvide repetir cada medición el mayor número de veces posible, si el resultado varía un poco de una medición a otra, obtenga el valor promedio. Compare sus resultados con los obtenidos por sus compañeros de equipo que hayan determinado las medidas de los mismos cuerpos. Si hay diferencias notables vuelvan a realizar sus mediciones, detecten dónde está el error e intercambien comentarios.
5. Aprenda ahora a usar el palmer o tornillo micrométrico, para ello, examine el que tiene en su mesa de trabajo e identifique el nombre de sus partes al confrontarlo con la figura 2.7. Este instrumento consta de un marco en forma de U, en la parte interna de uno de sus extremos tiene un tope fijo y por el otro penetra un tornillo, el cual por cada paso o vuelta completa del tambor avanza generalmente medio milímetro. Tiene dos escalas, una paralela al eje del tornillo graduado en milímetros y otra dividida en varias partes iguales al borde del tambor, es decir, en el nonio. A continuación gire el tambor hasta que pueda ver los números cinco y diez en la escala graduada, ¿cuánto vale cada división de la escala? Observe ahora la escala del nonio, ¿cuántas divisiones tiene en todo su perímetro?
6. Gire el tambor hasta que el cero del nonio coincida con el número cinco de la escala graduada. Dele vuelta al tambor hasta ver el número seis de la escala graduada. ¿Cuántas vueltas completas necesitó dar el tambor?
7. El palmer o tornillo micrométrico permite obtener longitudes con una aproximación de milésimas de centímetro (0.001 cm) o centésimas de milímetro (0.01 mm). La parte entera en milímetros se leerá en la escala graduada y las fracciones de milímetro en las divisiones del nonio. De acuerdo con nuestra figura 2.7 la lectura del diámetro del balín que está colocado entre los topes es de 12.20 mm equivalente a 1.220 cm.

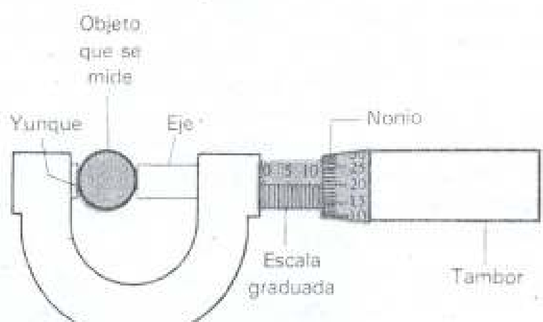


Fig. 2.7 El calibrador palmer o tornillo micrométrico sirve para medir pequeñas longitudes con una aproximación de 1/1000 de cm, o bien, de 1/100 de mm.

8. Coloque entre los topes del palmer algún objeto, evite apretarlo demasiado para no dañar al instrumento. Haga su lectura y repita su medición varias veces, si el resultado varía un poco de una medición a otra, obtenga el valor promedio de ellas y anótelo en su tabla de datos, identifique qué medida se determina, de qué cuerpo se trata y cuánto vale. Para practicar el uso del palmer mida varios objetos y compare sus resultados con los de sus compañeros que hayan efectuado las mismas mediciones.

Cuestionario

1. Diga qué instrumento utilizaría: regla graduada, vernier o palmer, para hacer las siguientes mediciones con la mayor precisión posible. a) Espesor de una moneda; b) Altura de una puerta; c) Diámetro de un balín; d) Diámetro interior de un tubo metálico; e) Espesor de una placa de vidrio; f) Diámetro de un balón de futbol soccer; g) Una pequeña profundidad en una roca.
2. ¿Qué instrumento de medición es de mayor precisión, el vernier o el palmer? Justifique su respuesta.
3. ¿Por qué es recomendable repetir varias veces una misma medición?
4. ¿Qué se entiende por valor promedio de una medición?
5. Construya con cartulina gruesa un modelo de vernier.

RESUMEN

1. Desde tiempos muy remotos el hombre ha tenido la necesidad de *medir*, pero el problema ha sido encontrar el patrón de medida. Durante mucho tiempo existió una gran anarquía en las unidades de medida, pues todo país grande y rico establecía sus propias medidas para demostrar su poderío. Fue hasta 1795 cuando se establece por primera vez un sistema de unidades bien definido en el mundo: el Sistema Métrico Decimal.
2. *Magnitud* es todo aquello que se puede medir. *Medir* es comparar una magnitud con otra de la misma especie, la cual en forma convencional se toma como base o patrón de medida. *Unidad de medida o patrón* es aquella magnitud de valor conocido y perfectamente definido que se utiliza como referencia para medir y expresar el valor de otras magnitudes de la misma especie.
3. Existen actualmente varios sistemas de unidades utilizados para la medición de las diferentes magnitudes, como son: el *Inglés*, el *CGS*, el *Internacional* y los llamados *Sistemas Gravitacionales* o de *Ingeniería*, que en lugar de masa se refieren al peso. Con objeto de establecer un solo sistema de unidades que sea empleado por todos los países, en 1960 científicos y técnicos de todo el mundo se reunieron en Ginebra, Suiza, y acordaron adoptar el *Sistema Internacional de Unidades (SI)*. Este sistema se basa en el llamado *MKS*, iniciales que corresponden a metro, kilogramo y segundo. No obstante, aún siguen usándose los otros sistemas ya señalados; pero tarde o temprano, cuando los industriales de todo el mundo se convenzan de las ventajas de usar uno solo, por fin la humanidad utilizará únicamente el Internacional de Unidades (SI). Las unidades que utiliza el SI para medir las magnitudes fundamentales son: *metro* para longitud, *kilogramo* para masa, *segundo* para tiempo, *grado Kelvin* para temperatura, *ampere* para la intensidad de co-

rriente, *candela* para la intensidad luminosa y el *mol* para la cantidad de sustancia. Los símbolos de las unidades se escriben con minúscula a menos que se trate de nombres propios, en tal caso será con mayúscula. Los símbolos se escriben en singular y sin punto. Ejemplos: 5 kilogramos = 5 kg, 4 kilómetros = 4 km, 5 newtons = 5 N, 6 amperes = 6 A, etcétera.

4. Para hacer la medición de una magnitud existen métodos que pueden ser *directos*, como medir la longitud de una mesa usando una regla graduada o el volumen de un líquido empleando una probeta graduada. El método es *indirecto* cuando en la determinación de una magnitud se tienen que seguir varios pasos, o bien, aplicar alguna fórmula matemática. Por ejemplo, al medir el volumen de un cuerpo irregular con una probeta graduada, o el calcular el área de un rectángulo al medir su largo y ancho para aplicar finalmente la fórmula correspondiente.

5. Entre el valor verdadero o exacto de una magnitud y el valor obtenido al medirla, siempre existirá una diferencia llamada *error de medición*. Para reducir al máximo el error en una medición, deben usarse técnicas convenientes e instrumentos y aparatos precisos. Es conveniente, siempre que sea posible, repetir el mayor número de veces una medición y obtener el promedio de ellas. Las clases de error son: a) *Errores sistemáticos*. Son los que influyen en forma constante en todas las mediciones realizadas y se deben a defectos en el instrumento de medición, error de paralelaje, mala calibración del instrumento o aparato y error de escala. b) *Errores circunstanciales* también llamados estocásticos o aleatorios. Estos errores no se repiten regularmente de una medición a otra, se deben a los efectos provocados por las variaciones de presión, humedad y temperatura del ambiente sobre los instrumentos. Para cuantificar los errores se tienen los siguientes tipos: absoluto, relativo y porcentual.

6. Para hacer el análisis y la interpretación de los datos numéricos obtenidos al efectuar mediciones de alguna magnitud, evento o fenómeno, se emplean los *métodos estadísticos* que pueden ser muy complejos o sencillos en los cuales sólo se requiere ordenar un conjunto de datos en tablas, construir gráficas y calcular promedios. Algunos de los términos más usados en la estadística son: *universo o población*, que es el conjunto de datos o resultados obtenidos; *muestra*, es una parte seleccionada de los datos; *frecuencia*, número de veces que se repite un dato; *rango*, diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de los datos; *media aritmética*, valor promedio de todos los datos o valores obtenidos; *moda*, dato que se repite con mayor frecuencia; *mediana*, se determina ordenando los datos de acuerdo con su magnitud de mayor a menor o viceversa, es el número que está a la mitad; *histograma*, gráfica que resulta de presentar en forma organizada la distribución de frecuencias en un sistema de coordenadas.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Definir qué se entiende por magnitud, medir y unidad de medida. (Sección 1)
2. ¿Considera una ventaja o desventaja la existencia de varios sistemas de unidades? Justifique su respuesta. (Sección 2)
3. ¿Qué beneficios representará el uso exclusivo del Sistema Internacional de Unidades (SI) a nivel mundial? (Sección 2)
4. Escriba las unidades que utiliza el Sistema Internacional para medir las siguientes magnitudes: longitud, masa, tiempo, área, volumen, velocidad, aceleración y fuerza. (Sección 4)
5. Mencione cuáles son las reglas establecidas para escribir los símbolos de las unidades de medida. (Sección 4)
6. Explique cuáles son los sistemas de unidades absolutos que aún se utilizan y por qué se les llama así. (Sección 4)
7. ¿Cuáles son los Sistemas de Unidades Técnicas o Gravitacionales que se utilizan y en qué se diferencian de los absolutos? (Sección 5)
8. Escriba las siguientes magnitudes utilizando la simbología correcta: 1 500 metros, 25 kilómetros, 30 megámetros, 2 micrómetros, 250 miligramos, 480 gramos, 3.5 kilogramos, 20 megagramos, 3 milisegundos, 20 microsegundos, 4 kilosegundos, 60 kilonewtons, 10 newtons, 160 decinewtons. (Sección 4)
9. Efectúe las siguientes conversiones de unidades. (Sección 6)

   a) 25 m a cm
   b) 15 cm a m
   c) 200 g a kg
   d) 0.75 kg a g
   e) 2 h a min
   f) 15 min a h
   g) 15 km/h a m/s
   h) 0.2 m/s a km/h
   i) 0.05 m^2 a cm^2
   j) 4.5 millas/h a m/s
   k) 4 m^3/s a cm^3/s
   l) 2 $pies^3$/s a m^3/s
   m) 10 $\vec{kg}$ a N
   n) 3 N a dinas
   o) 15 $\vec{lb}$ a $\vec{kg}$
   p) 1500 N a $\vec{kg}$
   q) 120°C a °F y °K
   r) 200°F a °C y °K

10. Para medir la distancia que hay entre la Tierra y la Luna se envió desde nuestro planeta un rayo laser que viaja a la velocidad de la luz (300 000 km/s), se midió el tiempo que tardó en ir a nuestro satélite y regresar a la Tierra después de reflejarse y la distancia se encontró con la expresión: $d = vt$. ¿Qué método se empleó para conocer la distancia entre la Tierra y la Luna, el directo o el indirecto? Justifique su respuesta. (Sección 8)
11. Escriba el concepto de error de medición. (Sección 9)
12. Explique cómo puede reducirse al mínimo el error cometido en una medición. (Sección 9)

13. ¿Es posible lograr una medición exacta de alguna magnitud? Sí o no y por qué. (Sección 9)
14. ¿Cuáles son las clases de error en las mediciones? (Sección 9)
15. ¿Qué se entiende por error absoluto, relativo y porcentual? (Sección 9)
16. Demuestre si dimensionalmente es correcta la siguiente fórmula. (Sección 7)

$$d = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a}$$

17. ¿Cuál es el objeto de utilizar métodos estadísticos en el estudio de la Física? (Sección 10)
18. Defina los siguientes conceptos estadísticos: universo o población, muestra, frecuencia, rango, media aritmética, moda, mediana e histograma. (Sección 10)
19. Explique cuáles son las tres reglas que se deben seguir para construir un histograma. (Sección 10)

3 ALGEBRA VECTORIAL

En nuestra vida diaria constantemente nos referimos a diferentes magnitudes físicas. Por ejemplo, cuando compramos azúcar pedimos 1 kg, 2 kg, 5 kg o un costal de 50 kg. De igual manera, al hablar de la temperatura del ambiente nos referimos a 20°C, 25°C, 30°C o 45°C, según la estación del año. Al buscar un terreno para construir una casa, especificamos si lo deseamos de 120 m^2, 200 m^2 o 300 m^2. En los casos anteriores al hablar de masa, temperatura y área o superficie, respectivamente, para definirlas bastó señalar la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida. Estas y otras magnitudes, como la longitud, el tiempo, el volumen, la densidad y la frecuencia, reciben el nombre de magnitudes escalares. Por definición: una magnitud escalar es aquella que queda perfectamente definida con sólo indicar su cantidad expresada en números y la unidad de medida.

Existe otra clase de magnitudes que para definirlas, además de la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida, se necesita indicar claramente la dirección y el sentido en que actúan; estas magnitudes reciben el nombre de vectoriales. Por ejemplo, cuando una persona visita la Ciudad de México y nos pregunta cómo llegar al Castillo de Chapultepec, dependiendo de dónde se encuentre le diremos aproximadamente a qué distancia está y la dirección a seguir. Lo mismo sucede cuando hablamos de la fuerza que se debe aplicar a un cuerpo, pues aparte de señalar su valor debemos especificar si la fuerza se aplicará hacia arriba o hacia abajo, a la derecha o a la izquierda, hacia el frente o hacia atrás. Además de los dos ejemplos anteriores de desplazamiento y fuerza, existen entre otras las siguientes magnitudes vectoriales: velocidad, aceleración, impulso mecánico y cantidad de movimiento.

Cualquier magnitud vectorial puede ser representada gráficamente por medio de una flecha llamada vector, la cual es un segmento de recta dirigido. Para simbolizar una magnitud vectorial trazamos una flechita horizontal sobre la letra que la define; veamos: $\vec{v}$, $\vec{d}$, $\vec{F}$ y $\vec{a}$ representan un vector velocidad, desplazamiento, fuerza y aceleración, respectivamente. Si se desea expresar sólo la magnitud del vector, la letra se coloca entre barras: $|v|$, $|d|$, $|F|$ y $|a|$. Un conjunto formado por dos o más vectores es un sistema de vectores. Un sistema de vectores coplanares es aquel en el cual los vectores se encuentran en el mismo plano, o sea, en dos ejes; si están en diferente plano, o en tres ejes, son no coplanares. Un sistema de vectores colineales se presenta cuando los vectores se localizan en la misma dirección o línea de acción. Un sistema de vectores es concurrente cuando la dirección o línea de acción de los vectores se cruza en algún punto; el punto de cruce constituye el punto de aplicación de los vectores. Para sumar magnitudes vectoriales necesitamos utilizar métodos especiales, ya sean gráficos, como el del paralelogramo y el del polígono, o analíticos, porque los vectores no pueden sumarse aritméticamente por tener dirección y sentido.

1 CARACTERISTICAS DE UN VECTOR

Un vector cualquiera tiene las siguientes características:

1. Punto de aplicación u origen.
2. Magnitud, intensidad o módulo del vector. Indica su valor y se representa por la longitud del vector de acuerdo con una escala convencional.
3. Dirección. Señala la línea sobre la cual actúa, puede ser horizontal, vertical u oblicua.
4. Sentido. Indica hacia dónde va el vector, ya sea hacia arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda, y queda señalado por la punta de la flecha. El sentido del vector se identifica en forma convencional con signos (+) o (−) según a donde vaya:

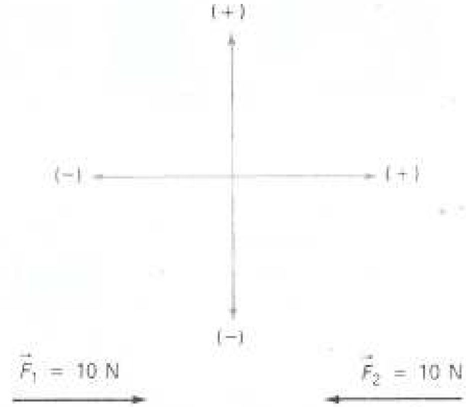


Fig. 3.1 Estos dos vectores tienen la misma dirección y magnitud, pero diferente sentido.

2 COMO ESTABLECER LA ESCALA DE UN VECTOR

Para representar un vector necesitamos una escala convencional, la cual estableceremos según nuestras necesidades, de acuerdo con la magnitud del vector y el tamaño que se le desee dar. Si queremos representar un vector en una cartulina no usaremos la misma escala que si lo hacemos en una hoja de nuestro cuaderno. Por ejemplo, si se desea representar en la cartulina un vector fuerza de 350 N, dirección horizontal y sentido positivo, podemos usar una escala de 1 cm igual a 10 N; así, con sólo medir y trazar una línea de 35 cm estará representado. Pero en nuestro cuaderno esta escala sería muy grande, lo recomendable es una escala de 1 cm = 100 N para que al medir 3.5 cm esté representado nuestro vector de la siguiente manera:

Escala: 1 cm = 100 N

$F = 350$ N (longitud del vector: 3.5 cm)

En general lo recomendable es usar escalas de 1:1, 1:10, 1:100 y 1:1000, siempre que sea posible. Por ejemplo, si tenemos cuatro vectores, todos ellos de dirección horizontal y con sentido (+), cuyos valores son:

$\vec{F}_1 = 3.5$ N; $\vec{F}_2 = 40$ N;

$\vec{F}_3 = 580$ N; $\vec{F}_4 = 4200$ N

y queremos representarlos gráfica e individualmente en nuestro cuaderno, las escalas recomendables serían:

Para $\vec{F}_1$: 1 cm = 1 N; para $\vec{F}_2$: 1 cm = 10 N;

Para $\vec{F}_3$: 1 cm = 100 N; para $\vec{F}_4$: 1 cm = 1000 N

3 VECTORES COPLANARES Y NO COPLANARES

Los vectores pueden clasificarse en coplanares, si se encuentran en el mismo plano, o en dos ejes, y no coplanares si están en diferente plano, es decir, en tres ejes

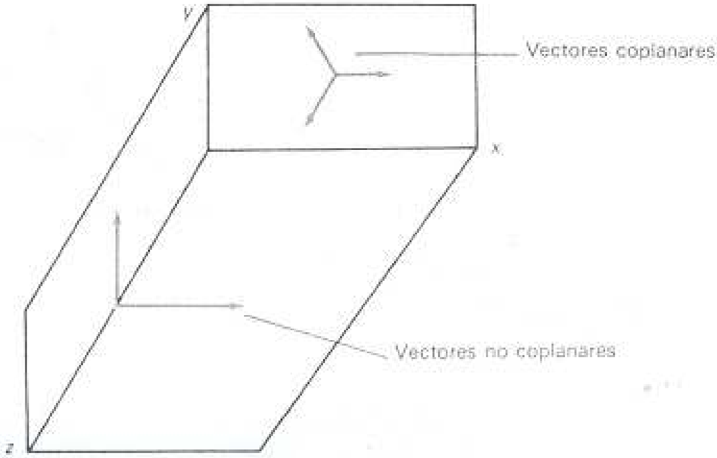


Fig. 3.2 Ejemplo de vectores coplanares y no coplanares.

4 SISTEMA DE VECTORES COLINEALES

Se tiene un sistema de vectores colineales cuando dos o más vectores se encuentran en la misma dirección o línea de acción (figura 3.3). Un vector colineal será positivo si su sentido es hacia la derecha o hacia arriba, y negativo si su sentido es hacia la izquierda o hacia abajo.

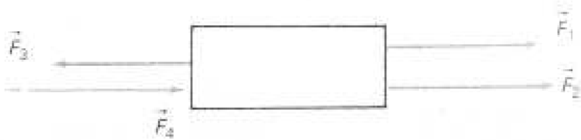


Fig. 3.3 Sistema de vectores colineales.

5 SISTEMA DE VECTORES CONCURRENTES

Un sistema de vectores es concurrente cuando la dirección o línea de acción de los vectores se cruza en algún punto; el punto de cruce constituye el punto de aplicación de los vectores (figura 3.4). A estos vectores se les llama angulares o concurrentes, porque forman un ángulo entre ellos.

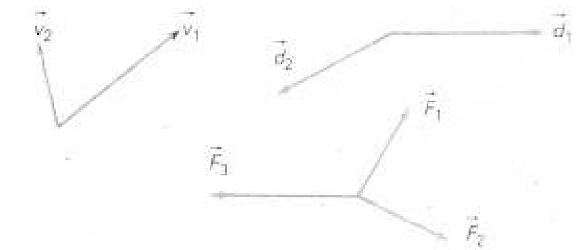


Fig. 3.4 Ejemplos de vectores concurrentes.

6 RESULTANTE Y EQUILIBRANTE DE UN SISTEMA DE VECTORES

La resultante de un sistema de vectores es el vector que produce el mismo efecto que los demás vectores del sistema. Por ello, un vector resultante es aquél capaz de sustituir un sistema de vectores.

La equilibrante de un sistema de vectores, como su nombre lo indica, es el vector encargado de equilibrar el sistema. Por tanto, tiene la misma magnitud y dirección que la resultante, pero con sentido contrario (figura 3.5).

Cuando necesitamos sumar dos o más magnitudes escalares de la misma especie lo hacemos aritméticamente. Por ejemplo, 2 kg + 5 kg = 7 kg; 20 m² + 10 m² + 5 m² = 35 m²; 3 h + 4 h = 7 h; 200°K + 100°K = 300°K. Sin embargo, para sumar magnitudes vectoriales, que como ya mencionamos aparte de magnitud tienen dirección y sentido, debemos utilizar métodos diferentes a una simple suma aritmética. Estos métodos pueden ser gráficos o analíticos, pero en ambos casos se consideran además de la magnitud del vector, su dirección y sentido.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE SUMA DE VECTORES

Un jinete y su caballo cabalgan 3 km al Norte y después 4 km al Oeste.
Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total que recorren?
b) ¿Cuál fue su desplazamiento?

Solución:

a) Como la distancia es una magnitud escalar, encontramos la distancia total recorrida al sumar aritméticamente las dos distancias:

$$d_t = d_1 + d_2 = 3\text{ km} + 4\text{ km} = 7\text{ km}$$

b) Para encontrar su desplazamiento, que es una magnitud vectorial toda vez que corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos (el de partida y el de llegada), debemos hacer un diagrama vectorial. Para ello, dibujamos a escala el primer desplazamiento de 3 km realizado al Norte, representado por $\vec{d}_1$, y después el segundo desplazamiento de 4 km al Oeste representado por $\vec{d}_2$ (figura 3.8). Posteriormente, unimos el origen del vector $\vec{d}_1$ con el extremo del vector $\vec{d}_2$ a fin de encontrar el vector resultante $\vec{R}$ equivalente a la suma vectorial de los dos desplazamientos. El origen del vector resultante $\vec{R}$ es el mismo que tiene el origen del vector $\vec{d}_1$ y su extremo coincide con el del vector $\vec{d}_2$. Para calcular la magnitud de $\vec{R}$ medimos su longitud de acuerdo con la escala utilizada y su dirección se determina por el ángulo α que forma. Así, encontramos que $\vec{R}$ = 5 km con un ángulo α de 37° en dirección Noroeste

Escala: 1 cm = 1 km

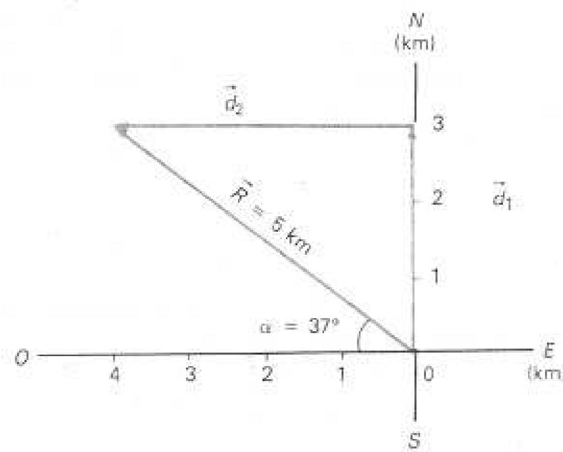


Fig. 3.8 Suma vectorial de $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$.

2. Una lancha de motor efectúa los siguientes desplazamientos: 300 m al Oeste, 200 m al Norte, 350 m al Noreste y 150 m al Sur.
Calcular:
a) ¿Qué distancia total recorre?
b) Determinar gráficamente cuál es su desplazamiento resultante, en qué dirección actúa y cuál es el valor de su ángulo medido con respecto al Oeste.

Solución:

a) La distancia total es igual a:

$$d_t = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

$$d_t = 300\text{ m} + 200\text{ m} + 350\text{ m} + 150\text{ m} = 1000\text{ m}$$

8 SUMA DE VECTORES

Cuando necesitamos sumar dos o más magnitudes escalares de la misma especie lo hacemos aritméticamente. Por ejemplo, 2 kg + 5 kg = 7 kg; 20 m^2 + 10 m^2 + 5 m^2 = 35 m^2; 3 h + 4 h = 7 h; 200°K + 100°K = 300°K. Sin embargo, para sumar magnitudes vectoriales, que como ya mencionamos aparte de magnitud tienen dirección y sentido, debemos utilizar métodos diferentes a una simple suma aritmética. Estos métodos pueden ser gráficos o analíticos, pero en ambos casos se consideran además de la magnitud del vector, su dirección y sentido.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE SUMA DE VECTORES

Un jinete y su caballo cabalgan 3 km al Norte y después 4 km al Oeste.
Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total que recorren?
b) ¿Cuál fue su desplazamiento?

Solución:

a) Como la distancia es una magnitud escalar, encontramos la distancia total recorrida al sumar aritméticamente las dos distancias:

$$d_t = d_1 + d_2 = 3\text{ km} + 4\text{ km} = 7\text{ km}$$

b) Para encontrar su desplazamiento, que es una magnitud vectorial toda vez que corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos (el de partida y el de llegada), debemos hacer un diagrama vectorial. Para ello, dibujamos a escala el primer desplazamiento de 3 km realizado al Norte, representado por $\vec{d}_1$, y después el segundo desplazamiento de 4 km al Oeste representado por $\vec{d}_2$ (figura 3.8). Posteriormente, unimos el origen del vector $\vec{d}_1$ con el extremo del vector $\vec{d}_2$ a fin de encontrar el vector resultante $\vec{R}$ equivalente a la suma vectorial de los dos desplazamientos. El origen del vector resultante $\vec{R}$ es el mismo que tiene el origen del vector $\vec{d}_1$ y su extremo coincide con el del vector $\vec{d}_2$. Para calcular la magnitud de $\vec{R}$ medimos su longitud de acuerdo con la escala utilizada y su dirección se determina por el ángulo α que forma. Así, encontramos que $\vec{R}$ = 5 km con un ángulo α de 37° en dirección Noroeste

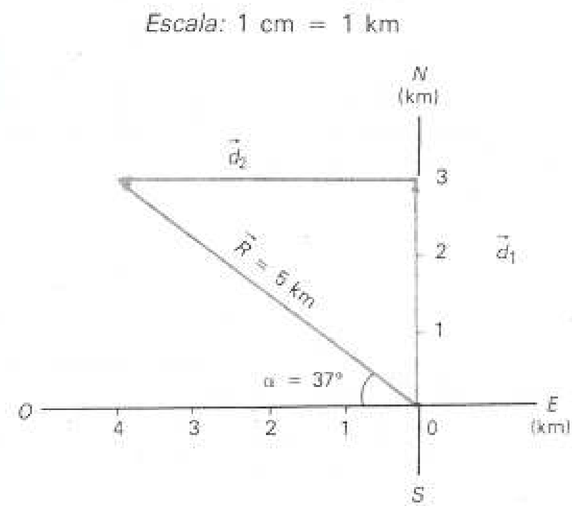


Fig. 3.8 Suma vectorial de $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$.

2. Una lancha de motor efectúa los siguientes desplazamientos: 300 m al Oeste, 200 m al Norte, 350 m al Noreste y 150 m al Sur.
Calcular:
a) ¿Qué distancia total recorre?
b) Determinar gráficamente cuál es su desplazamiento resultante, en qué dirección actúa y cuál es el valor de su ángulo medido con respecto al Oeste.

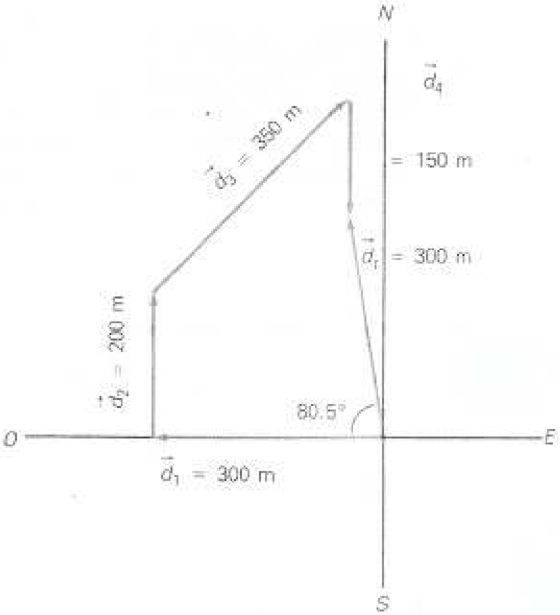
Solución:

a) La distancia total es igual a:

$$d_t = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

$$d_t = 300\text{ m} + 200\text{ m} + 350\text{ m} + 150\text{ m} = 1000\text{ m}$$

b) *Escala:* 1 cm = 100 m



Como se ve en la figura el desplazamiento total de la lancha es de 300 m en una dirección Noroeste que forma un ángulo de 80.5° medido con respecto al Oeste.

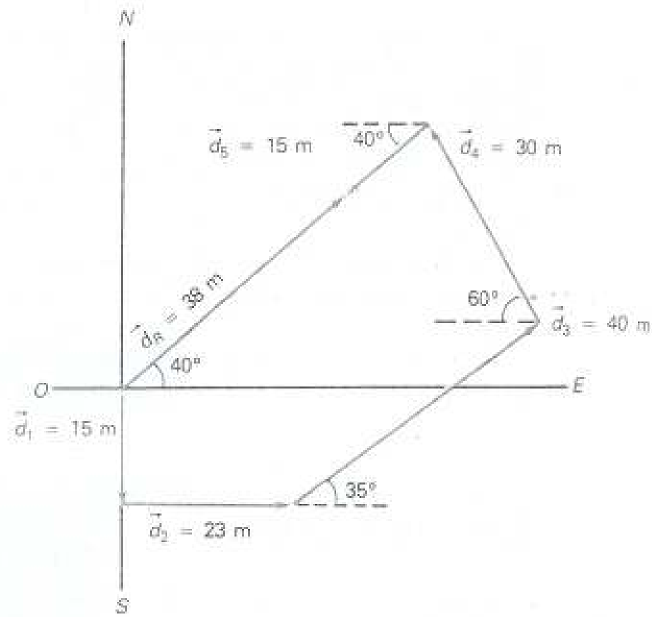
3. Una ardilla camina en busca de comida, efectuando los siguientes desplazamientos: 15 m al Sur, 23 m al Este, 40 m en dirección Noreste con un ángulo de 35° medido respecto al Este, 30 m en dirección Noroeste que forma un ángulo de 60° medido con respecto al Oeste, y finalmente 15 m en una dirección Suroeste con un ángulo de 40° medido respecto al Oeste.
Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total recorrida?
b) Mediante una escala conveniente represente gráficamente los desplazamientos; determine el valor del desplazamiento resultante, la dirección en que se efectúa y el valor del ángulo formado con respecto al Este.

Solución:

a) La distancia total es igual a:

$$d_t = 15 \text{ m} + 23 \text{ m} + 40 \text{ m} + 30 \text{ m} + 15 \text{ m} = 123 \text{ m}$$

b) *Escala:* 1 cm = 10 m



Al medir el desplazamiento resultante encontramos que es igual a 38 m en una dirección Noreste con un ángulo de 40° medido respecto al Este.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un ciclista efectúa dos desplazamientos, el primero de 7 km al Norte y el segundo de 5 km al Este.

Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total recorrida por el deportista?
b) Encuentre gráficamente cuál es su desplazamiento resultante, así como la dirección en que actúa y el valor del ángulo medido respecto al Este.

Respuestas:

a) $d_t = 12$ km
b) $\vec{d} = 8.6$ km en dirección Noreste con un ángulo de 54° respecto al Este.

2. Un jugador de futbol americano efectúa los siguientes desplazamientos: 6 m al Este, 4 m en dirección Noreste y finalmente 2 m al Norte.

Calcular:

a) ¿Cuál es la distancia total que recorre?
b) Encuentre en forma gráfica cuál fue su desplazamiento resultante, en qué dirección actúa y cuál es el valor del ángulo medido con respecto al Este.

Respuestas:

a) d_t = 12 m
b) $\vec{d}$ = 10.1 m en dirección Noreste con un ángulo de 29° respecto al Este.

3. Un camello en el desierto realiza los siguientes desplazamientos: 3 km al Sur, 4 km al Este, 2.5 km en dirección Noreste con un ángulo de 37° medido respecto al Este, y 2.4 km al Norte.
Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total recorrida por el camello?
b) Determine gráficamente cuál fue su desplazamiento resultante, su dirección y el valor del ángulo medido con respecto al Este.
Respuestas:
a) d_t = 11.9 km
b) $\vec{d}$ = 6.1 km en dirección Noreste con un ángulo de 9° medido respecto al Este.

4. Una lancha de vela realiza los siguientes desplazamientos: 300 m al Oeste, 200 m al Norte, 350 m en dirección Noroeste formando un ángulo de 40° medido con respecto al Oeste, 600 m al Sur y finalmente 250 m en dirección Sureste formando un ángulo de 30° medido con respecto al Este.
Calcular:
a) ¿Cuál es la distancia total recorrida?
b) Determinar gráficamente el valor del desplazamiento resultante, la dirección en que se efectúa y el valor del ángulo formado respecto al Oeste.
Respuestas:
a) d_t = 1700 m
b) $\vec{d}$ = 460 m en dirección Suroeste con un ángulo de 41.5° medido con respecto al Oeste.

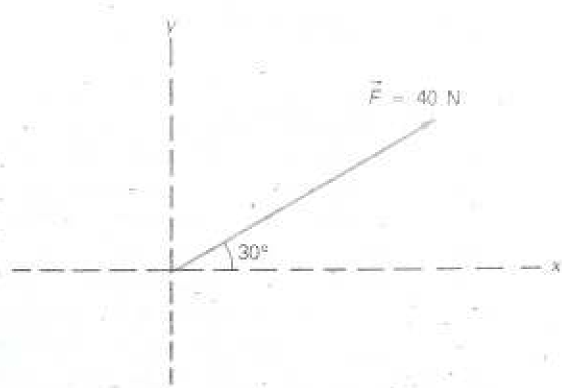
9 COMPOSICION Y DESCOMPOSICION RECTANGULAR DE VECTORES

Un sistema de vectores puede sustituirse por otro equivalente, el cual contenga un número mayor o menor de vectores que el sistema considerado. Si el sistema equivalente tiene un número mayor de vectores, el procedimiento se llama descomposición. Si el sistema equivalente tiene un número menor de vectores, el procedimiento se denomina composición.

Se llaman componentes de un vector aquellos que lo sustituyen en la descomposición. Por ejemplo:

Encontrar gráfica y analíticamente las componentes rectangulares del siguiente vector:

Escala: 1 cm = 10 N

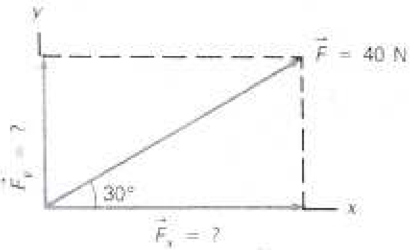


Método gráfico:

Para encontrar en forma gráfica los componentes rectangulares o perpendiculares del vector, primero tenemos que establecer una escala. Para este caso puede ser: 1 cm = 10 N.

Trazamos nuestro vector al medir el ángulo de 30° con el transportador. Después, a partir del extremo del vector, trazamos una línea hacia el eje de las x y otra hacia el eje de las y. En el punto de intersección del eje x quedará el extremo del vector componente $\vec{F}_x$. En el punto de intersección del eje y quedará el extremo del vector componente $\vec{F}_y$. En ambos componentes su origen será el mismo que tiene el vector $\vec{F} = 40$ N, el cual estamos descomponiendo:

Escala: 1 cm = 10 N



$\vec{F}_y$ = 20 N

$\vec{F}_x$ = 34 N

Para encontrar el valor de la componente en x del vector $\vec{F}$, o $\vec{F}_x$, basta medir con la regla la longitud, y de acuerdo con la escala encontrar su valor. En este caso mide aproximadamente 3.4 cm que representan 34 N.

Para hallar el valor de la componente en y del vector $\vec{F}$, o $\vec{F}_y$, es suficiente medir con la regla la longitud, y según la escala encontrar su valor que en este caso es de casi 2.0 cm, es decir, de 20 N.

Método analítico:

A fin de determinar el valor de las componentes en forma analítica observemos que se forma un triángulo rectángulo al proyectar una línea hacia el eje de las x y otro al proyectar una línea hacia el eje de las y. Trabajaremos sólo con el triángulo rectángulo formado al proyectar la línea hacia el eje de las x. Las componentes perpendiculares del vector $\vec{F}$ serán: para $\vec{F}_x$ el cateto adyacente y para $\vec{F}_y$ el cateto opuesto al ángulo de 30°. Por tanto, debemos calcular cuánto valen estos dos catetos; para ello, utilizaremos las funciones trigonométricas seno y coseno (ver Nociones Matemáticas en el apéndice de este libro).

Cálculo de $\vec{F}_y$:

$$\text{sen } 30° = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\vec{F}_y}{\vec{F}};$$

despejamos $\vec{F}_y$:

$$\vec{F}_y = \vec{F} \text{ sen } 30° = 40 \text{ N} \times 0.5 = 20 \text{ N}$$

Cálculo de $\vec{F}_x$:

$$\cos 30° = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\vec{F}_x}{\vec{F}};$$

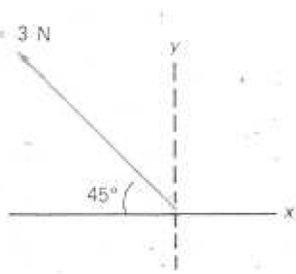
despejamos $\vec{F}_x$:

$$\vec{F}_x = \vec{F} \cos 30° = 40 \text{ N} \times 0.8660 = 34.64 \text{ N}$$

Si comparamos los dos resultados obtenidos para calcular el valor de $\vec{F}_y$ y $\vec{F}_x$ en forma gráfica y analítica, encontraremos una pequeña diferencia. Esto se explica si consideramos que al hallar las componentes en forma gráfica estamos expuestos a cometer errores al trazar el vector y al medir el valor de las componentes. En cambio, en forma analítica se eliminan estos errores y el valor de las componentes es obtenido con mayor precisión.

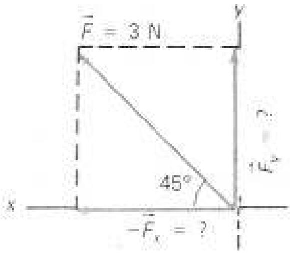
RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DESCOMPOSICION Y COMPOSICION RECTANGULAR DE VECTORES

1. Encontrar en forma gráfica y analítica las componentes rectangulares o perpendiculares del siguiente vector:



Solución:

Método gráfico: *Escala:* 1 cm = 1 N



$\vec{F}_y = 2.1$ N

$\vec{F}_x = 2.1$ N

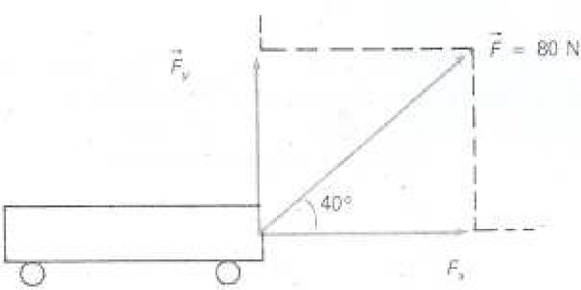
Método analítico:

$$\vec{F}_y = F \text{ sen } 45° = 3 \text{ N} \times 0.7071 = 2.1213 \text{ N}$$

$$-\vec{F}_x = -F \cos 45° = -3 \text{ N} \times 0.7071 = -2.1213 \text{ N}$$

El signo menos de la componente en x, es decir $-\vec{F}_x$ se debe a que su sentido es a la izquierda.

2. Mediante una cuerda un niño jala un carro con una fuerza de 80 N, la cual forma un ángulo de 40° con el eje horizontal como se ve en la figura. Calcular:
   a) El valor de la fuerza que jala al carro horizontalmente.
   b) El valor de la fuerza que tiende a levantar al carro.



Solución:

a) La fuerza que jala al carro horizontalmente es la componente horizontal ($\vec{F}_x$) de la fuerza de 80 N, cuyo valor es:

$$\vec{F}_x = F \cos 40°$$

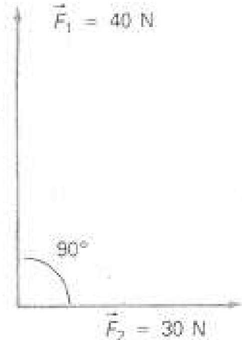
$$\vec{F}_x = 80 \text{ N} \times 0.7660 = 61.28 \text{ N}$$

b) La fuerza que tiende a levantar al carro es la componente vertical ($\vec{F}_y$) de la fuerza de 80 N, cuyo valor es:

$$\vec{F}_y = F \text{ sen } 40°$$

$$\vec{F}_y = 80 \text{ N} \times 0.6428 = 51.42 \text{ N}$$

3. Dadas las componentes rectangulares de un vector, encontrar el vector resultante por el método gráfico y analítico. Encuentre también el ángulo que forma la resultante con respecto al eje horizontal.



Solución:

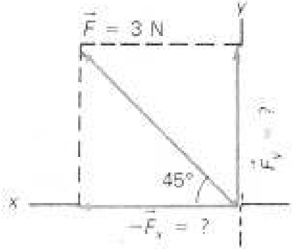
Método gráfico del paralelogramo:

Para encontrar la resultante, es decir, aquel vector capaz de sustituir un sistema de vectores al usar el método gráfico, basta con trazar primero las componentes $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ utilizando una escala conveniente y después, una paralela a $\vec{F}_1$ a partir de $\vec{F}_2$ y una paralela a $\vec{F}_2$ a partir de $\vec{F}_1$. La resultante será la línea que une el origen de los dos vectores con el punto donde hacen intersección las dos paralelas. Este método se llama del paralelogramo, porque se forma un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.

Escala: 1 cm = 10 N

Solución:

Método gráfico: *Escala:* 1 cm = 1 N



$\vec{F}_y$ = 2.1 N

$\vec{F}_x$ = 2.1 N

Método analítico:

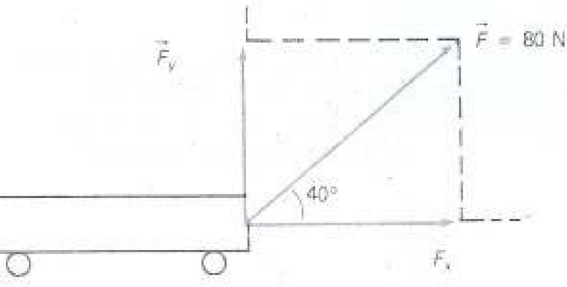
$$\vec{F}_y = F \text{ sen } 45° = 3 \text{ N} \times 0.7071$$
$$= 2.1213 \text{ N}$$
$$-\vec{F}_x = -F \cos 45° = -3 \text{ N} \times 0.7071$$
$$= -2.1213 \text{ N}$$

El signo menos de la componente en x, es decir $-\vec{F}_x$ se debe a que su sentido es a la izquierda.

Mediante una cuerda un niño jala un carro con una fuerza de 80 N, la cual forma un ángulo de 40° con el eje horizontal como se ve en la figura. Calcular:

a) El valor de la fuerza que jala al carro horizontalmente.

b) El valor de la fuerza que tiende a levantar al carro.



Solución:

a) La fuerza que jala al carro horizontalmente es la componente horizontal ($\vec{F}_x$) de la fuerza de 80 N, cuyo valor es:

$$\vec{F}_x = F \cos 40°$$

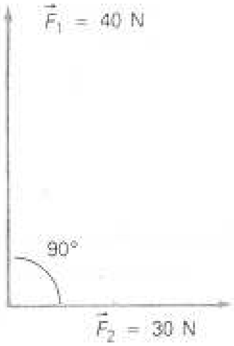
$$\vec{F}_x = 80 \text{ N} \times 0.7660 = 61.28 \text{ N}$$

b) La fuerza que tiende a levantar al carro es la componente vertical ($\vec{F}_y$) de la fuerza de 80 N, cuyo valor es:

$$\vec{F}_y = F \text{ sen } 40°$$

$$\vec{F}_y = 80 \text{ N} \times 0.6428 = 51.42 \text{ N}$$

3. Dadas las componentes rectangulares de un vector, encontrar el vector resultante por el método gráfico y analítico. Encuentre también el ángulo que forma la resultante con respecto al eje horizontal.

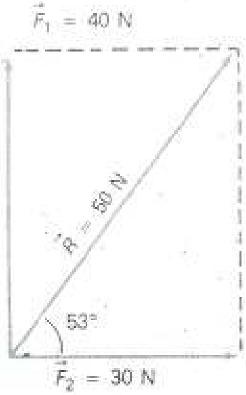


Solución:

Método gráfico del paralelogramo:

Para encontrar la resultante, es decir, aquel vector capaz de sustituir un sistema de vectores al usar el método gráfico, basta con trazar primero las componentes $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ utilizando una escala conveniente y después, una paralela a $\vec{F}_1$ a partir de $\vec{F}_2$ y una paralela a $\vec{F}_2$ a partir de $\vec{F}_1$. La resultante será la línea que une el origen de los dos vectores con el punto donde hacen intersección las dos paralelas. Este método se llama del paralelogramo, porque se forma un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.

Escala: 1 cm = 10 N



La resultante tiene su origen en el mismo punto que las componentes. Medimos la longitud de la resultante y vemos que aproximadamente mide 5 cm, éstos equivalen a 50 N y el ángulo de la resultante a 53°.

Si se desea que el sistema quede en equilibrio, será necesario tener un vector de la misma magnitud y dirección de la resultante, pero de sentido contrario; a este vector se le llama equilibrante.

Método analítico:

Para encontrar analíticamente la magnitud de la resultante utilizaremos el teorema de Pitágoras, pues observamos que este vector es la hipotenusa y $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ son los catetos.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ N}$$

Para calcular el ángulo que forma la resultante, utilizamos la función tangente:

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{40 \text{ N}}{30 \text{ N}} = 1.333$$

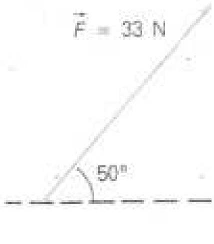
$\therefore$ α es igual a un ángulo cuya tangente es 1.333.

Buscamos en las tablas trigonométricas y el valor del ángulo es: 53.1° = 53° 6'.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Encontrar por el método gráfico y analítico las componentes rectangulares de los siguientes vectores:

a)



Respuestas:

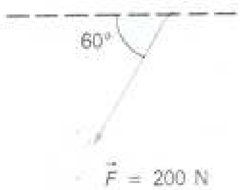
$\vec{F}_x = 21.212$ N
$\vec{F}_y = 25.278$ N

b)

Respuestas:

$-\vec{F}_x = -2.048$ N
$\vec{F}_y = 1.434$ N

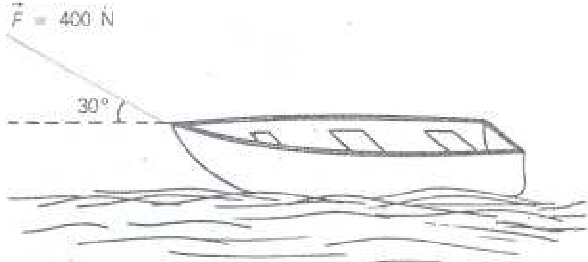
c)



Respuestas:

$-\vec{F}_x = -100$ N
$-\vec{F}_y = -173.2$ N

2. Con ayuda de una cuerda una persona jala una lancha aplicando una fuerza de 400 N, la cual forma un ángulo de 30° con el eje horizontal, como se ve en la figura siguiente:



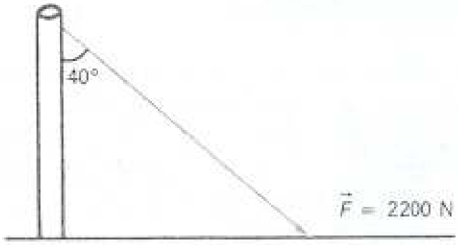
a) Determinar con el método analítico el valor de la fuerza que jala a la lancha horizontalmente.

b) Calcular en forma analítica el valor de la fuerza que tiende a levantar a la lancha.

Respuestas:

a) $-\vec{F}_x = -346.4$ N
b) $\vec{F}_y = 200$ N

3. Determinar gráfica y analíticamente las componentes perpendiculares de la fuerza de 2200 N que ejerce el cable para sostener un poste, como se aprecia en la siguiente figura:



Respuestas:

$\vec{F}_x = 1414.16$ N
$-\vec{F}_y = -1685.2$ N

4. Encontrar gráfica y analíticamente el valor de las componentes perpendiculares de los siguientes vectores, cuyos ángulos están medidos respecto al eje horizontal positivo, es decir, el eje x positivo:

a) $\vec{F} = 320$ N
$\measuredangle\ 25°$

Respuestas:

$\vec{F}_x = 290.02$ N
$\vec{F}_y = 135.23$ N

b) $\vec{d} = 45$ m
$\measuredangle\ 70°$

Respuestas:

$\vec{d}_x = 15.39$ m
$\vec{d}_y = 42.29$ m

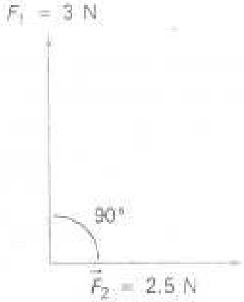
c) $\vec{v} = 8$ m/s
$\measuredangle\ 130°$

Respuestas:

$-\vec{v}_x = -5.14$ m/s
$\vec{v}_y = 6.128$ m/s

5. Por medio de los métodos gráfico y analítico, hallar para cada uno de los casos el vector resultante y el ángulo que forma respecto a la horizontal.

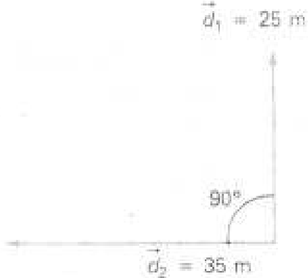
a)



Respuestas:

$\vec{R} = 3.9$ N
$\alpha = 50.2° = 50°\ 12'$

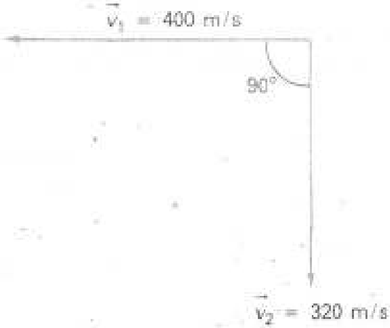
b)



Respuestas:

$\vec{R} = 43.01$ m
$\alpha = 35.5° = 35°\ 30'$

c)



Respuestas:

$\vec{R} = 512.25$ m/s
$\alpha = 38.6° = 38°\ 36'$

La resultante de la suma de dos velocidades perpendiculares equivale a 100 m/s. Si una de las velocidades tiene un valor de 60 m/s, calcular el valor de la otra velocidad.

Respuesta:

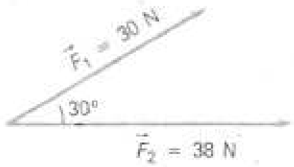
$\vec{v} = 80$ m/s

10 SUMA DE DOS VECTORES CONCURRENTES

Cuando en forma gráfica se desean sumar dos vectores concurrentes se utiliza el método del paralelogramo, ya descrito en la sección anterior. Mientras que para encontrar la resultante por el método analítico se usará el teorema de Pitágoras si los dos vectores forman un ángulo de 90°, pero si originan cualquier otro ángulo se usará la Ley de los Cosenos y para calcular el ángulo de la resultante se aplicará la Ley de los Senos. (Ambas leyes están descritas en la sección de Nociones Matemáticas que se encuentra en el apéndice de este libro.)

Ejemplo:

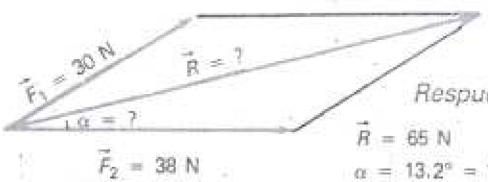
Por el método gráfico y analítico hallar la resultante y el ángulo que forma con la horizontal en la siguiente suma de vectores:



Método gráfico:

Establecemos primero la escala y trazamos los vectores con su ángulo de 30°. Dibujamos la paralela de cada vector y obtenemos el paralelogramo. Medimos la resultante y el ángulo formado.

Escala: 1 cm = 10 N

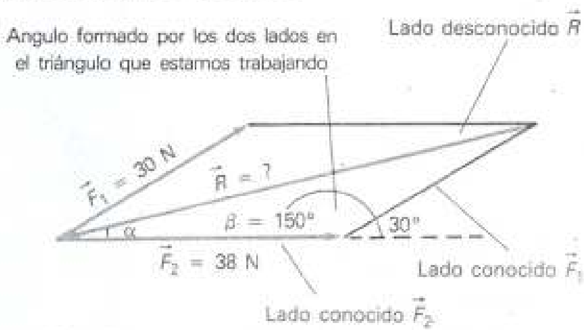


Respuesta:

$\vec{R} = 65$ N
$\alpha = 13.2° = 13°\ 12'$

Método analítico:

Para calcular la resultante debemos encontrar uno de los tres lados de un triángulo oblicuo, cuyos lados conocidos son $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Aplicamos la Ley de los Cosenos, tomando en cuenta que en el triángulo oblicuo el ángulo formado por los dos vectores es de 150°. Veamos:



Aplicamos la Ley de los Cosenos para encontrar la resultante:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \beta}$$

Sustituyendo:

$$R = \sqrt{30^2 + 38^2 - 2 \times 30 \times 38 \times \cos 150°}$$

Como el ángulo formado por los dos lados conocidos es mayor de 90°, buscaremos el coseno de 150° de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\cos 150° = -\cos (180° - 150°) = -\cos 30°$$

leemos en las tablas el valor del coseno del ángulo de 30° y le agregamos el signo menos:

$\cos 30° = 0.8660 \therefore -\cos 30° = -0.8660$

$$R = \sqrt{900 + 1444 - 2 \times 30 \times 38 \times -0.8660}$$

$$= \sqrt{2344 + 1974.48} = \sqrt{4318.48}$$
$$= 65.715 \text{ N}$$

Para calcular el ángulo α que forma la resultante con respecto a la horizontal, aplicamos la Ley de los Senos:

$$\frac{F_1}{\text{sen } \alpha} = \frac{R}{\text{sen } \beta} \therefore \text{sen } \alpha = \frac{F_1 \text{ sen } \beta}{R}$$

Como $\beta = 150°$ tenemos que sen β = sen 150°.

Como el ángulo es mayor de 90° encontramos el valor del sen 150° de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{sen } 150° = \text{sen } (180° - 150°) = \text{sen } 30° = 0.5$$

Sustituyendo:

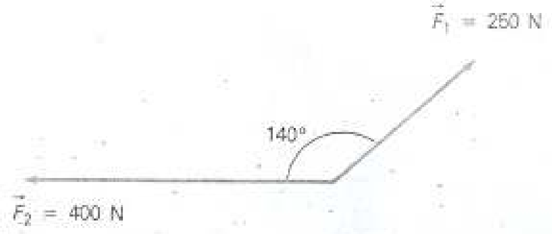
$$\text{sen } \alpha = \frac{30 \text{ N} \times 0.5}{65.715 \text{ N}} = 0.2282$$

α = ángulo cuyo seno es 0.2282

$\alpha = 13.2° = 13° \ 12'$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE SUMA DE DOS VECTORES CONCURRENTES POR LOS METODOS GRAFICO Y ANALITICO

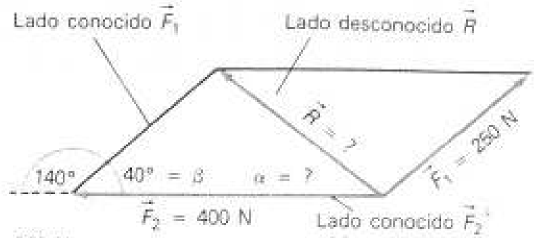
1. En la siguiente suma de vectores encontrar, por el método gráfico y analítico, la resultante y el ángulo que forma con el eje horizontal.



Solución:

Método gráfico:

Escala: 1 cm = 100 N



$\vec{R} = 260$ N
$\alpha = 37°$

Método analítico:

Recordar: Para la Ley de los Cosenos debemos utilizar el ángulo formado por los dos lados conocidos en el triángulo oblicuo que estamos trabajando.

Cálculo de la resultante:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cos 40°}$$

$$= \sqrt{250^2 + 400^2 - 2 \times 250 \times 400 \times 0.7660}$$

$$= \sqrt{62\,500 + 160\,000 - 153\,200}$$
$$= \sqrt{69\,300} = 263.25 \text{ N}$$

Cálculo del ángulo que forma la resultante:

$$\frac{F_1}{\text{sen } \alpha} = \frac{R}{\text{sen } \beta} \therefore \text{sen } \alpha = \frac{F_1 \text{ sen } \beta}{R}$$

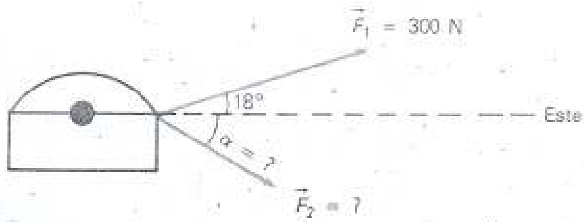
Sustituyendo:

$$\text{sen } \alpha = \frac{250 \text{ N} \times 0.6428}{263.25 \text{ N}} = 0.6104$$

α = ángulo cuyo seno es 0.6104

$\alpha = 37.6° = 37° \ 36'$

2. Dos personas jalan, mediante una cuerda cada una, un baúl de madera, como se ve en la figura:



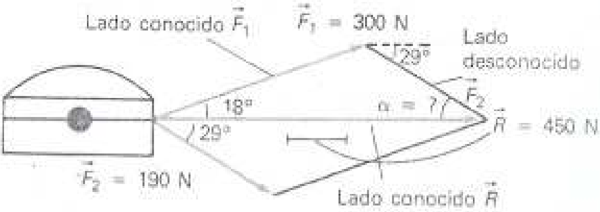
Una de las personas aplica una fuerza $\vec{F}_1$ de 300 N con un ángulo de 18° respecto al Este. Determinar gráfica y analíticamente, la fuerza $\vec{F}_2$ que debe aplicar la otra persona y el ángulo que debe formar respecto al Este para que el baúl se desplace hacia el Este con una fuerza resultante de 450 N.

Solución:

Método gráfico:

Se establece una escala conveniente: 1 cm = 100 N. Se traza la fuerza $\vec{F}_1$ de 300 N con un ángulo de 18° respecto al Este. Después se traza la resultante $\vec{R}$ cuyo valor es de 450 N dirigida al Este. Unimos el extremo de $\vec{F}_1$ con el extremo de $\vec{R}$ y esta línea representará la paralela de la fuerza $\vec{F}_2$ buscada. Medimos su valor y el ángulo formado con respecto al Este. Trazamos con estos datos la fuerza $\vec{F}_2$ y encontramos un valor de 190 N con un ángulo α de 29° respecto al Este, como se ve en la siguiente figura:

Escala: 1 cm = 100 N



Método analítico:

Como desconocemos $\vec{F}_2$ y conocemos $\vec{F}_1$ y $\vec{R}$ aplicamos la Ley de los Cosenos si sabemos que el ángulo formado por los dos lados conocidos en nuestro triángulo es de 18°.

$$F_2 = \sqrt{F_1^2 + R^2 - 2\,F_1 R \cos 18°}$$

Sustituyendo:

$$F_2 = \sqrt{300^2 + 450^2 - 2 \times 300 \times 450 \times 0.9511}$$

$$= \sqrt{90\,000 + 202\,500 - 256\,797}$$

$$= \sqrt{35\,703} = 188.95 \text{ N}$$

Cálculo del ángulo α que forma $\vec{F}_2$, aplicando la Ley de los Senos:

$$\frac{F_1}{\text{sen } \alpha} = \frac{F_2}{\text{sen } 18°} \therefore \text{sen } \alpha = \frac{F_1 \text{ sen } 18°}{F_2}$$

Sustituyendo:

$$\text{sen } \alpha = \frac{300 \text{ N} \times 0.3090}{188.95 \text{ N}} = 0.4906$$

α = ángulo cuyo seno es 0.4906
$\alpha = 29.4° = 29°\ 24'$

Nota: Existe una pequeña diferencia entre el resultado obtenido gráficamente y el obtenido analíticamente; sin embargo, este último es más preciso.

EJERCICIOS PROPUESTOS

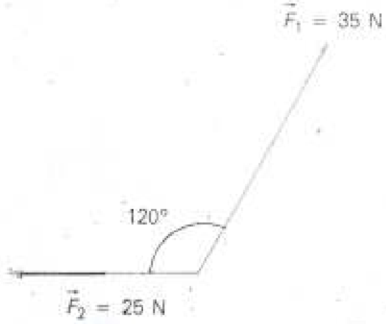
1. Encontrar por los métodos gráfico y analítico la resultante, así como el ángulo que forma con el eje horizontal en cada una de las siguientes sumas de vectores.

a)

Respuestas:

$\vec{R}$ = 4.78 N
$\alpha = 13.9° = 13°\ 54'$

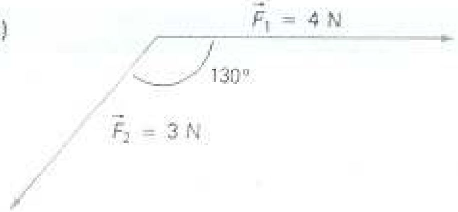
b)



Respuestas:

$\vec{R} = 31.22$ N
$\alpha = 76.1° = 76° \ 6'$

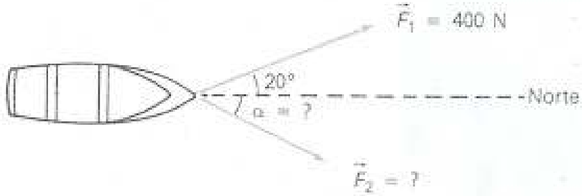
c)



Respuestas:

$\vec{R} = 3.1$ N
$\alpha = 47.8° = 47° \ 8'$

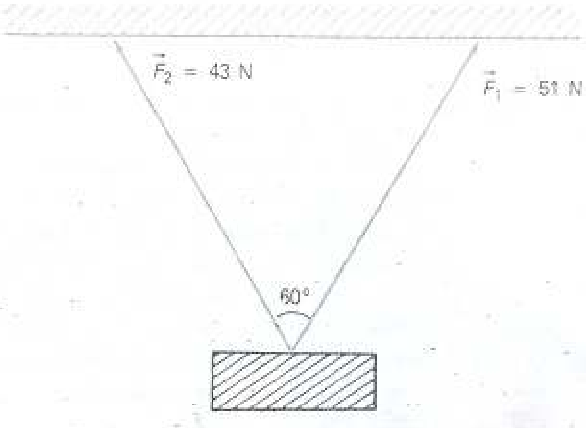
2. Determinar por los métodos gráfico y analítico la fuerza $\vec{F}_2$ y el ángulo correspondiente para que la lancha de la figura siguiente se mueva hacia el Norte con una fuerza resultante de 650 N.



Respuestas:

$\vec{F}_2 = 306.4$ N
$\alpha = 26.5° = 26° \ 30'$

3. Determinar gráficamente el peso de un cuerpo que está suspendido y sostenido por dos cuerdas, como se ve en la figura:



Respuesta:

$\vec{P} = 81.5$ N

4. Encuentre en forma gráfica el peso de un cuerpo que se encuentra suspendido del techo por dos cuerdas, las cuales ejercen una fuerza de 320 N y 400 N, y forman un ángulo de 80°.

Respuesta:

$\vec{P} = 550$ N

5. Dos caballos arrastran un tronco mediante sendas cuerdas que llevan atadas a uno de los extremos de dicho tronco. Uno de los caballos ejerce una fuerza de 500 N hacia el Este y el otro una fuerza de 800 N en dirección Noreste. Determinar gráfica y analíticamente el valor de la fuerza resultante, así como el ángulo formado respecto al Este.

Respuestas:

$\vec{R} = 1206.5$ N
$\measuredangle = 28°$ respecto al Este

6. Mediante dos cables enganchados en la proa, un barco es remolcado por dos lanchas de motor. Una lleva una velocidad de 18 m/s al Sur y la otra una velocidad de 15 m/s con dirección Suroeste, formando un ángulo de 60° respecto al Sur. Encontrar por cualquiera de los métodos mencionados el valor de la velocidad resultante del barco y el ángulo que forma respecto al Sur.

Respuestas:

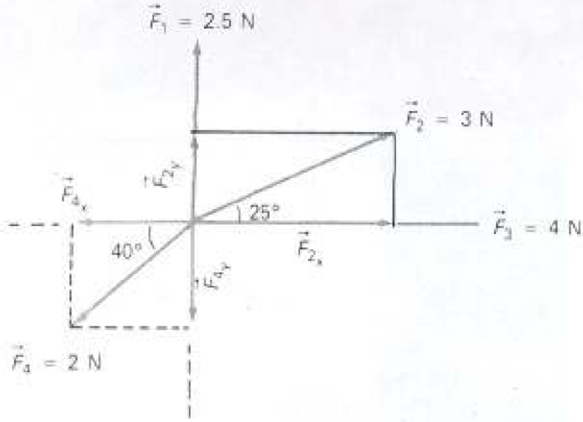
$\vec{v}_R = 28.62$ N
$\measuredangle = 27°$ respecto al Sur

7. Una lancha de motor lleva una velocidad de 16 m/s al cruzar perpendicularmente hacia el Norte la corriente de un río cuya velocidad es de

ponentes en x y en y para cada vector, *hacer la suma de las componentes en x y en y, de tal forma que el sistema original de vectores se reduzca a dos vectores perpendiculares: uno, representando la resultante de todas las componentes* en x y otro, representando la resultante de todas las componentes en y.

Paso 4. Encontrar la resultante de los dos vectores perpendiculares utilizando el teorema de Pitágoras.

Paso 5. Por medio de la función tangente calcular el ángulo que forma la resultante con la horizontal. Veamos:



Al trazar las componentes rectangulares para cada vector tenemos que:

$\vec{F}_1$ no tiene componente horizontal, porque está totalmente sobre el eje vertical positivo.
$\vec{F}_2$ tiene componente horizontal y componente vertical, ambas son positivas.
$\vec{F}_3$ no tiene componente vertical, pues está totalmente sobre el eje horizontal positivo.
$\vec{F}_4$ tiene componente horizontal y componente vertical, ambas son negativas.

Cálculo de las componentes de cada vector:

$$\vec{F}_1: \vec{F}_{1_x} = 0$$
$$\vec{F}_{1_y} = \vec{F}_1 = 2.5 \text{ N}$$
$$\vec{F}_2: \vec{F}_{2_x} = \vec{F}_2 \cos 25° = 3 \text{ N} \times 0.9063$$
$$= 2.7189 \text{ N}$$
$$\vec{F}_{2_y} = \vec{F}_2 \text{ sen } 25° = 3 \text{ N} \times 0.4226$$
$$= 1.2678 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{3_y} = 0$$
$$\vec{F}_4: -\vec{F}_{4_x} = -\vec{F}_4 \cos 40° = -2 \text{ N} \times 0.7660$$
$$= -1.532 \text{ N}$$
$$-\vec{F}_{4_y} = -\vec{F}_4 \text{ sen } 40° = -2 \text{ N} \times 0.6428$$
$$= -1.2856 \text{ N}$$

Cálculo de la resultante de la suma de todas las componentes en el eje x, es decir, $\vec{R}_x$:

$$\vec{R}_x = \Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{2_x} + \vec{F}_{3_x} + (-\vec{F}_{4_x})$$

$$\vec{R}_x = 2.7189 \text{ N} + 4 \text{ N} - 1.532 \text{ N}$$
$$= 5.1869 \text{ N}$$

Nota: La letra griega Σ llamada sigma indica suma.

Como se observa $\vec{R}_x$ es positiva, esto quiere decir que es horizontal hacia la derecha.

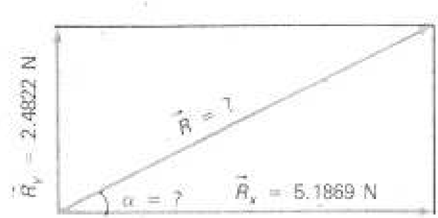
Cálculo de la resultante de la suma de todas las componentes en el eje y, es decir, $\vec{R}_y$:

$$\vec{R}_y = \Sigma \vec{F}_y = \vec{F}_{1_y} + \vec{F}_{2_y} + (-\vec{F}_{4_y})$$

$$\vec{R}_y = 2.5 \text{ N} + 1.2678 \text{ N} - 1.2856 \text{ N}$$
$$= 2.4822 \text{ N}$$

Como se observa $\vec{R}_y$ es positiva, esto quiere decir que es vertical hacia arriba.

Al encontrar $\vec{R}_x$ y $\vec{R}_y$ todo nuestro sistema inicial se redujo a dos vectores rectangulares:



La resultante se calcula con el teorema de Pitágoras:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$$

$$\vec{R} = \sqrt{(5.1869)^2 + (2.4822)^2} = 5.75 \text{ N}$$

Cálculo del ángulo α formado por la resultante:

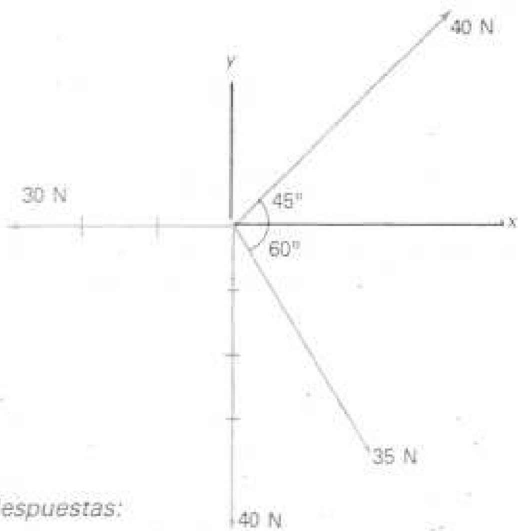
$$\tan\alpha = \frac{\vec{R}_y}{\vec{R}_x} = \frac{2.4822}{5.1869} = 0.4785$$

α = ángulo cuya tangente es 0.4785
$\alpha = 25.6° = 25° 30'$

Al comparar los resultados obtenidos por el método gráfico y el analítico, se observa una pequeña diferencia, la cual, como ya señalamos anteriormente, se debe a que por el método gráfico estamos expuestos a cometer varios errores al medir los vectores y los ángulos. Por tanto, la ventaja de utilizar el método analítico es que nos dará un resultado más preciso.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas concurrentes, así como el ángulo que forma respecto al eje x positivo, utilizando el método gráfico del polígono:



Respuestas:

$\vec{R} = 44$ N
$\measuredangle = 292°$

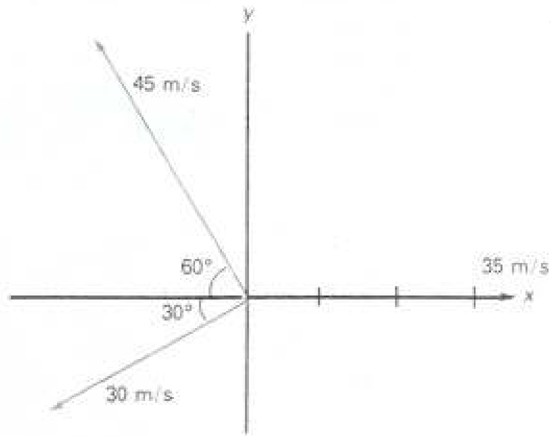
2. Determinar por el método gráfico del polígono la resultante de las siguientes fuerzas concurrentes, así como el ángulo formado respecto al eje x positivo. Los ángulos de las fuerzas están medidos con respecto al eje x positivo.

$\vec{F}_1 = 200$ N a 30°; $\vec{F}_2 = 300$ N a 90°;
$\vec{F}_3 = 150$ N a 120°; $\vec{F}_4 = 250$ N a 220°

Respuestas:

$\vec{R} = 385$ N
$\measuredangle = 104°$

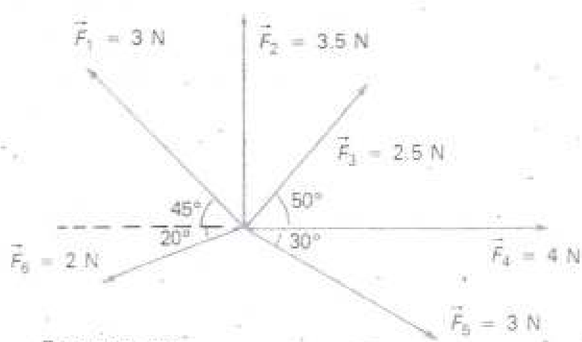
3. Encontrar por el método gráfico del polígono y por el método analítico de las componentes rectangulares, la resultante de las siguientes velocidades y el ángulo que ésta forma respecto al eje x positivo:



Respuestas:

$\vec{v}_R = 27.5$ m/s
$\measuredangle = 119.4° = 119° 24'$

4. Hallar gráfica y analíticamente la resultante de la suma de los siguientes vectores. Determinar también el ángulo formado con respecto al eje x positivo.



Respuestas:

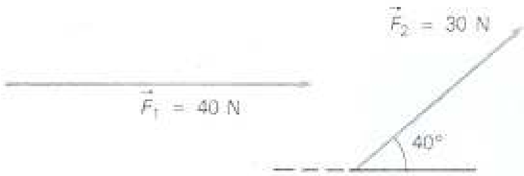
$\vec{R} = 6.805$ N
$\alpha = 51.9° = 51° 54'$

12 METODO DEL TRIANGULO

El método del triángulo se utiliza para sumar o restar vectores que no tienen ningún punto en común. Este método se basa en el principio de los vectores libres, ya mencionado anteriormente.

RESOLUCION DE PROBLEMAS EMPLEANDO EL METODO DEL TRIANGULO

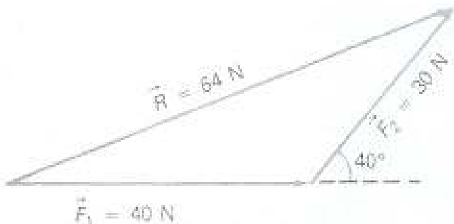
1. Encontrar por el método gráfico del triángulo la resultante de la suma de los siguientes vectores:



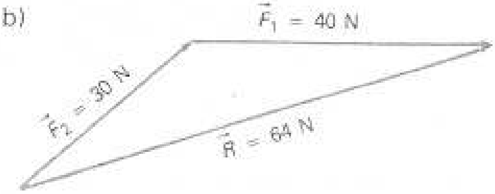
Solución:

Escala: 1 cm = 10 N

a)



b)



Para sumar los vectores trasladamos el origen de cualquiera de ellos al extremo del otro y la resultante será el vector que una el origen de uno con el extremo del otro. El sentido estará dirigido del origen al extremo.

Como el resultado es el mismo si trasladamos el origen de $\vec{F}_2$ al extremo de $\vec{F}_1$ o el origen de $\vec{F}_1$ al extremo de $\vec{F}_2$, podemos comprobar que con los vectores también se cumple la Ley Conmutativa de la Adición: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$

2. Hallar la resta de los vectores $a - b$ por el método gráfico del triángulo y encuentre también el resultado de la resta $b - a$.

Solución:

Para encontrar la resta de estos vectores debemos revisar el siguiente concepto:

13 PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

El producto de un escalar k y de un vector $\vec{r}$ se escribe: $k\vec{r}$ y se define como un nuevo vector cuya magnitud es k veces mayor que la magnitud de $\vec{r}$. Por ejemplo:

si $\vec{r} = 5$ N y $k = 6$
$k\vec{r} = 6 \times 5$ N $= 30$ N

El nuevo vector tiene el mismo sentido que $\vec{r}$ si k es positivo, sin embargo, si k es negativo, el vector resultante cambiará su sentido y magnitud, o sólo su sentido, es decir:

si $\vec{r} = 4$ N y $k = -1$
$k\vec{r} = -1 \times 4$ N $= -4$ N

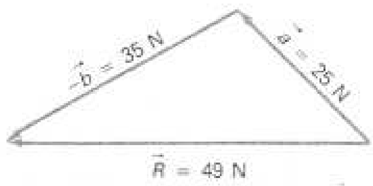
De manera que el nuevo vector es opuesto al vector $\vec{r}$, con la misma magnitud y dirección, pero con sentido contrario. A este nuevo vector se

le da el nombre de vector simétrico y la suma de dos de ellos es igual a cero: $\vec{r} + (-\vec{r}) = 0$.

De acuerdo con el concepto visto podemos definir la resta de dos vectores como la suma al vector minuendo del vector simétrico del sustraendo:

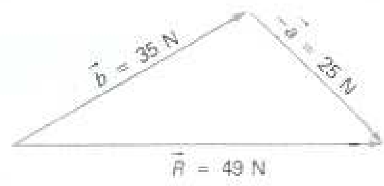
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Por tanto, la resta de los vectores $\vec{a} - \vec{b}$ del ejemplo es:



La resta de los vectores $\vec{b} - \vec{a}$ es:

$$\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (-\vec{a})$$



14 PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

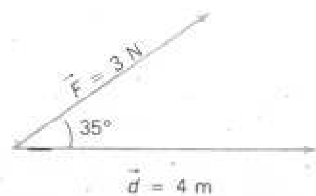
El producto escalar de dos vectores, llamado también producto punto, da como resultado una magnitud escalar, pues carece de dirección y sentido. Por definición, el producto escalar de dos vectores es igual a multiplicar la magnitud de un vector por la componente perpendicular del otro vector en la dirección del primero.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$$

Algunas magnitudes físicas que resultan del producto escalar de dos vectores son: el trabajo mecánico, la potencia eléctrica y la densidad de energía electromagnética.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE PRODUCTO ESCALAR

Calcular el producto escalar de los siguientes vectores:



Solución:

$$\vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos 35°$$
$$\vec{F} \cdot \vec{d} = 3 \text{ N} \times 4 \text{ m} \times 0.8192 = 9.83 \text{ Nm}$$

15 PRODUCTO VECTORIAL DE DOS VECTORES

El producto vectorial de dos vectores, llamado también producto cruz, da como resultado otro vector, el cual siempre es perpendicular al plano formado por los dos vectores que se multiplican.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

Por definición, el producto vectorial de dos vectores es igual a multiplicar la magnitud de un vector por la componente perpendicular del otro con respecto al primero.

$$\vec{a} \times \vec{b} = ab \text{ sen } \theta$$

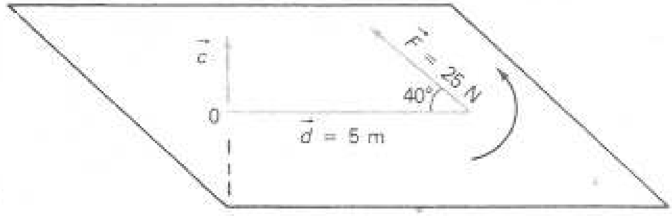
En el producto vectorial el orden de los factores debe tomarse en cuenta, pues no es lo mismo $\vec{a} \times \vec{b}$ que $\vec{b} \times \vec{a}$.

En el producto cruz de $\vec{a}$ y $\vec{b}$, la multiplicación de ab sen θ nos proporciona únicamente la magnitud del vector $\vec{c}$, porque si deseamos conocer su sentido se debe usar la regla de la mano derecha. La dirección, como ya mencionamos, siempre es perpendicular al plano formado por los vectores que se multiplican.

Algunas magnitudes físicas que resultan del producto vectorial son: el momento estático, la fuerza que recibe una carga en movimiento al penetrar a un campo magnético y la cantidad de movimiento angular.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE PRODUCTO VECTORIAL

Calcular el producto vectorial de los siguientes vectores, determinando el sentido del vector resultante $\vec{c}$.



Solución:

Para conocer únicamente la magnitud del resultado del producto vectorial $F \times d$, tenemos:

$$\vec{F} \times \vec{d} = Fd \text{ sen } 40°$$
$$\vec{F} \times \vec{d} = 25 \text{ N} \times 5 \text{ m} \times 0.6428 = 80.35 \text{ Nm}$$

La dirección del vector resultante es perpendicular al plano de $\vec{F}$ y $\vec{d}$, por lo que la dirección es como si saliera de la hoja. El sentido del vector resultante se determina con la regla de la mano derecha, que a continuación se explica:

Se analiza primero la dirección que llevará la resultante, la cual resulta perpendicular al plano formado por $\vec{F}$ y $\vec{d}$. Consideramos la dirección del vector resultante como si fuera un eje, alrededor de él cerramos los dedos de la mano derecha con el pulgar extendido. Las puntas de los dedos señalarán el sentido del giro producido por el efecto de la fuerza; mientras el dedo pulgar indicará el sentido del vector resultante. Como se podrá comprobar, el sentido del vector resultante $\vec{c}$ es hacia arriba, como está representado en la figura anterior.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 4

EQUILIBRIO DE FUERZAS CONCURRENTES

Objetivo: Encontrar la resultante y la equilibrante de un sistema de fuerzas concurrentes, mediante el uso de dinamómetros y por el método del paralelogramo.

Consideraciones teóricas:

Para definir las magnitudes escalares sólo se requiere la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida. Ejemplos: longitud, masa y volumen. Las magnitudes vectoriales son las que para definirse, además de la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad, necesitan que se señale la dirección y el sentido. Ejemplos: desplazamiento, velocidad, aceleración y fuerza. Cualquier magnitud vectorial puede ser representada en forma gráfica por medio de una flecha llamada vector. Gráficamente, un vector es un segmento de recta dirigido. Un vector cualquiera tiene las siguientes características: 1. Punto de aplicación; 2. Magnitud; 3. Dirección; 4. Sentido. Para representar un vector gráficamente se necesita una escala, la cual es convencional porque se establece de acuerdo con la magnitud del vector y el tamaño que se le quiera dar. Una recomendación práctica es utilizar escalas sencillas, como 1:1, 1:10, 1:100 y 1:1000, cuando sea posible.

Un sistema de vectores es concurrente cuando la dirección o línea de acción de los vectores se cruza en algún punto, dicho punto constituye el punto de aplicación de los vectores. La resultante de un sistema de vectores es aquel vector que produce el mismo efecto de los demás vectores integrantes del sistema. El vector encargado de equilibrar un sistema de vectores recibe el nombre de equilibrante, tiene la misma magnitud y dirección que la resultante, pero con sentido contrario. Para sumar magnitudes vectoriales empleamos métodos gráficos, como el del paralelogramo o el del polígono, y métodos analíticos, porque los vectores no pueden sumarse aritméticamente por tener dirección y sentido.

El efecto que una fuerza produce sobre un cuerpo depende de su magnitud, así como de su dirección y sentido, por lo tanto, la fuerza es una magnitud vectorial. Para medir la intensidad de una fuerza se utiliza un instrumento llamado dinamómetro, su funcionamiento se basa en la Ley de Hooke, la cual dice: dentro de los límites de elasticidad las deformaciones sufridas por un cuerpo son directamente proporcionales a la fuerza recibida. El dinamómetro consta de un resorte con un índice y una escala graduada; la deformación producida en el resorte al colgarle un peso conocido, se transforma mediante la lectura del índice en la escala graduada en un valor concreto de la fuerza aplicada. La unidad de fuerza usada en el Sistema Internacional es el newton (N), aunque en ingeniería se utiliza todavía mucho el llamado kilogramo-fuerza ($\overrightarrow{kg}$) o kilopondio: 1 $\overrightarrow{kg}$ = 9.8 N. También se utiliza el gramo-fuerza ($\vec{g}$) o pondio: 1 $\overrightarrow{kg}$ = 1000 $\vec{g}$.

Material empleado

Tres dinamómetros, tres prensas de tornillo, una regla graduada, un transportador, una argolla metálica, tres trozos de cordón, un lápiz y tres hojas de papel.

Desarrollo de la actividad experimental

1. A la mitad de un lápiz ate dos cordones de tal manera que uno quede a la izquierda y otro a la derecha. Pídale a un compañero sujetar uno de los extremos y usted tire del otro, evitando mover el lápiz. ¿Qué se puede concluir del valor de las dos fuerzas que actúan sobre el lápiz? Para cuantificar el valor de las fuerzas enganche un dinamómetro en cada extremo de los cordones y vuelvan a tirar de ambos dinamómetros sin mover el lápiz. Registren las lecturas que marcan los dinamómetros. ¿Cómo son esas lecturas?
2. Sujete tres cordones a la argolla metálica como se ve en la figura 3.9.

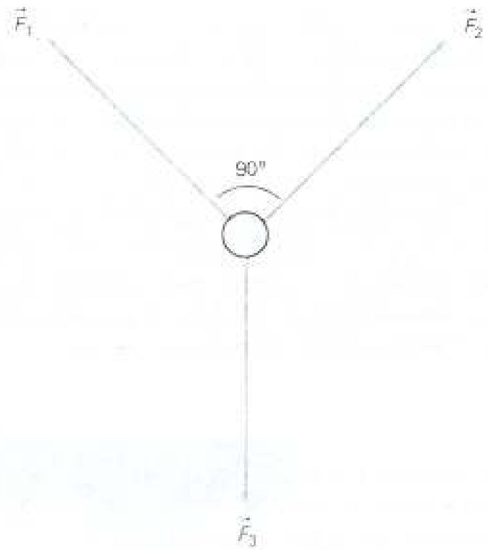


Fig. 3.9 Sistema de fuerzas concurrentes

Con ayuda de otros dos compañeros tire cada uno un extremo de los cordones, de tal manera que l argolla no se mueva. ¿Cuál es su conclusión acerca de las fuerzas que actúan sobre la argolla? Enganch un dinamómetro a cada extremo de los cordones y monte un dispositivo como el mostrado en la figur 3.10. Registre la lectura de cada dinamómetro cuando el sistema quede en equilibrio.

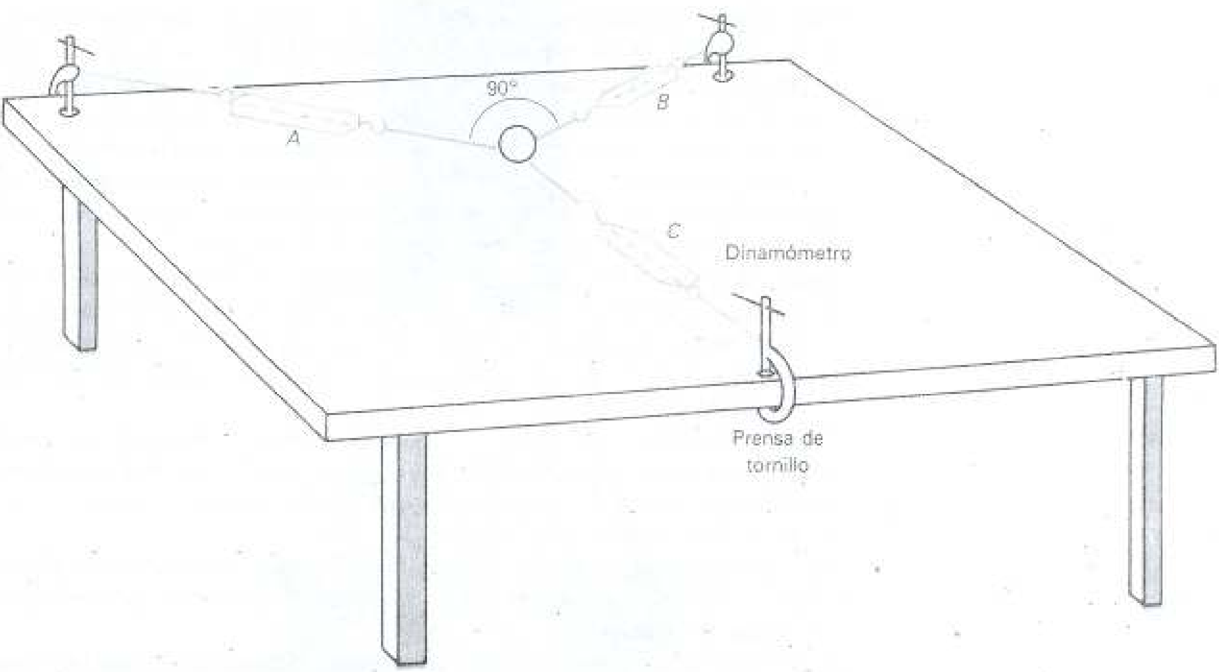


Fig. 3.10 Lectura del valor de las fuerzas concurrentes, mediante el uso de los dinamómetros.

3. Coloque debajo de la argolla una hoja de papel y trace sobre ella las líneas correspondientes a las posiciones de los cordones. Anote en cada trazo el valor de la lectura de los dinamómetros, así como el ángulo que forman entre sí, medido con su transportador. Con los trazos hechos en la hoja y mediante una escala conveniente, represente el diagrama vectorial. Considere la fuerza $\vec{F}_3$, la cual se lee en el dinamómetro *C*, como la equilibrante de las otras dos fuerzas: $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Compare el valor de $\vec{F}_3$, leído en el dinamómetro, con el obtenido gráficamente al sumar $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ por el método del paralelogramo. ¿Cómo son ambos valores? Cualquiera de las fuerzas puede ser la equilibrante de las otras dos, por ello $\vec{F}_2$ es la equilibrante de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$, y $\vec{F}_1$ la equilibrante de $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$. Reproduzca un sistema similar al de la figura 3.10 pero con ángulos diferentes, trace un diagrama vectorial representativo de esta nueva situación; sume dos vectores cualesquiera por el método del paralelogramo y compare el valor de la resultante obtenida con la tercera fuerza. ¿Cómo son estos valores?

Cuestionario

1. ¿Qué condición se debe cumplir para que un cuerpo esté en equilibrio?
2. ¿Cómo se determina la resultante de dos fuerzas concurrentes en forma gráfica?
3. ¿Cómo define a la resultante de un sistema de fuerzas?
4. ¿Qué características tiene la equilibrante de un sistema de fuerzas?
5. ¿Qué método gráfico utilizaría para sumar tres o más fuerzas concurrentes?
6. ¿Por qué decimos que cualquiera de las fuerzas concurrentes puede considerarse como la equilibrante de las otras fuerzas que forman al sistema?

RESUMEN

1. Para definir las *magnitudes escalares* sólo se requiere la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida. Ejemplo: longitud, masa y volumen. Las *magnitudes vectoriales* son aquellas que para definirse, además de la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad, necesitan que se señale la dirección y el sentido. Ejemplos: desplazamiento, velocidad, aceleración y fuerza. Cualquier magnitud vectorial puede ser representada en forma gráfica por medio de una flecha llamada vector. Gráficamente, un vector es un segmento de recta dirigido.
2. Todo vector tiene las siguientes características: 1. *Punto de aplicación*. 2. *Magnitud*; intensidad o módulo del vector. 3. *Dirección*; que puede ser horizontal, vertical u oblicua. 4. *Sentido*; indica hacia dónde va el vector, ya sea hacia arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda, quedando señalado por la punta de la flecha.
3. Para representar un vector se necesita una escala convencional, la cual se establece de acuerdo con la magnitud del vector y el tamaño que se le quiera dar. Una recomendación práctica es utilizar escalas sencillas, como 1:1, 1:10, 1:100, 1:1000, cuando sea posible.
4. Los vectores pueden clasificarse en coplanares, si se encuentran en el mismo plano, es decir, en dos ejes; y no coplanares, si están en diferente plano, o sea, en tres ejes.
5. Un sistema de vectores *colineales* se presenta cuando dos o más vectores se encuentran en la misma dirección o línea de acción.

6. Los vectores tienen las siguientes propiedades: *propiedad de transmisibilidad del punto de aplicación*, el efecto externo de un vector no se modifica si es trasladado en su misma dirección, es decir, sobre su propia línea de acción; *propiedad de los vectores libres*, los vectores no se modifican si se trasladan paralelamente a sí mismos.
7. Un sistema de vectores puede sustituirse por otro equivalente que contenga un número mayor o menor de vectores que el sistema considerado. Si el sistema equivalente tiene un número mayor de vectores, el procedimiento se llama *descomposición*. Si el sistema equivalente tiene un número menor de vectores, el procedimiento se llama *composición*. Se llaman componentes de un vector aquellos que los sustituyen en la descomposición. Las componentes rectangulares o perpendiculares de un vector se pueden encontrar en forma gráfica haciendo lo siguiente: se traza el vector de acuerdo con una escala convencional y a partir del extremo del vector se dibuja una línea hacia el eje de las x y otra hacia el eje de las y. En el punto de intersección del eje x quedará el extremo del vector componente $\vec{F}_x$. En el punto de intersección del eje y quedará el extremo del vector componente $\vec{F}_y$. A fin de encontrar en forma analítica las componentes rectangulares o perpendiculares, se usan las expresiones: $\vec{F}_x = \vec{F} \cos \theta$ para la componente horizontal y $\vec{F}_y = \vec{F} \operatorname{sen} \theta$ para la componente vertical.
8. Para hallar la resultante, es decir, aquel vector capaz de sustituir a un sistema de vectores, se pueden usar métodos gráficos como el del *paralelogramo* cuando se trata de sumar dos *vectores concurrentes* o el del *polígono* cuando se suman más de dos *vectores concurrentes*. Si la resultante desea encontrarse por métodos analíticos se usa el *teorema de Pitágoras* siempre y cuando los dos vectores formen un ángulo de 90°; pero si forman cualquier otro ángulo se empleará la Ley de los Cosenos; y para calcular el ángulo de la resultante se aplicará la Ley de los Senos. Cuando se trata de encontrar por el método analítico la suma de más de dos vectores concurrentes, se procede de la siguiente forma: 1. Se descompone cada vector en sus componentes rectangulares. 2. Se calcula el valor de la componente en x usando la función coseno y el valor de la componente en y usando la función seno. 3. Se hace la suma de las componentes en x y en y de tal forma que el sistema original de vectores se reduzca a dos vectores perpendiculares. 4. Se encuentra la resultante de los dos vectores perpendiculares utilizando el teorema de Pitágoras. 5. Se determina el ángulo que forma la resultante con la horizontal, por medio de la función tangente.
9. Un vector resultante es aquel capaz de sustituir un sistema de vectores. El vector encargado de equilibrar un sistema de vectores recibe el nombre de equilibrante, tiene la misma magnitud y dirección que la resultante, pero con sentido contrario.
10. El método del triángulo se utiliza para sumar o restar vectores que no tienen ningún punto en común. Se basa en el principio de los vectores libres.
11. El producto de un escalar k y de un vector $\vec{r}$ se escribe: $\overrightarrow{kr}$ y se define como un nuevo vector cuya magnitud es k veces mayor que la magnitud de $\vec{r}$. Si k vale 1 y su signo es negativo, al multiplicarlo por el vector $\vec{r}$ se ob-

tendrá un nuevo vector opuesto al vector $\vec{r}$, el cual tendrá la misma magnitud y dirección pero diferente sentido.

12. El producto escalar de dos vectores, llamado también producto punto, da como resultado una magnitud escalar. Por definición, el producto escalar de dos vectores es igual a multiplicar la magnitud de un vector por la componente perpendicular del otro vector, en la dirección del primero: $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$.

13. El producto vectorial de dos vectores, llamado también producto cruz, da como resultado otro vector que siempre es perpendicular al plano formado por los dos vectores multiplicados: $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$. Por definición, el producto vectorial de dos vectores es igual a multiplicar la magnitud de un vector por la componente perpendicular del otro vector con respecto al primero: $\vec{a} \times \vec{b} = ab$ sen θ. Esta expresión representa únicamente la magnitud del vector $\vec{c}$, de manera que si se desea conocer su sentido se debe usar la regla llamada de la *mano derecha*. La dirección siempre es perpendicular al plano formado por los vectores multiplicados.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Defina qué es una magnitud escalar y mencione tres ejemplos. (Introducción de la unidad 3)
2. Defina qué es una magnitud vectorial y nombre tres ejemplos de ella. (Introducción de la unidad 3)
3. Explique qué es un vector y cuáles son sus características. (Introducción de la unidad 3 y Sección 1)
4. Dibuje dos vectores que tengan la misma magnitud y dirección pero diferente sentido. (Sección 1)
5. Dibuje los siguientes vectores, utilizando una escala conveniente para cada caso: 1. $\vec{F} = 5000$ N dirección vertical; 2. $\vec{v} = -3.5$ m/s dirección horizontal; 3. $\vec{d} = 45$ m, $\measuredangle = 30°$ respecto al eje horizontal. (Sección 2)
6. Represente en forma gráfica dos vectores coplanares y dos vectores no coplanares. (Sección 3)
7. Explique qué es un sistema de vectores colineales y cite un ejemplo. (Sección 4)
8. Explique qué es un sistema de vectores concurrentes y ejemplifique. (Sección 5)
9. ¿Cómo se define la resultante de un sistema de vectores y cómo la equilibrante? (Sección 6)

10 Dé un ejemplo en el cual se compruebe el principio de transmisibilidad del punto de aplicación de un vector. (Sección 7)

11 Mencione en qué consiste la propiedad de los vectores libres. (Sección 7)

12 Explique por qué no es posible sumar aritméticamente a los vectores y diga de qué manera sí se puede hacer. (Sección 8)

13 ¿Qué diferencia existe entre distancia y desplazamiento? (Sección 8)

14 Explique, mediante un ejemplo gráfico, en qué consiste el procedimiento llamado descomposición rectangular de un vector. (Sección 9)

15 Describa brevemente en forma analítica cómo se encuentran las componentes rectangulares o perpendiculares de un vector. (Sección 9)

16 ¿Por qué es más preciso emplear un método analítico que uno gráfico? (Sección 9)

17 Explique en qué consiste el método gráfico del paralelogramo para encontrar la resultante de la suma de dos vectores concurrentes. (Sección 9)

18 Si se le pide encontrar analíticamente la resultante y el ángulo que ésta forma con respecto al eje horizontal de dos vectores concurrentes que componen un ángulo de 90°, ¿qué conocimientos de trigonometría aplicaría? (Sección 9)

19 Al sumar vectores concurrentes, ¿cuándo se utiliza la Ley de los Cosenos y la Ley de los Senos? (Sección 10)

20 Al aplicar la Ley de los Cosenos, ¿qué ángulo nos interesa para calcular la resultante de la suma de dos vectores concurrentes? (Sección 10)

21 Si en un triángulo oblicuángulo el ángulo que forman los dos lados conocidos mide 130°, ¿cuánto vale el coseno de 130°? (Sección 10)

22 Describa en qué consiste el método gráfico del polígono para encontrar la resultante de la suma de más de dos vectores concurrentes. (Sección 11)

23 Al sumar más de dos vectores usando el método gráfico del polígono, ¿importa el orden en que se sumen los vectores? Sí o no y por qué. (Sección 11)

24 Describa brevemente por el método analítico en qué consiste el procedimiento para encontrar la resultante de la suma de más de dos vectores concurrentes. (Sección 11)

25 Explique cuándo se emplea el método gráfico del triángulo. (Sección 12)

26 Si un vector r tiene una magnitud de 50 N dirección horizontal y se multiplica por un escalar k, cuál sería el nuevo vector en cada caso si k tiene los siguientes valores: 1. $k = -1$; 2. $k = 10$; 3. $k = -0.5$. (Sección 13)

27 Cuando se multiplican dos vectores y se obtiene una magnitud escalar, ¿qué nombre recibe el producto de los vectores? (Sección 14)

28 Si se realiza el producto escalar de un vector $\vec{s}$ y uno $\vec{p}$, ¿cómo se expresa matemáticamente dicho producto? (Sección 14)

29 ¿Qué tipo de producto se efectúa cuando al multiplicar un vector $\vec{d}$ por otro vector $\vec{h}$ se obtiene un nuevo vector $\vec{z}$? (Sección 15)

30 Para conocer la magnitud del producto vectorial de los vectores $\vec{d}$ y $\vec{h}$, ¿qué expresión matemática se usa? (Sección 15)

31 Mencione dos ejemplos de magnitudes físicas que sean el resultado de un producto: a) escalar; b) vectorial. (Secciones 14 y 15)

4 CINEMATICA

Todo el Universo se encuentra en constante movimiento. Los cuerpos presentan movimientos rápidos, lentos, periódicos y azarosos. La Tierra describe un movimiento de rotación girando sobre su propio eje, al mismo tiempo describe un movimiento de traslación alrededor del Sol. La Luna gira alrededor de la Tierra; los electrones alrededor del núcleo atómico. Así, a nuestro alrededor siempre observaremos algo en movimiento: niños corriendo y saltando, nubes desplazándose por el cielo, pájaros volando, árboles balanceándose a uno y otro lado por un fuerte viento. Todo es movimiento. La mecánica es la rama de la Física encargada de estudiar los movimientos y estados de los cuerpos. Se divide en dos partes: 1. Cinemática, estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos sin atender las causas que lo producen; 2. Dinámica, estudia las causas que originan el movimiento de los cuerpos.

Un cuerpo tiene movimiento cuando cambia su posición a medida que transcurre el tiempo. Para poder expresar en forma correcta un movimiento o cambio de posición, debemos relacionarlo con un marco o sistema de referencia claramente establecido. Un sistema de referencia es absoluto cuando toma en cuenta un sistema fijo de referencia, tal es el caso de considerar a la Tierra como sistema fijo para analizar el movimiento de automóviles, trenes, barcos o aviones, entre otros. En cambio, un sistema de referencia relativo considera móvil al sistema de referencia, un caso representativo lo tenemos al determinar las trayectorias a seguir por una nave espacial que parte de la Tierra a la Luna, pues se debe considerar que las posiciones de la Tierra, la Luna y la nave cambian constantemente. En realidad el sistema de referencia absoluto no existe, porque todo se encuentra en constante movimiento. El movimiento de los cuerpos puede ser en una dimensión o sobre un eje; por ejemplo, el desplazamiento en línea recta de un automóvil o el de un tren; en dos dimensiones o sobre un plano, como el movimiento de la rueda de la fortuna, de un disco fonográfico, el de un avión al despegar o aterrizar, o el de un proyectil cuya trayectoria es curva; en tres dimensiones o en el espacio, como el vuelo de un mosquito hacia arriba, hacia adelante y hacia un lado, o el de un tornillo que al hacerlo girar con un desarmador penetra en la pared.

La Tierra, la Luna, un avión, un tren, un automóvil, una pelota y en general un cuerpo físico cualquiera, puede ser considerado como una partícula, lo cual nos facilita describir su movimiento. La velocidad experimentada por un cuerpo puede ser constante o variable toda vez que es una magnitud vectorial, y su dirección queda determinada por la dirección del desplazamiento.

1 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA CINEMATICA

Cuando decimos que un cuerpo se encuentra en movimiento, interpretamos que su posición está variando respecto a un punto considerado fijo. El estudio de la cinemática nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso llegará a su destino. Hacer la descripción del movimiento de un cuerpo significa precisar, a cada instante, su posición en el espacio. Para ello, debemos disponer de instrumentos que nos permitan hacer mediciones, como es el caso de las cintas métricas, los relojes y las cámaras fotográficas con luz estroboscópica, estas últimas permiten ver aparentemente inmóviles o con movimientos lentos aquellos cuerpos que tienen movimientos rápidos, ya sean de rotación o alternativos.

2 CONCEPTO DE PARTICULA MATERIAL EN MOVIMIENTO

En la descripción del movimiento de cualquier objeto material, también llamado cuerpo físico, resulta útil interpretarlo como una partícula material en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento. Para ello, se considera la masa de un cuerpo concentrada en un punto. Por supuesto, no se requiere que el cuerpo sea de dimensiones pequeñas para considerarlo como una partícula material, pues sólo se pretende facilitar la descripción de sus cambios de posición al suponer que todas sus partes constitutivas están animadas del mismo movimiento.

El considerar a un cuerpo físico como una simple partícula, nos evita analizar en detalle los diferentes movimientos experimentados por el mismo cuerpo durante su desplazamiento de un punto a otro. Pensemos en la trayectoria de un balón de futbol cuando es pateado: en realidad, mientras se desplaza en el aire puede ir girando, pero si lo suponemos una partícula eliminamos los diferentes giros que hace y consideramos únicamente un solo movimiento, de manera que cualquier cuerpo físico puede ser considerado como una partícula.

La trayectoria de una partícula, o el camino recorrido al pasar de su posición inicial a su posición final, puede ser recta o curva, resultando así los movimientos rectilíneos o curvilíneos, los cuales pueden ser uniformes o variados dependiendo de que la velocidad permanezca constante o no.

3 SISTEMAS DE REFERENCIA

En la descripción del movimiento de una partícula es necesario señalar perfectamente cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de sistemas de referencia: el absoluto y el relativo.

El sistema de referencia absoluto es aquel que considera un sistema fijo de referencia y el sistema de referencia relativo es el que considera móvil al sistema de referencia. En realidad, el sistema de referencia absoluto no existe; por ejemplo, si una persona parada en una esquina observa a un automóvil circular a una velocidad de 50 km/h hacia el Norte, podría considerarse que el automóvil se mueve respecto a un punto fijo, el cual es la persona misma parada en la esquina; pero en realidad, la persona también se mueve, pues la Tierra está en continuo movimiento de rotación y de traslación alrededor del Sol. Sin embargo, resulta útil tomar en

1 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA CINEMATICA

Cuando decimos que un cuerpo se encuentra en movimiento, interpretamos que su posición está variando respecto a un punto considerado fijo. El estudio de la cinemática nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso llegará a su destino. Hacer la descripción del movimiento de un cuerpo significa precisar, a cada instante, su posición en el espacio. Para ello, debemos disponer de instrumentos que nos permitan hacer mediciones, como es el caso de las cintas métricas, los relojes y las cámaras fotográficas con luz estroboscópica, estas últimas permiten ver aparentemente inmóviles o con movimientos lentos aquellos cuerpos que tienen movimientos rápidos, ya sean de rotación o alternativos.

2 CONCEPTO DE PARTICULA MATERIAL EN MOVIMIENTO

En la descripción del movimiento de cualquier objeto material, también llamado cuerpo físico, resulta útil interpretarlo como una partícula material en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento. Para ello, se considera la masa de un cuerpo concentrada en un punto. Por supuesto, no se requiere que el cuerpo sea de dimensiones pequeñas para considerarlo como una partícula material, pues sólo se pretende facilitar la descripción de sus cambios de posición al suponer que todas sus partes constitutivas están animadas del mismo movimiento.

El considerar a un cuerpo físico como una simple partícula, nos evita analizar en detalle los diferentes movimientos experimentados por el mismo cuerpo durante su desplazamiento de un punto a otro. Pensemos en la trayectoria de un balón de futbol cuando es pateado: en realidad, mientras se desplaza en el aire puede ir girando, pero si lo suponemos una partícula eliminamos los diferentes giros que hace y consideramos únicamente un solo movimiento, de manera que cualquier cuerpo físico puede ser considerado como una partícula.

La trayectoria de una partícula, o el camino recorrido al pasar de su posición inicial a su posición final, puede ser recta o curva, resultando así movimientos rectilíneos o curvilíneos, los cuales pueden ser uniformes o variados dependiendo de que la velocidad permanezca constante o no.

3 SISTEMAS DE REFERENCIA

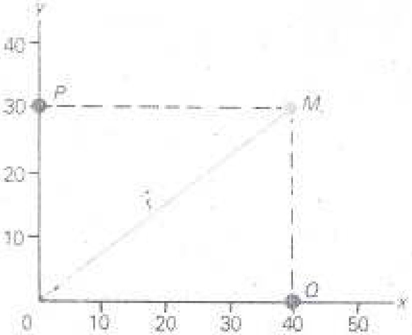
En la descripción del movimiento de una partícula es necesario señalar perfectamente cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de sistemas de referencia: el absoluto y el relativo.

El sistema de referencia absoluto es aquel que considera un sistema fijo de referencia, y el sistema de referencia relativo es el que considera móvil al sistema de referencia. En realidad, el sistema de referencia absoluto no existe; por ejemplo, si una persona parada en una esquina observa a un automóvil circular a una velocidad de 50 km/h hacia el Norte, podría considerarse que el automóvil se mueve respecto a un punto fijo, el cual es la persona misma parada en la esquina; pero en realidad, la persona también se mueve, pues la Tierra está en continuo movimiento de rotación y de traslación alrededor del Sol. Sin embargo, resulta útil tomar en

cuenta los movimientos que se producen sobre la superficie de la Tierra, suponiendo a ésta como un sistema de referencia absoluto, es decir, fijo.

La importancia de definir claramente el sistema de referencia empleado al describir el movimiento de un cuerpo, se comprenderá mejor con los siguientes ejemplos: en un tren cuya marcha es de 80 km/h viaja una persona a la cual se le ocurre caminar en el vagón en la misma dirección que la máquina y a una velocidad de 5 km/h, esto lo hace considerando al tren como un sistema de referencia inmóvil; sin embargo, si otra persona observa el paso del tren, su sistema de referencia será la Tierra, y para él la velocidad del pasajero se obtendrá al sumar la velocidad de éste y la del tren, dando como resultado 85 km/h. De igual manera, cuando viajamos en un avión y observamos el movimiento de las azafatas por el pasillo central, lo referimos respecto al avión, considerado como un sistema de referencia fijo. Pero para el piloto que supervisa meticulosamente el vuelo del avión y mira en forma permanente hacia el exterior, tendrá como sistema de referencia a la Tierra considerada fija o inmóvil.

Para describir la posición de una partícula sobre una superficie, se utiliza un sistema de coordenadas cartesianas o coordenadas rectangulares. En este sistema, los ejes se cortan perpendicularmente en un punto 0 llamado origen. El eje horizontal es el de las abscisas o de las x y el eje vertical es el de las ordenadas o de las y. Observemos la siguiente figura:



La posición de una partícula M situada en el plano está determinada por dos magnitudes: la abscisa o distancia $0Q$ medida entre el origen y la intersección en Q de una línea que pasa por M, y la ordenada o distancia $0P$ existe entre el origen y la intersección en P de una línea que pasa por M.

Por tanto, la posición de la partícula es:

$$M = (x, y)$$

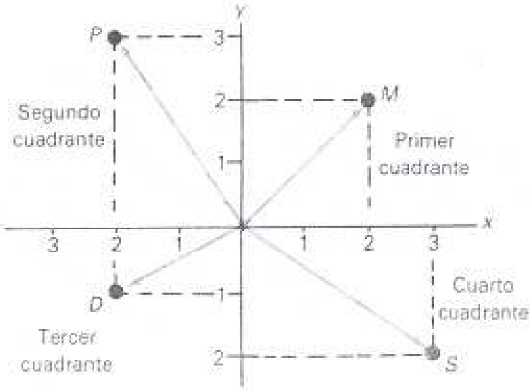
donde: $x = 40$

$y = 30$

$M = (40, 30)$

La posición de la partícula también puede representarse por el vector $\vec{r}$ llamado vector de posición, cuyas componentes rectangulares son x, y.

Según el cuadrante en que se encuentren las coordenadas, éstas tendrán signo positivo o negativo:



En el primer cuadrante x, y son positivas, $M = (2, 2)$.

En el segundo cuadrante x es negativa y y positiva, $P = (-2, 3)$.

En el tercer cuadrante x, y son negativas, $D = (-2, -1)$.

En el cuarto cuadrante x es positiva y y negativa, $S = (3, -2)$.

Para determinar la posición de una partícula, también se utilizan las llamadas coordenadas polares. Consideremos la siguiente figura:

La posición del punto Q queda determinada por la distancia de este punto al origen 0, así como por el ángulo formado por $0Q$ respecto a $0x$, recta del plano que recibe el nombre de eje polar. Por tanto, para el punto Q las coordenadas polares son $\vec{r}$ = 4.5 km, $\theta = 35°$. Observemos que la posición del punto Q está determinada por el vector de posición $\vec{r}$ cuya magnitud es de 4.5 km con un ángulo de 35° respecto al eje polar.

4 DISTANCIA, DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y RAPIDEZ

Distancia y desplazamiento

La distancia recorrida por un móvil es una magnitud escalar, ya que sólo interesa saber cuál fue la magnitud de la longitud recorrida por el móvil durante su trayectoria seguida, sin importar en qué dirección lo hizo. Por ejemplo, si a una persona le recomiendan correr 3 km todos los días para tener buena condición física, no importa si lo hace en línea recta corriendo 1.5 km de ida y 1.5 km de regreso, o los recorre dando vueltas a un parque hasta completar los 3 kilómetros. En cambio, el desplazamiento de un móvil es una magnitud vectorial, pues corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos: el de partida y el de llegada. Así, una persona puede caminar 10 m al Norte y 10 m al Sur para regresar al mismo punto de donde partió. Tendremos entonces que su distancia recorrida es de 20 m, sin embargo, su desplazamiento es igual a cero, porque regresó al mismo lugar de partida. Encontrará más ejemplos en la sección 8 de esta unidad.

Velocidad y rapidez

La velocidad y la rapidez generalmente se usan como sinónimos en forma equivocada; no obstante, que la rapidez es una cantidad escalar que únicamente indica la magnitud de la velocidad; y la velocidad es una magnitud vectorial, pues para quedar bien definida requiere que se señale, además de su magnitud, su dirección y su sentido. Cuando un móvil sigue una trayectoria en línea recta, recorriendo distancias iguales en cada unidad de tiempo, su rapidez y velocidad permanecen constantes; en cambio, si en una trayectoria curva el móvil logra conservar una rapidez constante, por ejemplo 30 km/h, su velocidad va cambiando, aunque su magnitud, o rapidez, no varía, pero su sentido sí va modificándose. En conclusión, cuando en Física se habla de velocidad, no se refiere sólo a la rapidez con que se mueve un cuerpo, sino también en qué dirección lo hace.

La dirección de la velocidad de un cuerpo móvil queda determinada por la dirección en la cual se efectúa su desplazamiento. La velocidad de un cuerpo puede ser constante o variable. Por ejemplo, un ciclista al inicio de una carrera va aumentando paulatinamente su velocidad y durante algunos tramos en línea recta, la conserva constante; al subir una cuesta reduce su velocidad, misma que se incrementa durante la bajada. Al final de la carrera, trata de incrementar al máximo su velocidad hasta llegar a la meta, después la va disminuyendo hasta detenerse totalmente.

La velocidad se define como el desplazamiento realizado por un móvil, dividido entre el tiempo que tarda en efectuarlo:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

donde: $\vec{v}$ = velocidad del móvil
$\vec{d}$ = desplazamiento del móvil
t = tiempo en que se realiza el desplazamiento

Las unidades de velocidad son:

En el SI $\vec{v}$ = m/s
En el CGS $\vec{v}$ = cm/s

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DISTANCIA, DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y RAPIDEZ

1. Encontrar la velocidad en m/s de un automóvil cuyo desplazamiento es de 7 km al Norte en 6 minutos.

Datos

$\vec{d}$ = 7 km al Norte
t = 6 min
$\vec{v}$ = ? m/s

Fórmula

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

Conversión de unidades

$$7\ \text{km} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} = 7000\ \text{m}$$

$$6\ \text{min} \times \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 360\ \text{s}$$

Sustitución y resultado

$$\vec{v} = \frac{7000\ \text{m}}{360\ \text{s}} = 19.44\ \text{m/s al Norte}$$

2. Determinar el desplazamiento en m que realizará un ciclista al viajar hacia el Sur a una velocidad de 35 km/h durante 1.5 minutos.

Datos

$\vec{v}$ = 35 km/h al Sur
t = 1.5 min
$\vec{d}$ = ? m

Fórmula

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t} \quad \therefore \quad \vec{d} = \vec{v}t$$

Conversión de unidades

$$35\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 9.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1.5\ \text{min} \times \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 90\ \text{s}$$

Sustitución y resultado

$$\vec{d} = 9.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 90\ \text{s} = 873\ \text{m al Sur}$$

3. Una lancha de motor desarrolla una velocidad de 6.5 m/s, si la velocidad que lleva la corriente de un río hacia el Este es de 3.4 m/s.

Calcular:

a) La velocidad de la lancha si va en la misma dirección y sentido que la corriente del río.
b) La velocidad de la lancha si va en la misma dirección, pero en sentido contrario a la corriente del río.
c) La velocidad de la lancha si desea cruzar el río de una orilla a la otra. Determinar también cuál será la dirección que llevará la lancha, emplear el método del paralelogramo.

Solución:

a) $\vec{v} = \vec{v}_L + \vec{v}_R = 6.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$= 9.9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ al Este

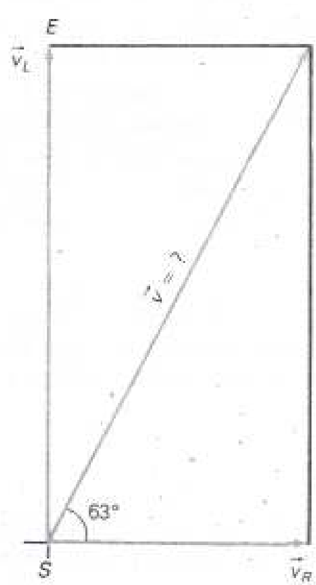
b) $\vec{v} = -\vec{v}_L + \vec{v}_R = -6.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$= -3.1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ al Oeste

Nota: El signo (−) de la velocidad de la lancha (v_L) se debe a que va hacia el Oeste, o sea, hacia la izquierda del eje x.

c) $\vec{v}$ = 7.3 m/s con un ángulo de 63° en dirección Noreste.

Escala: 1 cm = 1 m/s



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar el desplazamiento en metros de un automóvil que va a una velocidad de 80 km/h al Este, durante 0.5 min.

   Respuesta:
   $\vec{d}$ = 666 m al Este

2. Calcular el tiempo en segundos que tardará un tren en desplazarse 3 km en línea recta hacia el Sur con una velocidad de 70 km/h.

   Respuesta:
   t = 154.1 s

3. Un barco navega a una velocidad de 60 km/h en un río cuya velocidad es de 15 km/h al Norte.

   Calcular:

   a) La velocidad del barco si va en la misma dirección y sentido que la corriente del río.
   b) La velocidad del barco si va en la misma dirección, pero en sentido contrario a la corriente del río.
   c) La velocidad del barco al cruzar el río de una orilla a la otra. Encontrar también la dirección que llevará el barco.

   Respuestas:

   a) $\vec{v}$ = 75 km/h al Norte
   b) $\vec{v}$ = −45 km/h al Sur
   c) La velocidad del barco al cruzar el río es de 62 km/h con un ángulo de 14° en dirección Noreste.

4. Si un barco navega en el mismo sentido de la corriente de un río, consume menos combustible que cuando va en sentido contrario a la corriente. ¿Cómo explicaría este comportamiento en el consumo de combustible?

5 MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME (M.R.U.)

Cuando un móvil sigue una trayectoria recta en la cual realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales se dice que efectúa un movimiento rectilíneo uniforme. Supongamos que en 1 segundo un móvil se desplaza 2 metros; al transcurrir 2 segundos, se habrá desplazado 4 metros; al transcurrir 3 segundos, se habrá desplazado 6 metros y así sucesivamente; en este caso observaremos que la velocidad permanece constante, ya que por cada incremento en el tiempo de 1 segundo, tendrá un incremento de 2 metros en su desplazamiento. Para representar algún cambio en una variable se utiliza la letra griega Δ (delta), por tanto, podemos escribir la fórmula de la velocidad en función de los cambios en su desplazamiento respecto al cambio en el tiempo de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

Siempre que se trate del movimiento de un móvil en línea recta, recorriendo desplazamientos iguales en tiempos iguales, la relación $\frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t}$ será un valor constante.

donde: $\frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = k$ = constante

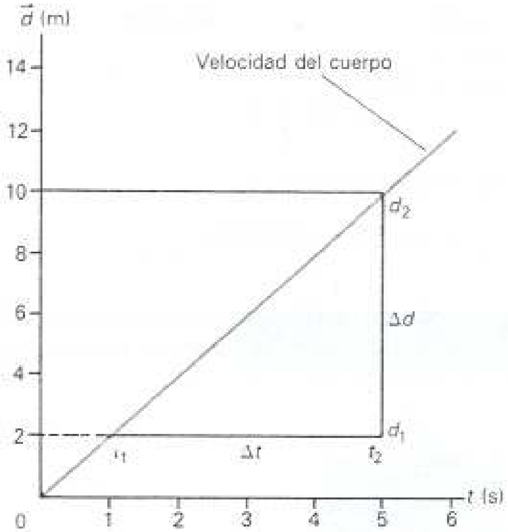
RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE M.R.U.

En el movimiento de un cuerpo se obtuvieron los siguientes datos:

Cuadro 4.1 DATOS DE MOVIMIENTO DE UN CUERPO

Número de intervalo	t_1 (s)	$\vec{d}_1$ (m)	t_2 (s)	$\vec{d}_2$ (m)	Δt (s)	$\Delta\vec{d}$ (m)	$\Delta\vec{d}/\Delta t$ (m/s)
1	0	0	1	2	1	2	2
2	1	2	2	4	1	2	2
3	2	4	3	6	1	2	2
4	3	6	4	8	1	2	2
5	4	8	5	10	1	2	2
6	5	10	6	12	1	2	2

Si graficamos los datos del desplazamiento en función del tiempo que utilizó el cuerpo para realizarlo, tendremos:



Como se observa, al graficar los datos del desplazamiento en función del tiempo y al unir los puntos se obtuvo una línea recta. Esta línea representa la velocidad e indica que ésta permanece constante, ya que sólo para una línea recta las variaciones iguales a lo largo de un eje corresponden a variaciones iguales sobre el otro eje.

También podemos decir que la pendiente de la gráfica distancia-tiempo es la constante de proporcionalidad entre las dos variables y representa a la magnitud de la velocidad. Mientras mayor es la pendiente de la curva, mayor será la velocidad del móvil.

Para calcular el valor de la velocidad basta determinar la tangente de la recta, es decir, el valor de su pendiente en cualquier punto de ella. Por tanto, se dibuja un triángulo rectángulo entre dos puntos cualquiera de la recta, misma que equivaldrá a la hipotenusa. De acuerdo con el triángulo rectángulo que trazamos en nuestra gráfica, su tangente es igual a:

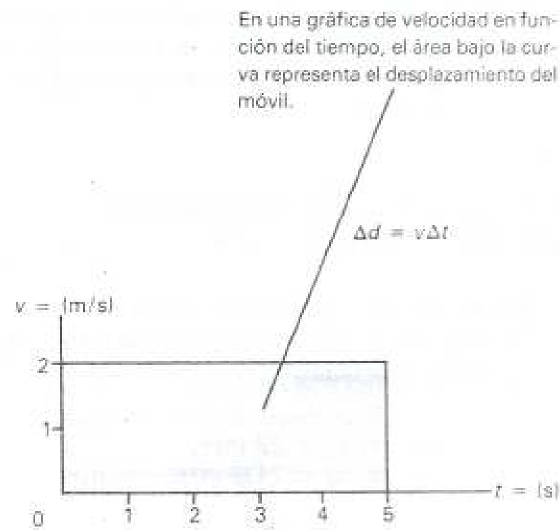
$$\tan = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 \text{ m} - 2 \text{ m}}{5 \text{ s} - 1 \text{ s}}$$

$$= \frac{8 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En conclusión, siempre que grafiquemos los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo que tarda en realizarlo, la pendiente de la curva obtenida representará la velocidad del móvil.

Con los mismos datos del cuadro 4.1 graficaremos la velocidad (relación $\Delta d/\Delta t$) en función del tiempo:



Cuando se grafican la velocidad y el tiempo, y permanece constante la velocidad, se obtiene una línea recta paralela al eje t. Para cualquier tiempo, el área del rectángulo representa el producto $v\Delta t$ equivalente al desplazamiento realizado por el móvil, pues $\Delta d = v\Delta t$.

Por tanto, el desplazamiento a un tiempo de 5 segundos con una velocidad de 2 m/s será de 10 m.

6 VELOCIDAD MEDIA

La mayoría de los movimientos que realizan los cuerpos no son uniformes, es decir, sus desplazamientos generalmente no son proporcionales al cambio de tiempo, debido a ello es necesario con-

siderar el concepto de velocidad media; por ejemplo, cuando oímos decir que de la Ciudad de México a la de Puebla se hace una hora treinta minutos, al recorrer la distancia de 128 kilómetros que las separa, podemos calcular la velocidad media durante el viaje.

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{128 \text{ km}}{1.5 \text{ h}} = 85.3 \text{ km/h}$$

Evidentemente la velocidad durante el viaje no puede ser constante, pues en las partes rectas la velocidad será mayor que en las curvas. Por tanto, una velocidad media representa la relación entre el desplazamiento total hecho por un móvil y el tiempo en efectuarlo.

Cuando un móvil experimenta dos o más velocidades distintas durante su movimiento se puede obtener una velocidad promedio si sumamos las velocidades y las dividimos entre el número de velocidades sumadas.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE VELOCIDAD MEDIA

1. Encuentre la velocidad promedio de un móvil que durante su recorrido hacia el Norte tuvo las siguientes velocidades:

$v_1 = 18.5$ m/s, $v_2 = 22$ m/s,
$v_3 = 20.3$ m/s, $v_4 = 21.5$ m/s.

Datos

$v_1 = 18.5$ m/s
$v_2 = 22$ m/s
$v_3 = 20.3$ m/s
$v_4 = 21.5$ m/s
$v_m = ?$

Fórmula

$$v_m = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4}$$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = \Sigma v$$

$$\therefore v_m = \frac{\Sigma v}{4}$$

Sustitución y resultado

$$\Sigma v = 18.5 \text{ m/s} + 22 \text{ m/s} + 20.3 \text{ m/s} + 21.5 \text{ m/s} = 82.3 \text{ m/s}$$

$$v_m = \frac{82.3 \text{ m/s}}{4} = 20.57 \text{ m/s al Norte}$$

2. Calcular la velocidad media de un móvil si partió al Este con una velocidad inicial de 2 m/s y su velocidad final fue de 2.7 m/s.

Datos

$v_0 = 2$ m/s
$v_f = 2.7$ m/s
$v_m = ?$

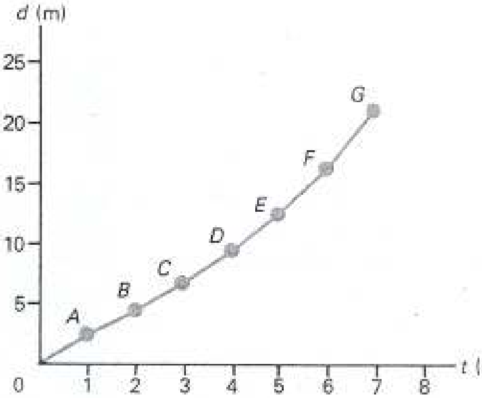
Fórmula

$$v_m = \frac{v_0 + v_f}{2}$$

Sustitución y resultado

$$v_m = \frac{2 \text{ m/s} + 2.7 \text{ m/s}}{2} = 2.35 \text{ al Este}$$

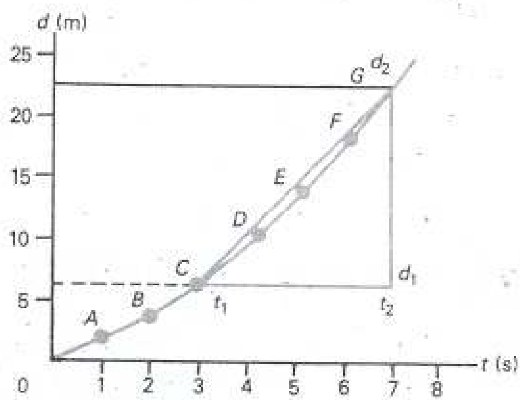
3. Con los datos del desplazamiento de un automóvil en función del tiempo se obtuvo la siguiente gráfica:



Calcular:

a) La velocidad media del automóvil durante el intervalo de $t_1 = 3$ s a $t_2 = 7$ s.

Solución:
Para encontrar la velocidad media calcularemos la pendiente de una recta hipotética trazada desde *C* hasta *G* como se ve en la gráfica siguiente:



Donde la pendiente que representa la velocidad media del automóvil es igual a:

$$v_m = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{22\ \text{m} - 6\ \text{m}}{7\ \text{s} - 3\ \text{s}}$$

$$= \frac{16\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 4\ \text{m/s}$$

Este resultado indica que durante el intervalo de 4 segundos, desde 3 a 7 segundos, la velocidad media del automóvil fue de 4 m/s.

4. Determine el tiempo en que un móvil recorre una distancia de 30 m si lleva una velocidad media de 3 m/s al Sur.

Datos

$d = 30$ m
$v_m = 3$ m/s
$t = ?$

Fórmula

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore t = \frac{d}{v_m}$$

Sustitución y resultado

$$t = \frac{30\ \text{m}}{3\ \text{m/s}} = 10\ \text{s}$$

5. Calcule la distancia en metros que recorrerá un motociclista durante 10 segundos si lleva una velocidad media de 60 km/h al Oeste.

Datos

$v_m = 60$ km/h
$t = 10$ s
$d = ?$

Fórmula

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore d = v_m t$$

Conversión de unidades

$$60\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} =$$
16.66 m/s

Sustitución y resultado

$$d = 16.66\ \text{m/s} \times 10\ \text{s} = 166.6\ \text{m al Oeste}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la velocidad media de un móvil que lleva una velocidad inicial de 3 m/s y su velocidad final es de 4.2 m/s.

   Respuesta:
   $v_m = 3.6$ m/s

2. Encuentre la distancia en metros que recorrerá un ciclista durante 7 segundos, si lleva una velocidad media de 30 km/h al Norte.

   Respuesta:
   $d = 58.33$ m al Norte

3. Calcular el tiempo en horas en que un automóvil recorre una distancia de 3 km si lleva una velocidad media de 50 km/h al Sur.

   Respuesta:
   $t = 0.06$ h

7 VELOCIDAD INSTANTANEA

La velocidad media se aproxima a una velocidad instantanea, cuando en el movimiento de un cuerpo los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños. Si el intervalo de tiempo es tan pequeño que casi tiende a cero, la velocidad del cuerpo será instantánea. Matemáticamente podemos decir que la velocidad instantánea en un punto es el límite de la velocidad media alrededor del punto cuando el intervalo de tiempo (Δt) es tan pequeño que tiende a cero ($\Delta t \to 0$) y se representa de la siguiente manera:

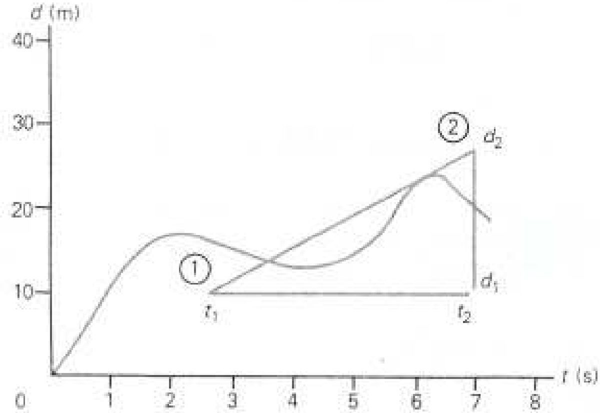
$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Cuando la velocidad media de un móvil permanece constante, la velocidad media y la velocidad instantánea son iguales.

Sin embargo, como es muy común que la velocidad de un móvil varíe constantemente, para conocer cuál es su velocidad en un momento dado, debemos calcular su velocidad instantánea.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE VELOCIDAD INSTANTANEA

Con los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo, se construyó la siguiente gráfica y se determinó la velocidad instantánea a los 6 segundos:



Para calcular la velocidad instantánea en cualquier momento, se traza una tangente a la curva en el punto considerado; tomando dos puntos de la tangente se determina la pendiente, es decir, la velocidad instantánea. En nuestro caso el instante considerado es a los 6 segundos. Al trazar la tangente a la curva, tomamos los puntos 1 y 2 cuya pendiente tiene el siguiente valor:

$$v_{inst} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{28\ \text{m} - 10\ \text{m}}{7\ \text{s} - 2.5\ \text{s}}$$

$$= \frac{18\ \text{m}}{4.5\ \text{s}} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Este resultado indica que a los seis segundos, la velocidad instantánea del móvil es de 4 m/s.

8 INTERPRETACION DE GRAFICAS DESPLAZAMIENTO-TIEMPO Y VELOCIDAD-TIEMPO

Para interpretar correctamente el movimiento de un cuerpo mediante el emnleo de gráficas desplazamiento-tiempo y velocidad-tiempo, debemos considerar lo siguiente:

a) El desplazamiento puede ser positivo o negativo: si d_2 es mayor que d_1 el desplazamiento es positivo y si d_2 es menor que d_1 el desplazamiento es negativo.

Ejemplo de desplazamientos positivos:

$\Delta d = d_2 - d_1 = -1 - (-4)$
$\Delta d = 3$

$\Delta d = d_2 - d_1 = 4 - 1$
$\Delta d = 3$

Ejemplo de desplazamientos negativos:

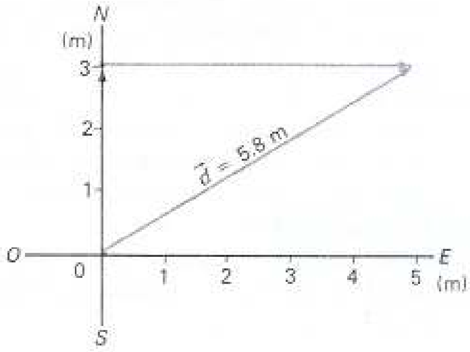
$\Delta d = d_2 - d_1 = -4 - (-1)$
$\Delta d = -3$

$\Delta d = d_2 - d_1 = 1 - 4$
$\Delta d = -3$

b) El desplazamiento de un móvil no representa su distancia recorrida, sino su desplazamiento desde el punto de origen al punto final. Por ejemplo, si decimos que un móvil tiene un desplazamiento igual a cero en un intervalo de 20 segundos, puede significar que no se ha movido o que se movió de un punto inicial y regresó al mismo, con lo cual, aunque recorrió una distancia, su desplazamiento fue cero.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DESPLAZAMIENTO DE UN MOVIL

1. Una persona caminó 3 m al Norte y después recorrió 5 m al Este. ¿Cuál fue su desplazamiento?



Solución:

Como se observa en la gráfica, su desplazamiento es de 5.8 m en dirección Noreste; no obstante, la distancia que recorrió fue de 8 m.

2. Un automóvil partió hacia el Norte recorriendo 3 km y después recorrió otros 3 km al Sur. ¿Cuál fue su desplazamiento?

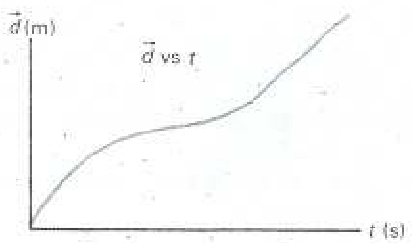
Solución:

Resulta evidente que, aunque recorrió 6 km en total, su desplazamiento es cero, pues regresó al mismo punto de partida.

c) La velocidad será positiva o negativa de acuerdo con el signo que tenga el desplazamiento.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DESPLAZAMIENTO-TIEMPO Y VELOCIDAD-TIEMPO

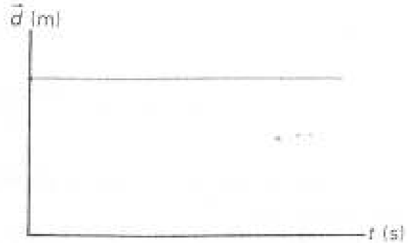
1. ¿Qué representa la curva obtenida en la gráfica siguiente al unir los puntos del desplazamiento de un móvil contra el tiempo?



Solución:

El gráfico desplazamiento contra tiempo, desplazamiento *versus* tiempo, o $\vec{d}$ vs t representa una velocidad variable.

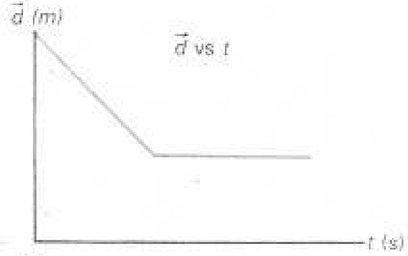
2. Explique cómo se interpreta la siguiente gráfica de $\vec{d}$ vs t:



Solución:

El resultado obtenido al unir los puntos del gráfico $\vec{d}$ vs t indica que al transcurrir el tiempo el desplazamiento era el mismo, es decir, el móvil no se movió y, por tanto, su velocidad es cero porque también es cero el valor de la pendiente de la recta.

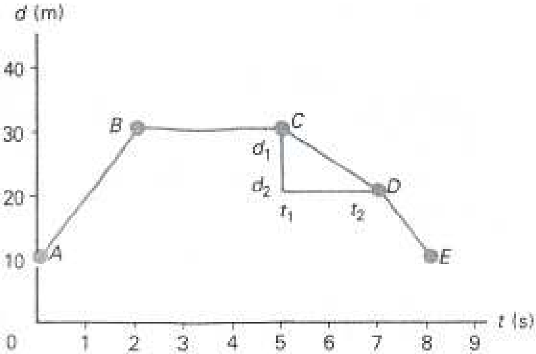
3. Interprete el movimiento de un móvil que al graficar los datos de su desplazamiento en función del tiempo nos da la siguiente gráfica:



Solución:

Como se observa, a medida que transcurre el tiempo su desplazamiento disminuye, lo cual indica que su posición original ha invertido el sentido de su recorrido, por tanto, su desplazamiento es negativo pues $\vec{d}_2$ es menor que $\vec{d}_1$. En consecuencia la velocidad también será negativa, porque el desplazamiento lo es. Finalmente, el móvil detiene su movimiento totalmente, porque el valor del desplazamiento es el mismo al transcurrir el tiempo.

4. Con los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo, se obtuvo la siguiente gráfica:



a) ¿Qué posición tenía el móvil antes de iniciar su movimiento?

b) ¿Cómo se comporta la velocidad hasta el instante 2 segundos y cuál es su valor?

c) ¿Qué valor tiene la velocidad durante el intervalo de tiempo entre los puntos *B* y *C*?

d) ¿Cuál fue la posición más alejada del móvil?

e) ¿En qué instante invirtió el sentido de su recorrido?

f) ¿Cuánto vale la velocidad del móvil del punto *C* al *D*?

g) ¿Regresó al punto de partida?

Solución:

a) La posición del móvil era de 10 m antes de iniciar su movimiento.

b) La velocidad del móvil permanece constante y su valor es:

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 10}{2 - 0}$$

$$= \frac{20}{2} = 10 \text{ m/s}$$

c) Entre los puntos *B* y *C* el móvil permanece detenido, pues no se mueve durante el intervalo de tiempo que va de los 2 a los 5 segundos, conservando su posición de 30 m. Por tanto, la velocidad es cero

d) La posición más alejada del móvil fue de 30 m

e) El sentido de su recorrido lo invirtió a los 5 segundos y a los 30 m en el punto *C*.

f) La velocidad del móvil se calcula con la pendiente de la recta que va de *C* a *D*, trazada en la gráfica:

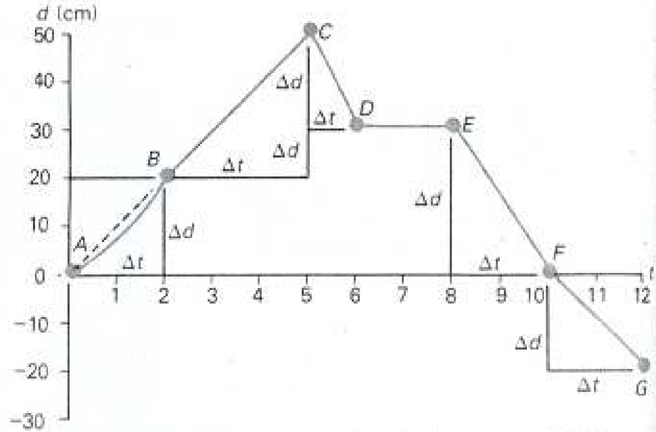
$$v_{C-D} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 30}{7 - 5}$$

$$= \frac{-10}{2} = -5 \text{ m/s}$$

La velocidad tiene signo negativo, ya que el desplazamiento es negativo; esto se observa, en virtud de que el móvil invirtió su recorrido y, por lo tanto, d_2 es menor que d_1.

g) El móvil regresó a su punto de partida, porque a los 8 segundos, instante en que terminó su recorrido, se encuentra de nuevo en la posición de 10 m, misma que tenía al iniciar su movimiento.

5 Con los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo, se obtuvo la siguiente gráfica:



a) ¿Qué posición tenía el móvil antes de iniciar su movimiento?

b) ¿Cómo se comportó la velocidad en el intervalo de tiempo de 0 a 2 segundos? ¿Cuál es el valor de la velocidad media durante este intervalo de tiempo?

c) ¿Cómo es la velocidad en el intervalo de tiempo de 2 a 5 segundos y cuánto vale?

d) ¿En qué instante invirtió el sentido de su corrido?

e) ¿Cuál es el valor de la velocidad del punto *C* al *D*?

f) ¿Cuánto vale la velocidad del punto *D* al *E*?

g) ¿En qué instante pasó por el mismo punto de donde partió al iniciar su movimiento?

h) ¿Cuál fue su máximo desplazamiento y en qué instante?

i) ¿Cuánto vale la velocidad del punto *E* al *F* y de *F* a *G*?

j) ¿Cuál fue su posición final y a qué tiempo?

k) Determine la velocidad del móvil en cada segundo de su recorrido y, con los datos de velocidad en función del tiempo, construya la gráfica velocidad-tiempo e interprétela.

l) Determine el desplazamiento total del móvil, calculando las áreas obtenidas de la gráfica velocidad-tiempo.

Sugerencia: Antes de ver las respuestas trate de contestar las preguntas con objeto de verificar si ya aprendió a interpretar las gráficas desplazamiento-tiempo.

Solución:

a) La posición del móvil antes de iniciar su movimiento se encuentra en el origen, es decir, desplazamiento cero a un tiempo cero

b) La velocidad fue aumentando en el intervalo de 0 a 2 segundos. Como el valor fue variando, determinamos la velocidad media, para ello, trazamos una recta hipotética de *A* a *B* como se ve en la gráfica y determinamos su pendiente:

$$v_m = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 0}{2 - 0} = \frac{20}{2} = 10 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

c) En el intervalo de tiempo de 2 a 5 segundos la velocidad permanece constante, ya que la línea de *B* a *C* es recta. El valor de la pendiente, es decir, la velocidad es:

$$v_{B-C} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{50 - 20}{5 - 2} = \frac{30}{3} = 10 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

d) Invirtió el sentido de su recorrido a los 5 segundos, pues de un desplazamiento de 50 cm pasó a uno de 30 cm a los 6 segundos regresándose 20 cm durante ese intervalo de tiempo.

e) La velocidad del punto *C* al *D* calculada con la pendiente de la recta, tiene un valor de:

$$v_{C-D} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 50}{6 - 5} = \frac{-20}{1} = -20 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

La velocidad es negativa porque el desplazamiento es negativo: d_2 menor que d_1.

f) La velocidad del punto *D* al *E* es igual a cero, pues la pendiente de la recta también es cero por no producirse ningún desplazamiento durante el intervalo de 6 a 8 segundos.

g) El instante en que el móvil pasa por el origen, o el punto donde inició su movimiento, es a los 10 segundos (punto *F*)

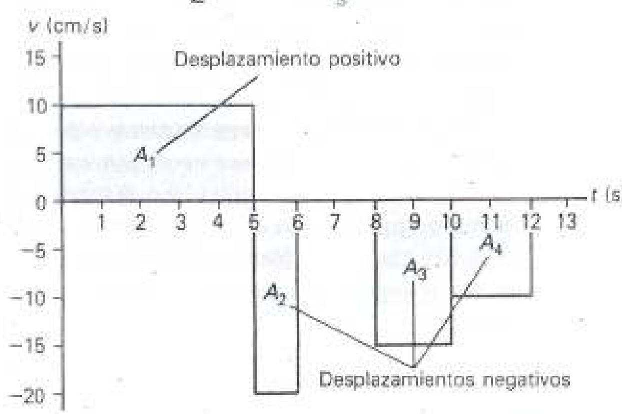
h) El máximo desplazamiento que tuvo fue de 50 cm a los 5 segundos.

i) La velocidad del punto *E* al *F* vale:

$$v_{E-F} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 30}{10 - 8} = \frac{-30}{2} = -15 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

y de *F* a *G* es:

$$v_{F-G} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{-20 - 0}{12 - 10} = \frac{-20}{2} = -10 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



Son velocidades negativas porque el desplazamiento es negativo (d_2 menor que d_1).

j) La posición final es con un desplazamiento de −20 cm a los 12 segundos

k) Las velocidades del móvil durante cada segundo de su recorrido las podemos determinar fácilmente:

v al 1er. segundo: 10 cm/s v al 2o. segundo: 10 cm/s	velocidad media de 0 a 2 s
v al 3er. segundo: 10 cm/s v al 4o. segundo: 10 cm/s v al 5o. segundo: 10 cm/s	velocidad constante del 2o. al 5o. s
v al 6o. segundo: −20 cm/s	velocidad de C a D
v al 7o. segundo: 0 v al 8o. segundo: 0	
v al 9o. segundo: −15 cm/s v al 10o. segundo: −15 cm/s	velocidad constante del 8o. al 10o. s
v al 11o. segundo: −10 cm/s v al 12o. segundo: −10 cm/s	velocidad constante del 10o. al 12o. s

Interpretación de la gráfica:

En la gráfica velocidad-tiempo vemos que hasta el quinto segundo la velocidad media del móvil es de 10 cm/s, después su velocidad es cero y cambia de sentido. En el sexto segundo alcanza su máxima velocidad −20 cm/s (el signo menos indica un desplazamiento negativo). En el séptimo y octavo segundos su velocidad es cero, por tanto el móvil permanece en reposo. En el noveno y décimo segundos su velocidad media es de −15 cm/s para, finalmente, disminuirla a −10 cm/s durante el onceavo y doceavo segundos.

En general, en una gráfica velocidad-tiempo las velocidades arriba del eje t (tiempo) son positivas y abajo del eje t son negativas, esto significa que si la velocidad es positiva el desplazamiento también lo es y viceversa.

l) Finalmente, puesto que en una gráfica de velocidad-tiempo el área bajo la curva representa el desplazamiento de un móvil, en nuestra gráfica podemos determinar el desplazamiento total del móvil, sumando su desplazamiento positivo y su desplazamiento negativo.

Determinación del desplazamiento positivo:

$A_1 = vt = 10 \text{ cm/s} \times 5 \text{ s} = 50 \text{ cm}$

Determinación del desplazamiento negativo,

$A_2 + A_3 + A_4$:

$A_2 = vt = -20 \text{ cm/s} \times 1 \text{ s} = -20 \text{ cm}$

$A_3 = vt = -15 \text{ cm/s} \times 2 \text{ s} = -30 \text{ cm}$

$A_4 = vt = -10 \text{ cm/s} \times 2 \text{ s} = -20 \text{ cm}$

$A_2 + A_3 + A_4 = -20 + (-30 \text{ cm}) + (-20 \text{ cm})$

Desplazamiento negativo $= -70$ cm

Desplazamiento total = desplazamiento positivo + desplazamiento negativo:

$d_t = 50 \text{ cm} + (-70 \text{ cm}) = -20 \text{ cm}$

Este resultado significa que finalmente el móvil quedó a 20 cm del punto de donde partió y con un sentido contrario al inicio de su desplazamiento.

9 ACELERACION Y MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.R.U.V.)

Aceleración

Cuando la velocidad de un móvil no permanece constante, sino que varía, decimos que sufre una **aceleración. Por definición, aceleración** es la variación de la velocidad de un móvil en cada unidad de tiempo

Si el móvil parte del reposo su aceleración será igual a:

$$a = \frac{v}{t} \quad \ldots (1)$$

Para determinar las unidades de aceleración, sustituimos las unidades de velocidad y tiempo, según el sistema de unidades utilizado:

$$\text{SI} \quad a = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{CGS} \quad a = \frac{\frac{\text{cm}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Si el móvil no parte del reposo, entonces en el intervalo de tiempo en el cual se considera su movimiento, ya llevaba una velocidad llamada inicial (v_0). Cuando el móvil no parte del reposo, la aceleración es igual a:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \quad \ldots (2)$$

donde: a = aceleración del móvil en m/s^2 o cm/s^2
v_f = velocidad final del móvil en m/s o cm/s
v_0 = velocidad inicial del móvil en m/s o cm/s
t = tiempo en que se produce el cambio de velocidad en segundos (s)

Comúnmente, al conocer la aceleración de un móvil y su velocidad inicial se desea calcular la velocidad final al cabo de cierto tiempo. Por tanto, despejando v_f de la ecuación 2 tenemos:

$$at = v_f - v_0$$
$$\therefore \quad v_f = v_0 + at$$

Como la velocidad es una magnitud vectorial, la aceleración también será vectorial, pues es el resultado de dividir una magnitud vectorial (velocidad) entre una escalar (tiempo).

El signo de la aceleración será el mismo que tenga la variación de la velocidad. Por tanto, la aceleración será positiva cuando:

1. La velocidad es de signo positivo y experimenta un aumento.
2. La velocidad es de signo negativo y sufre una disminución, es decir, un frenado.

La aceleración es negativa cuando:

1. La velocidad es de signo negativo y tiene un aumento.
2. La velocidad es de signo positivo y disminuye, es decir, un frenado.

Movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.)

Se tiene un movimiento rectilíneo uniformemente variado cuando la velocidad experimenta cambios iguales en cada unidad de tiempo. En este movimiento el valor de la aceleración permanece constante al transcurrir el tiempo. Por ejemplo, si un automóvil lleva una velocidad de 2 m/s al primer segundo, una velocidad de 4 m/s al segundo segundo y una velocidad de 6 m/s al tercer segundo, decimos que su velocidad cambia 2 m/s cada segundo. De donde su aceleración es constante en los tres segundos y cuyo valor es 2 m/s^2.

Aceleración media

De la misma manera como sucede con las velocidades de un móvil que no son constantes, sino que varían durante su movimiento, la aceleración también puede estar variando, toda vez que no siempre es constante. Por tanto, cuando un móvil varía su velocidad es conveniente determinar su aceleración media, conociendo su cambio de velocidad y el tiempo en realizar dicho cambio

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Aceleración instantánea

Cuando en el movimiento acelerado de un cuerpo, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la aceleración media se aproxima a una aceleración instantánea.

Cuando el intervalo de tiempo es tan pequeño que tiende a cero, la aceleración del móvil será instantánea

$$a_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Si la aceleración media de un móvil no permanece constante y se desea conocer la aceleración del móvil en un momento dado, se debe calcular la aceleración instantánea.

Gráficas desplazamiento-tiempo, desplazamiento-tiempo al cuadrado, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo, para el M.R.U.V.

De acuerdo con lo estudiado en la parte correspondiente al movimiento rectilíneo uniforme, se concluye lo siguiente: siempre que tengamos una gráfica desplazamiento-tiempo, la pendiente de la curva representará la velocidad, y en una gráfica velocidad-tiempo, el área bajo la curva representará el desplazamiento del móvil.

Al estudiar ahora las gráficas para un M.R.U.V. encontraremos que en una gráfica desplazamiento-tiempo al cuadrado, la pendiente de la curva representa la mitad del valor de la aceleración experimentada por un móvil durante su recorrido. En una gráfica velocidad-tiempo, la pendiente de la curva representa la aceleración y, finalmente, en una gráfica aceleración-tiempo, el área bajo la curva representa la velocidad del móvil

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE M.R.U.V. E INTERPRETACION DE GRAFICAS

Como resultado del movimiento rectilíneo uniformemente variado de un móvil se obtuvieron los datos del cuadro 4.2.

Cuadro 4.2 DATOS DEL MOVIL

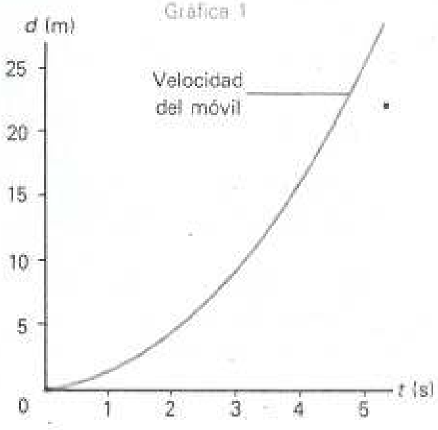
Tiempo (s)	Desplazamiento (m)	Velocidad instantánea (m/s)
0	0	0
1	1	2
2	4	4
3	9	6
4	16	8
5	25	10

1. Grafique el desplazamiento en función del tiempo e interprete la gráfica. Si al unir los puntos la línea no es recta, ¿qué sugiere hacer para que lo sea?
2. Grafique los datos de velocidad instantánea en función del tiempo. ¿Qué obtuvo al unir los puntos? ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta?
3. Grafique los datos de aceleración en función del tiempo e interprete el significado físico del área obtenida bajo la curva al unir los puntos.

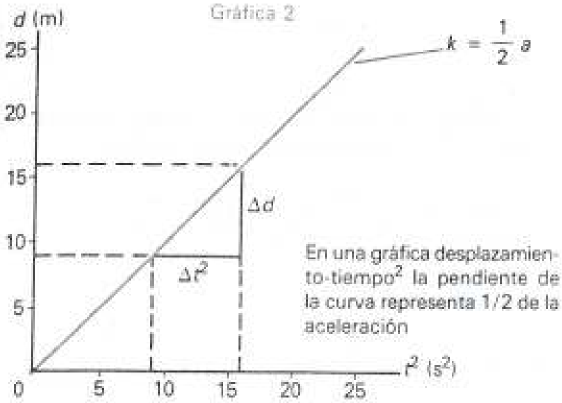
Solución:

1.

Gráfica 1



Al unir los puntos no se obtiene una línea recta, esto es evidente, pues la velocidad no es constante, sino que varía uniformemente en cada unidad de tiempo. Por tanto, el desplazamiento no es proporcional al tiempo. Si se eleva el tiempo al cuadrado y graficamos el desplazamiento en función del tiempo al cuadrado, obtenemos la siguiente gráfica:



Al unir los puntos hemos obtenido una línea recta, la cual indica que el desplazamiento es directamente proporcional al tiempo elevado al cuadrado:

$$d \propto t^2 \ldots (1)$$

Si cambiamos el signo de proporcionalidad α por un signo de igual e incluimos una constante de proporcionalidad k, tendremos la expresión 1 de la siguiente manera:

$$d = kt^2 \ldots (2)$$

Despejando a k tenemos:

$$k = \frac{d}{t^2} \ldots (3)$$

Nuestra constante de proporcionalidad k tiene un valor que resulta de dividir el desplazamiento entre su correspondiente tiempo al cuadrado. Debido a que k es constante, en todos los casos su valor será igual a la pendiente de la recta (gráfica 2).

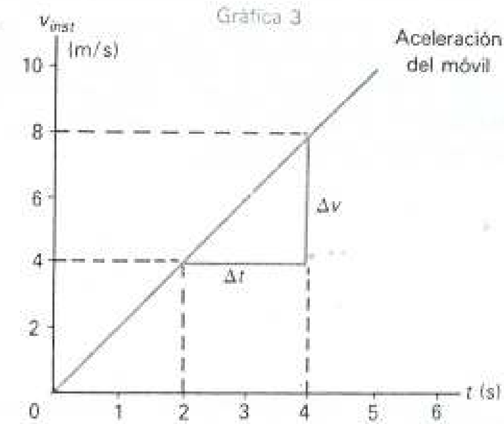
$$k = \frac{16-9}{16-9} = \frac{7\ \text{m}}{7\ \text{s}^2} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Este valor es exactamente la mitad de la aceleración que el móvil experimenta durante su recorrido. Por tanto, la aceleración será igual a:

$$a = 2k = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El valor de la aceleración también lo obtenemos con la pendiente de la gráfica velocidad instantánea en función del tiempo.

2.

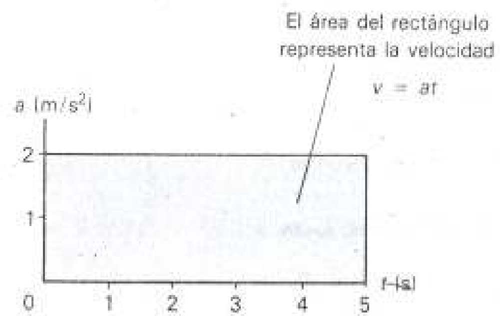


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\ \text{s} - 2\ \text{s}} = \frac{4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\ \text{s}}$$

$$= 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Como la aceleración permanece constante, si la graficamos en función del tiempo tenemos:

3.



El área obtenida al unir los puntos en una gráfica aceleración en función del tiempo, representa la velocidad del móvil. Al multiplicar la base (o tiempo) por la altura (o aceleración), tenemos:

$$v = at = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5\ \text{s} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De donde para el quinto segundo la velocidad del móvil es de 10 m/s.

Deducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V.

Como hemos observado en el movimiento rectilíneo uniformemente variado, la velocidad cambia constantemente de valor; por ello, si se desea conocer el desplazamiento en cualquier tiempo se puede obtener si utilizamos el concepto de velocidad media que ya estudiamos.

$$v_m = \frac{v_f + v_0}{2}$$

donde: $d = v_m t \therefore d = \frac{v_f + v_0}{2} t$

A partir de estas expresiones deduciremos las ecuaciones que se utilizan para calcular los desplazamientos y velocidades finales cuando el movimiento tiene aceleración constante.

$$v_m = \frac{d}{t} \ldots (1)$$

$$d = v_m t \ldots (2)$$

$$v_m = \frac{v_f + v_0}{2} \ldots (3)$$

Sustituyendo 3 en 2:

$$d = \frac{v_f + v_0}{2} t \ldots (4)$$

Sabemos que:

$$v_f = v_0 + at \ldots (5)$$

Sustituyendo 5 en 4:

$$d = \frac{v_0 + at + v_0}{2} t \ldots (6)$$

$$d = \frac{2\,v_0 + at}{2} t \ldots (7)$$

Multiplicando por t y dividiendo entre 2:

$$d = v_0 t + \frac{at^2}{2} \ldots (8)$$

si $v_0 = 0$

$$d = \frac{at^2}{2} \ldots (9)$$

Para calcular las velocidades finales en un M.R.U.V. partimos de la ecuación:

$$d = \frac{v_f + v_0}{2} t \ldots (4)$$

Sabemos que:

$$a = \frac{v_f - v_0}{2} \ldots (10)$$

Multiplicando 10 por 4:

$$ad = \frac{(v_f - v_0)}{t} \frac{(v_f + v_0)}{2} t \ldots (11)$$

$$ad = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2} \ldots (12)$$

Despejando la velocidad final:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad \ldots (13)$$

si $v_0 = 0$

$$v_f^2 = 2\,ad \ldots (14)$$

De la ecuación 12 podemos despejar el desplazamiento:

$$d = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,a} \ldots (15)$$

si $v_0 = 0$

$$d = \frac{v_f^2}{2\,a} \ldots (16)$$

En conclusión, para calcular los desplazamientos y las velocidades finales en un M.R.U.V., tenemos varias ecuaciones que usaremos dependiendo de las situaciones en las cuales se presente el movimiento, es decir, si hay o no velocidad inicial, además de los datos conocidos. Las siguientes fórmulas resumen las ecuaciones utilizadas cuando el movimiento es uniformemente variado:

a) Ecuaciones para calcular desplazamientos en un movimiento uniformemente variado.

$$1.\ d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$2.\ d = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,a}$$

$$3.\ d = \frac{v_f + v_0}{2}\,t$$

Cualquiera de estas tres ecuaciones nos da el mismo resultado, por tanto, su uso sólo depende de los datos del problema, y si éstos pueden sustituirse en cualquiera de ellas se escogerá la que nos resulte más sencilla.

Cuando se desea conocer el desplazamiento de un móvil y éste parte del reposo, la velocidad inicial vale cero y las tres ecuaciones anteriores se reducen a las siguientes expresiones:

$$1.\ d = \frac{at^2}{2}$$

$$2.\ d = \frac{v_f^2}{2\,a}$$

$$3.\ d = \frac{v_f}{2}\,t$$

b) Ecuaciones para calcular velocidades finales en un movimiento uniformemente variado.

$$1.\ v_f = v_0 + at$$

$$2.\ v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$$

Igual que en el caso de los desplazamientos, para calcular la velocidad de un móvil uniformemente variado tenemos la opción de emplear cualquiera de las dos ecuaciones, dependiendo de los datos o de la que nos resulte más sencilla.

Cuando se desea conocer la velocidad final que alcanzará un móvil cuando parte del reposo, tendremos que en esa circunstancia la velocidad inicial es cero y las dos ecuaciones anteriores se reducen a las siguientes expresiones:

$$1.\ v_f = at$$

$$2.\ v_f^2 = 2\,ad$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DEL M.R.U.V.

1. Un automóvil adquiere una velocidad de 40 km/h al Sur en 4 s. ¿Cuál es su aceleración en m/s^2?

Datos	*Fórmula*
$v = 40$ km/h al Sur	$a = \frac{v}{t}$
$t = 4$ s	
$a = ?\ m/s^2$	

Conversión de unidades

$$40\,\frac{km}{h} \times \frac{1000\ m}{1\ km} \times \frac{1\ h}{3600\ s} =$$

$$11.1\,\frac{m}{s}$$

Sustitución y resultado

$$a = \frac{11.1\ m/s}{4\ s} = 2.77\ m/s^2$$

2. Un motociclista lleva una velocidad inicial de 2 m/s al Sur, a los 3 segundos su velocidad es de 6 m/s.

Calcular:

a) Su aceleración media.
b) Su desplazamiento en ese tiempo.

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 2$ m/s	a) $a = \frac{v_f - v_0}{t}$
$t = 3$ s	
$v_f = 6$ m/s	b) $d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
a) $a = ?$	
b) $d = ?$	

Sustitución y resultados

$$a)\ a = \frac{6\ m/s - 2\ m/s}{3\ s} = 1.33\ m/s^2$$

$$b)\ d = 2\ m/s \times 3\ s + \frac{1.33\ m/s^2\ (3\ s)^2}{2}$$
$$= 6\ m + 5.985\ m = 11.985\ m \text{ al Sur.}$$

3. Determine la rapidez que llevará un ciclista a los 5 segundos, si al bajar por una pendiente adquiere una aceleración de 1.5 m/s² y parte con una rapidez inicial de 3 m/s.

Datos — *Fórmula*

$v_f = ?$ $v_f = v_0 + at$
$t = 5$ s
$a = 1.5$ m/s²
$v_0 = 3$ m/s

Sustitución y resultado

$v_f = 3\text{ m/s} + (1.5\text{ m/s}^2 \times 5\text{ s})$
$= 3\text{ m/s} + 7.5\text{ m/s} = 10.5\text{ m/s}$

4. Una lancha de motor parte del reposo hacia el Sur y en 0.3 minutos alcanza una velocidad de 50 km/h.

Calcular:

a) ¿Cuál fue su aceleración en m/s²?
b) ¿Cuántos metros se desplazó en ese tiempo?

Datos — *Fórmulas*

$v_0 = 0$ — a) $a = \frac{v}{t}$
$t = 0.3$ min
$v_f = 50$ km/h — b) $d = \frac{at^2}{2}$
a) $a = ?$ m/s²
b) $d = ?$ m

Conversión de unidades

$$0.3\text{ min} \times \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = 18\text{ s}$$

$$50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} =$$

$$13.89\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sustitución y resultados

$$\text{a) } a = \frac{13.89\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{18\text{ s}} = 0.77\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ al Sur}$$

$$\text{b) } d = \frac{0.77\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(18\text{ s})^2}{2}$$
$= 124.74$ m al Sur

5. Un tren parte del reposo al Este y experimenta una aceleración de 0.3 m/s² durante 0.5 minutos.
Calcular:
a) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?
b) ¿Qué velocidad lleva?

Datos — *Fórmulas*

$v_0 = 0$ — a) $d = \frac{at^2}{2}$
$a = 0.3$ m/s²
$t = 0.5$ min — b) $v_f = at$
a) $d = ?$
b) $v_f = ?$

Conversión de unidades

$$0.5\text{ min} \times \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = 30\text{ s}$$

Sustitución y resultados

$$\text{a) } d = \frac{0.3\text{ m/s}^2 \times (30\text{ s})^2}{2} = 135\text{ m}$$

b) $v_f = 0.3\text{ m/s}^2 \times 30\text{ s} = 9$ m/s al Este

6. Un móvil tiene una velocidad inicial de 4 m/s al Sur y experimenta una aceleración de 2 m/s², la cual dura 12 segundos.

Calcular:

a) ¿Qué desplazamiento tiene a los 12 segundos?

b) ¿Qué velocidad lleva a los 12 segundos?

Datos — *Fórmulas*

$v_0 = 4$ m/s — a) $d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
$a = 2$ m/s²
$t = 12$ s — b) $v_f = v_0 + at$
a) $d = ?$
b) $v_f = ?$

Sustitución y resultados

a) $d = 4\ \text{m/s} \times 12\ \text{s} + \dfrac{2\ \text{m/s}^2\ (12\ \text{s})^2}{2}$

$= 48\ \text{m} + 144\ \text{m} =$ 192 m al Sur

b) $v_f = 4\ \text{m/s} + (2\ \text{m/s}^2 \times 12\ \text{s})$

$= 4\ \text{m/s} + 24\ \text{m/s} =$ 28 m/s al Sur

7. Un automóvil con una rapidez de 20 km/h se lanza cuesta abajo de una pendiente y adquiere una rapidez de 70 km/h en 1 minuto. Si se considera que su aceleración fue constante, calcular:

a) La aceleración en m/s^2.
b) La distancia recorrida en metros durante ese tiempo.

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 20$ km/h	a) $a = \dfrac{v_f - v_0}{t}$
$v_f = 70$ km/h	
$t = 1$ min	b) $d = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$
a) $a = ?$	
b) $d = ?$	

Conversión de unidades

$$v_0 = 20\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$

$= 5.55$ m/s

$$v_f = 70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$

$= 19.44$ m/s

$t = 1\ \text{min} = 60\ \text{s}$

Sustitución y resultados

a) $a = \dfrac{19.44\ \text{m/s} - 5.55\ \text{m/s}}{60\ \text{s}}$

$= 0.23\ \text{m/s}^2$

b) $d = 5.55\ \text{m/s} \times 60\ \text{s} + \dfrac{0.23\ \text{m/s}^2\ (60\ \text{s})^2}{2}$

$= 333\ \text{m} + 414\ \text{m} = 747\ \text{m}$

8. Una motocicleta arranca desde el reposo y mantiene una aceleración constante de 0.14 m/s^2.

Calcular:

a) ¿En qué tiempo recorrerá una distancia de 1.3 km?
b) ¿Qué rapidez llevará en ese tiempo en m/s y en km/h?

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 0$	a) $d = \dfrac{at^2}{2}\ \therefore\ t = \sqrt{\dfrac{2d}{a}}$
$a = 0.14$ m/s^2	
$d = 1.3$ km	b) $v_f = at$
$= 1300$ m	
a) $t = ?$	
b) $v_f = ?$	

Sustitución y resultados

a) $t = \sqrt{\dfrac{2 \times 1300\ \text{m}}{0.14\ \text{m/s}^2}} = 136.28\ \text{s}$

b) $v_f = 0.14\ \text{m/s}^2 \times 136.28\ \text{s} = 19.08\ \text{m/s}$

Conversión de unidades

$$19.08\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1\ \text{km}}{1000\ \text{m}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} =$$

68.7 km/h

9. Un camión de carga que viaja al Norte con una velocidad de 70 km/h, aplica bruscamente los frenos y se detiene en 15 segundos.

Calcular:

a) La aceleración.
b) La distancia total recorrida desde que aplicó los frenos hasta detenerse.
c) La velocidad que lleva a los 6 segundos de haber aplicado los frenos.
d) La distancia que recorrió durante los primeros 6 segundos de haber frenado.

Dar todos los resultados en unidades del Sistema Internacional.

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 70$ km/h	a) $a = \dfrac{v_f - v_0}{t}$
$t = 15$ s	
a) $a = ?$	b) $d = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$
b) $d_{total} = ?$	
c) $v_{a\ los\ 6\ s} = ?$	c) $v = v_0 + at$
d) $d_{a\ los\ 6\ s} = ?$	d) $d = \dfrac{v_f + v_0}{2}\, t$

Conversión de unidades

$$v_0 = 70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$

$$= 19.44\ \text{m/s}$$

Sustitución y resultados

a) $a = \dfrac{0 - 19.44\ \text{m/s}}{15\ \text{s}} = -1.3\ \text{m/s}^2$

b) $d_{total} = 19.44\ \text{m/s} \times 15\ \text{s} + \dfrac{-1.3\ \text{m/s}^2\ (15\ \text{s})^2}{2}$
$= 291.6\ \text{m} - 146.25\ \text{m} = 145.35\ \text{m}$

c) $v_{6\,s} = 19.44\ \text{m/s} + (-1.3\ \text{m/s}^2 \times 6\ \text{s})$
$= 19.44\ \text{m/s} - 7.8\ \text{m/s} = 11.64\ \text{m/s}$

d) $d_{6\,s} = \dfrac{11.64\ \text{m/s} + 19.44\ \text{m/s}}{2}\ (6\ \text{s})$
$= 15.54\ \text{m/s} \times 6\ \text{s} = 93.24\ \text{m}$

o bien: $d_{6\,s} = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$

Sustituyendo:

$d_{6\,s} = 19.44\ \text{m/s} \times 6\ \text{s} + \dfrac{-1.3\ \text{m/s}^2\ (6\ \text{s})^2}{2}$
$= 93.24\ \text{m}$

10. Un avión lleva una velocidad de 110 km/h al Norte en el momento en que inicia su aterrizaje y ha recorrido 1.3 km antes de detenerse. Si la aceleración es constante, determinar:

a) La aceleración.
b) El tiempo que emplea para detenerse.
c) La distancia que recorre a los 7 segundos de haber iniciado su aterrizaje.

Dé los resultados en el SI.

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 110$ km/h $= 30.55$ m/s	a) $v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$ $\therefore a = \dfrac{v_0^2}{2\,d}$
$d = 1.3$ km $= 1300$ m	
a) $a = ?$	
b) t en parar $= ?$	b) $v_f = v_0 + at$ $\therefore t = -\dfrac{v_0}{a}$
c) d a los 7 s $= ?$	c) $d = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$

Sustitución y resultados

a) $v_f = 0 = v_0^2 + 2\,ad \therefore a = -\dfrac{v_0^2}{2\,d}$

$a = -\dfrac{(30.55\ \text{m/s})^2}{2 \times 1300\ \text{m}} = -0.359\ \text{m/s}^2$

b) $v_f = 0 = v_0 + at \therefore t = -\dfrac{v_0}{a}$

$t = -\dfrac{30.55\ \text{m/s}}{-0.359\ \text{m/s}^2}$
$= 85.1$ s en detenerse

c) $d = 30.55\ \text{m/s} \times 7\ \text{s} + \dfrac{-0.359\ \text{m/s}^2\ (7\ \text{s})^2}{2}$
$= 213.85\ \text{m} - 8.8\ \text{m} = 205.05\ \text{m}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una avioneta parte del reposo y alcanza una rapidez de 95 km/h en 7 segundos para su despegue. ¿Cuál fue su aceleración en m/s²?

Respuesta:

$a = 3.77\ \text{m/s}^2$

2. Un automóvil lleva una velocidad inicial de 20 km/h al Norte y a los 4 segundos su velocidad es de 50 km/h.

Calcular:

a) Su aceleración.
b) Su desplazamiento en ese tiempo.

Dé los resultados en el SI.

Respuestas:

a) $a = 2.08\ m/s^2$
b) $d = 38.86$ m

3. Una lancha de motor parte del reposo y alcanza una velocidad de 60 km/h al Este en 22 segundos.

Calcular:

a) Su aceleración en m/s^2.
b) Su desplazamiento en m.

Respuestas:

a) $a = 0.76\ m/s^2$ al Este
b) $d = 183.9$ m al Oeste

4. Una pelota al ser soltada en una pendiente adquiere una aceleración de 6 m/s^2 en 1.2 segundos.

Calcular:

a) ¿Qué rapidez lleva en ese tiempo?
b) ¿Qué distancia recorrió?

Respuestas:

a) $v = 7.2$ m/s
b) $d = 4.32$ m

5. Un motociclista que se dirige hacia el Sur lleva una velocidad de 10 km/h, si después acelera uniformemente 3 m/s^2 durante 5 s, calcular:

a) La velocidad obtenida al término de los 5 segundos.
b) El desplazamiento que tuvo a partir de su aceleración.

Respuestas:

a) $v_{5\ s} = 17.78$ m/s
b) $d = 51.38$ m

6. Un automóvil que viaja al Este aumenta su velocidad de 30 km/h a 60 km/h en 4 segundos, si se considera que su aceleración fue constante. Determinar:

a) Su aceleración.
b) La distancia que recorrió en los 4 segundos.

Respuestas:

a) $a = 2.08$ m/s
b) $d = 49.96$ m

7. Un camión de pasajeros arranca desde el reposo manteniendo una aceleración constante de 0.6 m/s^2.

Calcular:

a) ¿En qué tiempo recorrerá 0.3 km?

b) ¿Qué rapidez llevará en ese tiempo en m/s y en km/h?

Respuestas:

a) $t = 31.62$ s
b) $v = 18.97$ m/s $= 68.29$ km/h

8. Un automovilista que lleva una rapidez de 80 km/h aplica los frenos para detenerse en 5 segundos ante un semáforo, considerando la aceleración constante.

Calcular:

a) La aceleración.
b) La distancia total recorrida desde que aplicó los frenos hasta detenerse.
c) La rapidez que lleva a los 2 segundos de haber aplicado los frenos.
d) La distancia que recorrió durante los primeros 2 segundos de haber frenado.

Respuestas:

a) $a = -4.44\ m/s^2$
b) $d = 55.5\ m$
c) $v_{2\,s} = 13.34\ m/s$
d) $d_{2\,s} = 35.56\ m$

9. Una caja se cae accidentalmente de una camioneta que lleva una velocidad de 60 km/h hacia el Este, recorriendo 15 m antes de detenerse. Si la aceleración es constante, calcular:

a) La aceleración.
b) El tiempo que tarda la caja en detenerse.
c) La distancia que recorre el primer segundo de su caída.

Respuestas:

a) $a = -9.25\ m/s^2$
b) $t = 1.8\ s$
c) $d_{1\,s} = 12.03\ m$

Caída libre de los cuerpos y tiro vertical

Caída libre

Un cuerpo tiene una caída libre si desciende sobre la superficie de la Tierra y no sufre ninguna resistencia originada por el aire. De manera práctica, cuando la resistencia del aire sobre los cuerpos es tan pequeña que se puede despreciar es posible interpretar su movimiento como una caída libre. Para cualquiera de nosotros es muy común observar la caída de los cuerpos sobre la superficie de la Tierra, pero, ¿nos hemos puesto a pensar en el tiempo que tardan en caer dos cuerpos de diferente tamaño desde una misma altura y de manera simultánea? Demos respuesta a esta interrogante experimentando con una hoja de papel y un cuaderno. Observemos que la hoja de papel cae más despacio y con un movimiento irregular, mientras la caída del cuaderno es vertical y es el primero en llegar al suelo. Ahora, hagamos una bolita con la hoja de papel comprimiéndola con las manos y dejémosla caer en forma simultánea con el cuaderno; el resultado será que ambos cuerpos caen verticalmente y al mismo tiempo, porque al comprimir la hoja de papel casi hemos eliminado los efectos de la resistencia del aire. Cuando en un tubo al vacío se dejan caer simultáneamente una pluma de ave, una piedra, una moneda y un pedazo de metal, su caída será vertical y al mismo tiempo, independientemente de su tamaño y peso, por tanto, su movimiento es en caída libre. Aunque al caer al suelo un cuerpo sufre los efectos de la resistencia del aire, por lo general son despreciables y los consideramos como si fueran en caída libre.

El científico italiano Galileo Galilei fue el primero en demostrar en 1590 que todos los cuerpos, ya sean grandes o pequeños, en ausencia de fricción, caen a la Tierra con la misma aceleración. Por tanto, si dejamos caer desde cierta altura una piedra grande y una pequeña, las dos piedras caerán al suelo en el mismo tiempo. Con base en estos resultados podemos afirmar que la aceleración gravitacional produce sobre los cuerpos con caída libre un movimiento uniformemente variado, motivo por el cual su velocidad aumenta en forma constante, mientras la aceleración permanece fija.

Al hacer la medición de la aceleración de la gravedad en distintos lugares de la Tierra, se ha encontrado que ésta no es igual en todas partes, pues existen pequeñas diferencias; sin embargo, para fines prácticos el valor aceptado es de $9.8066\ m/s^2$, cantidad que redondeada puede considerarse en forma aproximada como $9.8\ m/s^2$.

La aceleración de la gravedad es una magnitud vectorial cuya dirección está dirigida hacia el centro de la Tierra. Como ya se ha señalado los vectores dirigidos hacia arriba son positivos y los dirigidos hacia abajo son negativos; entonces, puesto que la aceleración de la gravedad está dirigida hacia abajo tendrá signo negativo. Generalmente, se acostumbra representar a la aceleración de la gravedad con la letra g, y para fines prácticos se le da un valor de:

$$g = -9.8\ m/s^2$$

Para resolver problemas de caída libre se utilizan las mismas ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente variado, resumidas en la De-

ducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V., pero se acostumbra cambiar la letra *a* de aceleración por *g* que representa la aceleración de la gravedad, y la letra *d* de distancia por *h* que representa a la altura. Por tanto, las ecuaciones generales para caída libre de los cuerpos serán:

1. $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

2. $h = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,g}$

3. $h = \frac{v_f + v_0}{2}\,t$

4. $v_f = v_0 + gt$

5. $v_f^2 = v_0^2 + 2\,gh$

Tiro vertical

Este movimiento se presenta cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba observándose que su velocidad va disminuyendo hasta anularse al alcanzar su altura máxima. Inmediatamente inicia su regreso para llegar al mismo punto donde fue lanzado y adquiere la misma velocidad con la cual partió. De igual manera, el tiempo empleado en subir, es el mismo utilizado en bajar. En conclusión, el tiro vertical sigue las mismas leyes de la caída libre de los cuerpos, y, por tanto, emplea las mismas ecuaciones.

En este tipo de movimiento generalmente resulta importante calcular la altura máxima alcanzada por un cuerpo, el tiempo que tarda en subir hasta alcanzar su altura máxima y el tiempo de permanencia en el aire, por tal motivo, haremos la deducción de las ecuaciones necesarias para calcular dichas magnitudes a partir de las ecuaciones generales para la caída libre de los cuerpos.

Para calcular la altura máxima que alcanza un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba usamos la ecuación:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2\,gh$$

Cuando el cuerpo alcanza su altura máxima ($h_{máx}$) su velocidad final es cero, por consiguiente:

$$v_f^2 = 0 = v_0^2 + 2\,gh_{máx}$$

Despejando a la altura máxima tenemos:

$$h_{máx} = -\frac{v_0^2}{2\,g}$$

Para calcular el tiempo que tarda en subir utilizamos la ecuación:

$$v_f = v_0 + gt$$

Cuando el cuerpo alcanza su altura máxima ya no sube más y, como ya mencionamos, en ese instante su velocidad final es cero, por tanto:

$$v_f = 0 = v_0 + gt_{(subir)}$$

Despejando al tiempo que tarda en subir [$t_{(subir)}$] tenemos:

$$t_{(subir)} = -\frac{v_0}{g}$$

Como el tiempo que tarda en subir es el mismo para bajar, entonces el tiempo de permanencia en el aire será:

$$t_{(aire)} = 2\,t_{(subir)}$$

es decir:

$$t_{(aire)} = -\frac{2\,v_0}{g}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

1. Una piedra se deja caer desde la azotea de un edificio y tarda en llegar al suelo 4 segundos.

Calcular:

a) La altura del edificio.
b) La velocidad con que choca en el suelo.

Datos

$v_0 = 0$
$t = 4\ s$
$g = -9.8\ m/s^2$
a) $h = ?$
b) $v_f = ?$

Fórmulas

a) $h = v_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$

b) $v_f = v_0 + gt$

Como $v_0 = 0$; las ecuaciones quedan:

a) $h = \dfrac{gt^2}{2}$

b) $v_f = gt$

Sustitución y resultados

a) $h = \dfrac{-9.8\ m/s^2\ (4\ s)^2}{2} = -78.4\ m$

El signo menos de la altura es porque se mide desde la azotea hasta el suelo.

b) $v_f = -9.8\ m/s^2 \times 4\ s = -39.2\ m/s$

El signo menos es porque la velocidad es hacia abajo.

2. Un niño deja caer una pelota desde una ventana que está a 60 m de altura sobre el suelo.

Calcular:

a) ¿Qué tiempo tardará en caer?
b) ¿Con qué velocidad choca con el suelo?

Datos

$v_0 = 0$
$h = -60\ m$
$g = -9.8\ m/s^2$
a) $t = ?$
b) $v_f = ?$

Fórmulas

a) $h = \dfrac{gt^2}{2}\ \therefore\ t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

b) $v_f = gt$

Sustitución y resultados

a) $t = \sqrt{\dfrac{2(-60\ m)}{-9.8\ m/s^2}} = 3.5\ s$

b) $v_f = -9.8\ m/s^2 \times 3.5\ s = -34.3\ m/s$

3. Se lanza una piedra al vacío con una velocidad inicial de 5 m/s.

Calcular:

a) ¿Qué velocidad llevará a los 3 segundos de su caída?
b) ¿Qué distancia recorrerá entre los segundos 3 y 4?

Datos

$v_0 = -5\ m/s$
$g = -9.8\ m/s^2$
a) $v_{a\ los\ 3\ s} = ?$
b) $d_{entre\ 3\ y\ 4\ s} = ?$

Fórmulas

a) $v_f = v_0 + at$

b) $h = v_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$

Sustitución y resultados

a) $v_f = -5\ m/s + (-9.8\ m/s^2 \times 3\ s)$
$= -5\ m/s - 29.4\ m/s = -34.4\ m/s$

b) $d_{3\,s} = -5\ m/s \times 3\ s + \dfrac{-9.8\ m/s^2\ (3\ s)^2}{2}$
$= -15\ m - 44.1\ m = -59.1\ m$

$d_{4\,s} = -5\ m/s \times 4\ s + \dfrac{-9.8\ m/s^2\ (4\ s)^2}{2}$
$= -20\ m - 78.4\ m = -98.4\ m$
$d_{4\,s} - d_{3\,s} = -98.4\ m - (-59.1\ m)$
$= -39.3\ m$

4. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 29.4 m/s.

Calcular:

a) ¿Qué altura habrá subido al primer segundo?
b) ¿Qué velocidad llevará al primer segundo?
c) ¿Qué altura máxima alcanzará?
d) ¿Qué tiempo tardará en subir?
e) ¿Cuánto tiempo durará en el aire?

Datos	*Fórmulas*
$v_0 = 29.4$ m/s (positiva porque va hacia arriba)	a) $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$
$g = -9.8$ m/s^2	b) $v_f = v_0 + gt$
a) $h_{1\,s} = ?$	c) $h_{máx} = -\frac{v_0^2}{2\,g}$
b) $v_{1\,s} = ?$	d) $t_{(subir)} = -\frac{v_0}{g}$
c) $h_{máx} = ?$	e) $t_{(aire)} = 2\,t_{(subir)}$
d) $t_{(subir)} = ?$	
e) $t_{(aire)} = ?$	

Sustitución y resultados

a) $h_{1\,s} = 29.4 \text{ m/s} \times 1 \text{ s} + \frac{-9.8 \text{ m/s}^2 (1 \text{ s})^2}{2}$
$= 29.4 \text{ m} - 4.9 \text{ m} = 24.5 \text{ m}$

b) $v_{1\,s} = 29.4 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2 \times 1 \text{ s})$
$= 29.4 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s} = 19.6 \text{ m/s}$

c) $h_{máx} = -\frac{(29.4 \text{ m/s})^2}{2\,(-9.8 \text{ m/s}^2)} = 44.1 \text{ m}$

d) $t_{(subir)} = -\frac{29.4 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 3 \text{ s}$

e) $t_{(aire)} = 2 \times 3 \text{ s} = 6 \text{ s}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un balón de futbol se deja caer desde una ventana y tarda en llegar al suelo 5 segundos.

Calcular:

a) ¿Desde qué altura cayó?
b) ¿Con qué velocidad cae al suelo?

Respuestas:

a) $h = -122.5$ m
b) $v = -49$ m/s

2. Una piedra se suelta al vacío desde una altura de 120 m.

Calcular:

a) ¿Qué tiempo tarda en caer?
b) ¿Con qué velocidad cae?

Respuestas:

a) $t = 4.95$ s
b) $v = -48.5$ m/s

3. Se tira una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 8 m/s.

Calcular:

a) ¿Qué velocidad llevará a los 4 segundos de su caída?
b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

Respuestas:

a) $v = -47.2$ m/s
b) $d = -110.4$ m

4. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 20 m/s.

Calcular:

a) ¿Qué distancia recorre a los 2 segundos?
b) ¿Qué velocidad lleva a los 2 segundos?
c) ¿Qué altura máxima alcanza?
d) ¿Cuánto tiempo dura en el aire?

Respuestas:

a) $d = 20.4$ m
b) $v = 0.4$ m/s
c) $h = 20.41$ m
d) $t = 4.08$ s

10 TIRO PARABOLICO

El tiro parabólico es un ejemplo de movimiento realizado por un cuerpo en dos dimensiones o sobre un plano. Algunos ejemplos de cuerpos cuya trayectoria corresponde a un tiro parabólico son: proyectiles lanzados desde la superficie de la Tierra o desde un avión, el de una pelota de futbol al ser despejada por el portero, o el de una pelota de golf al ser lanzada con cierto ángulo respecto al eje horizontal.

El tiro parabólico es la resultante de la suma vectorial de un movimiento horizontal uniforme y de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente variado. El tiro parabólico es de dos clases:

Tiro parabólico horizontal

Se caracteriza por la trayectoria o camino curvo que sigue un cuerpo al ser lanzado horizontalmente al vacío, resultado de dos movimientos independientes: un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia con una velocidad cero y va aumentando en la misma proporción de otro cuerpo que se dejara caer del mismo punto en el mismo instante. La forma de la curva descrita es abierta, simétrica respecto a un eje y con un solo foco, es decir, una parábola. Por ejemplo, en la figura 4.1 se grafica el descenso al mismo tiempo de dos pelotas, sólo que la pelota del lado derecho es lanzada con una velocidad horizontal de 15 m/s. Al término del primer segundo ambas pelotas han recorrido 4.9 m en su caída, sin embargo, la pelota de la derecha también ha avanzado 15 m respecto a su posición inicial. A los dos segundos ambas pelotas ya han recorrido 19.6 m en su caída, pero la pelota de la derecha ya lleva 30 m recorridos como resultado de su movimiento horizontal. Si se desea calcular la distancia recorrida en forma horizontal puede hacerse con la expresión: $d = vt$, pues la pelota lanzada con una velocidad horizontal tendrá una rapidez constante durante su recorrido horizontal e independiente de su movimiento vertical originado por la aceleración de la gravedad durante su caída libre.

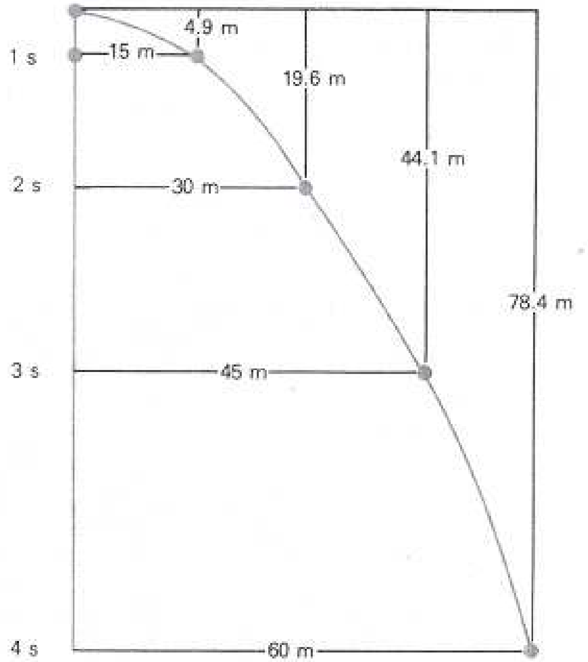


Fig. 4.1 Ejemplo de trayectoria en el tiro parabólico horizontal.

La trayectoria descrita por un proyectil cuya caída es desde un avión en movimiento, es otro ejemplo de tiro parabólico horizontal. Supongamos que un avión vuela a 250 m/s y deja caer un proyectil, la velocidad adquirida por dicho proyectil, en los diferentes momentos de su caída libre, se puede determinar por medio del método del paralelogramo; para ello, basta representar mediante vectores las componentes horizontal y vertical del movimiento. Al primer segundo de su caída la componente tendrá un valor de 9.8 m/s, mientras la componente horizontal de su velocidad será la misma que llevaba el avión al soltar el proyectil, es decir, 250 m/s. Trazamos el paralelogramo y obtenemos la resultante de las dos velocidades. Al instante dos segundos la componente vertical tiene un valor de 19.6 m/s y la horizontal, como ya señalamos, conserva su mismo valor: 250 m/s. Así continuaríamos hasta que el proyectil llegue al suelo. En la figura 4.2 vemos cuáles serían las componentes rectangulares de la velocidad de un cuerpo, el cual sigue una trayectoria parabólica horizontal.

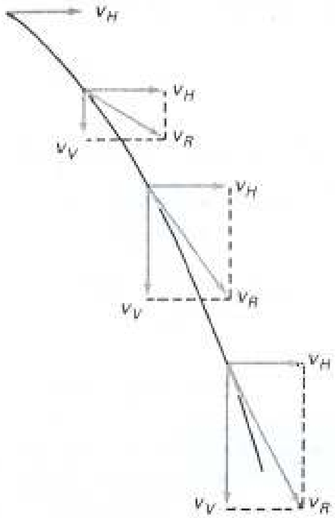


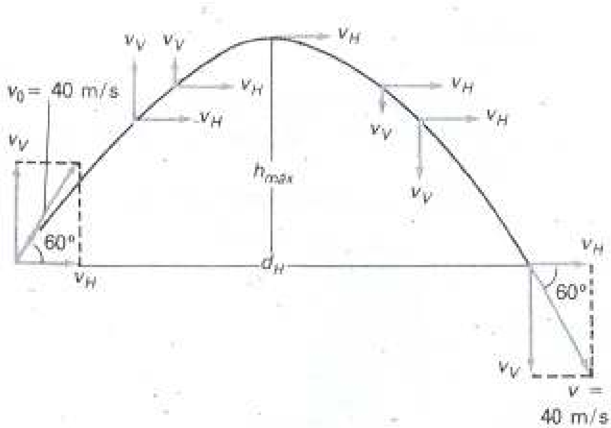
Fig. 4.2 Componentes rectangulares de la velocidad resultante (V_R) de un cuerpo que sigue una trayectoria parabólica horizontal. Se observa como la velocidad horizontal (V_H) permanece constante, mientras la velocidad vertical (V_V) aumenta durante su caída libre por acción de la gravedad de la Tierra.

Tiro parabólico oblicuo

Se caracteriza por la trayectoria que sigue un cuerpo cuando es lanzado con una velocidad inicial que forma un ángulo con el eje horizontal.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE TIRO PARABOLICO OBLICUO

En el siguiente dibujo vemos la trayectoria seguida por una pelota de golf, lanzada con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.



Como se observa, la pelota inicia su ascenso con una velocidad inicial de 40 m/s y con un ángulo de 60°; si descomponemos esta velocidad en sus componentes rectangulares encontraremos el valor de la velocidad vertical que le permite avanzar hacia arriba, como si hubiera sido arrojada en tiro vertical, por esta razón la velocidad disminuye debido a la acción de la gravedad de la Tierra, hasta anularse y la pelota alcanza su altura máxima. Después inicia su descenso y la velocidad vertical comienza a aumentar, tal como sucede en un cuerpo en caída libre, de manera que al llegar al suelo nuevamente tendrá la misma velocidad vertical que tenía al iniciar su ascenso. Por otra parte, la componente horizontal nos indica el valor de la velocidad horizontal que le permite desplazarse como lo haría un cuerpo en un movimiento rectilíneo uniforme. Por tal motivo, esta velocidad permanecerá constante todo el tiempo que el cuerpo dure en el aire.

Para nuestro ejemplo, las componentes vertical y horizontal de la velocidad tienen un valor al inicio de su movimiento de:

$$v_{0_V} = v_0 \text{ sen } 60° = 40 \text{ m/s} \times 0.8660 = 34.64 \text{ m/s}$$

$$v_H = v_0 \cos 60° = 40 \text{ m/s} \times 0.5 = 20.0 \text{ m/s (permanece constante)}$$

Una vez calculada la componente inicial vertical de la velocidad (v_{0_V}) y utilizando las ecuaciones de tiro vertical vistas en la sección Caída libre de los cuerpos y tiro vertical, podemos determinar con facilidad la altura máxima alcanzada por la pelota, el tiempo que tarda en subir y el tiempo que permanece en el aire; así pues, el valor de la velocidad inicial vertical para la pelota de golf será igual a 34.64 m/s. Por tanto, sustituyendo este valor en la ecuación de la altura máxima tenemos:

$$h_{máx} = -\frac{v_{0_V}^2}{2\,g} = -\frac{(34.64 \text{ m/s})^2}{2\,(-9.8 \text{ m/s}^2)} = 61.22 \text{ m}$$

Para calcular el tiempo que tarda en subir la pelota hacemos uso de la ecuación correspondiente que se dedujo para el tiro vertical, sustituyendo el valor de la componente inicial vertical:

$$t_{(subir)} = -\frac{v_{0_V}}{g} = -\frac{34.64 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 3.53 \text{ s}$$

El tiempo que dura en el aire es igual al doble del tiempo que tarda en subir: $t_{(aire)} = -\dfrac{2\,v_{0_v}}{g}$, por lo que: $t_{(aire)} = 2 \times 3.53\ \text{s} = 7.06\ \text{s}$.

Para conocer el alcance horizontal d_H de la pelota, debemos considerar que mientras esté en el aire se mueve en esa dirección debido al valor de la componente horizontal de la velocidad, la cual no varía y en nuestro caso tiene un valor de 20 m/s, por lo tanto, para calcular d_H emplearemos la expresión:

$$d_H = v_H t_{(aire)} = 20\ \text{m/s} \times 7.068\ \text{s} = 141.3\ \text{m}$$

El desplazamiento horizontal también puede ser calculado a partir de la siguiente deducción:

$$d_H = v_H t_{(aire)} \ldots (1)$$

$$t_{(aire)} = -\frac{2\,v_{0_v}}{g} \ldots (2)$$

Sabemos que:

$$v_{0_v} = v_0 \operatorname{sen}\theta \ldots (3)$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1:

$$d_H = v_H \left(-\frac{2\,v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right) \ldots (4)$$

como:

$$v_H = v_0 \cos\theta \ldots (5)$$

Sustituimos 5 en 4:

$$d_H = -\frac{v_0 \cos\theta\ 2\,v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} \ldots (6)$$

donde:

$$d_H = -\frac{2\,v_0^2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta}{g} \ldots (7)$$

Por trigonometría se demuestra que:

$$2\cos\theta \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen} 2\,\theta \ldots (8)$$

Sustituyendo 8 en 7 nos queda:

$$d_H = -\frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\,\theta}{g} \ldots (9)$$

Sustituyendo valores para la ecuación 9 tenemos:

$$d_H = -\frac{(40\ \text{m/s})^2 \operatorname{sen} 2\,(60)}{-9.8\ \text{m/s}^2}$$

$$= -\frac{(1600\ \text{m}^2/\text{s}^2)\ 0.8660}{-9.8\ \text{m/s}^2}$$

$$= 141.3\ \text{m}\ \text{(resultado igual al anterior)}$$

La ecuación 9 resulta útil cuando se desea hallar el ángulo con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte con un determinado valor de velocidad para dar en el blanco.

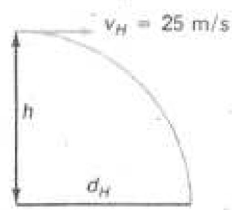
En conclusión, debemos considerar a un tiro parabólico, ya sea horizontal u oblicuo, como el resultado de combinar dos movimientos, uno horizontal y otro vertical, que se presentan de manera simultánea. El movimiento en dirección horizontal es una velocidad constante, pues carece de aceleración; sin embargo, el movimiento vertical tiene una aceleración constante debida a la acción de la gravedad y va dirigida hacia abajo, es decir, perpendicularmente a la superficie de la Tierra. Los dos movimientos no se interfieren entre sí, porque uno es independiente del otro.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE TIRO PARABOLICO

1. Se lanza una piedra horizontalmente con una velocidad de 25 m/s desde una altura de 60 m.

   Calcular:

   a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
   b) La velocidad vertical que lleva a los 2 segundos.
   c) La distancia a la que cae la piedra.



Datos

$v_H = 25$ m/s
$h = -60$ m
a) $t_{(caer)} = ?$
b) $v_{2\,s} = ?$
c) $d_H = ?$

Fórmulas

a) $t_{(caer)} = \sqrt{\dfrac{2\,h}{g}}$

b) $v_{2s} = gt$

c) $d_H = v_H t$

Sustitución y resultados

a) $t_{(caer)} = \sqrt{\dfrac{2\,(-60\text{ m})}{-9.8\text{ m/s}^2}} = 3.5\text{ s}$

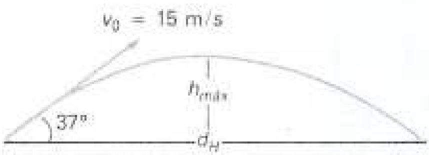
b) $v_{2\,s} = -\,9.8\text{ m/s}^2 \times 2\text{ s} = -19.6\text{ m/s}$

c) $d_H = 25\text{ m/s} \times 3.5\text{ s} = 87.5\text{ m}$

2. Un jugador le pega a una pelota con un ángulo de 37° con respecto al plano horizontal, comunicándole una velocidad inicial de 15 m/s.

Calcular:

a) El tiempo que dura la pelota en el aire.
b) La altura máxima alcanzada.
c) El alcance horizontal de la pelota.



Datos

$v_0 = 15$ m/s
$\theta = 37°$
$t_{(aire)} = ?$
$h_{máx} = ?$
$d_H = ?$

Fórmulas

$v_{0_v} = v_0 \text{ sen } \theta$
$v_H = v_0 \cos \theta$

a) $t_{(aire)} = -\dfrac{2\,v_{0_v}}{g}$

b) $h_{máx} = -\dfrac{v_{0_v}^2}{2\,g}$

c) $d_H = v_H t_{(aire)}$

Sustitución y resultados

$v_{0_v} = v_0 \text{ sen } \theta = 15\text{ m/s} \times 0.6018$
$= 9.027\text{ m/s}$
$v_H = v_0 \cos \theta = 15\text{ m/s} \times 0.7986$
$= 11.979\text{ m/s}$

a) $t_{(aire)} = -\dfrac{2\,v_{0_v}}{g} = -\dfrac{2 \times 9.027\text{ m/s}}{-9.8\text{ m/s}^2}$
$= 1.842\text{ s}$

b) $h_{máx} = -\dfrac{v_{0_v}^2}{2\,g} = -\dfrac{(9.027\text{ m/s})^2}{2\,(-9.8\text{ m/s}^2)}$
$= 4.157\text{ m}$

c) $d_H = v_H t_{(aire)} = 11.979\text{ m/}\cancel{\text{s}} \times 1.842\,\cancel{\text{s}}$
$= 22.06\text{ m}$

3. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 200 m/s, si se desea que dé en un blanco localizado a 2500 m, calcular:

a) El ángulo con el cual debe ser lanzado.
b) El tiempo que tarda en llegar al blanco.

Datos

$v_0 = 200$ m/s
$d_H = 2500$ m
a) $\theta = ?$
b) $t_{(aire)} = ?$

Fórmulas

a) $d_H = -\dfrac{v_0^2 \text{ sen } 2\,\theta}{g} \therefore$

$-\text{sen } 2\,\theta = \dfrac{d_H g}{v_0^2}$

b) $t_{(aire)} = -\dfrac{2\,v_{0_v}}{g}$

$v_{0_v} = v_0 \text{ sen } \theta$

Sustitución y resultados

a) $-\text{sen } 2\,\theta = \dfrac{2500\text{ m }(-9.8\text{ m/s}^2)}{(200\text{ m/s})^2}$

sen $2\,\theta = 0.6125$
$2\,\theta =$ ángulo cuyo seno es 0.6125
$2\,\theta = 37.76°$
$\theta = 18.88° = 18°\,53'$

b) $t_{(aire)} = -\dfrac{2\,v_{0_v}}{g}$

$v_{0_v} = v_0 \text{ sen } 18.88° = 200\text{ m/s} \times 0.3230$
$= 64.6\text{ m/s}$

$t_{(aire)} = -\dfrac{2 \times 64.6\text{ m/s}}{-9.8\text{ m/s}^2} = 13.18\text{ s}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una pelota es lanzada horizontalmente desde una ventana con una velocidad inicial de 10 m/s y cae al suelo después de 5 segundos.

Calcular:

a) ¿A qué altura se encuentra la ventana?
b) ¿A qué distancia cae la pelota de la base del edificio?

Respuestas:

a) $h = -122.5$ m
b) $d = 50$ m

2. Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial de 400 m/s y un ángulo de elevación de 35°.

Calcular:

a) El tiempo que dura en el aire.
b) La altura máxima alcanzada por el proyectil.
c) El alcance horizontal del proyectil.

Respuestas:

a) $t_{(aire)} = 46.82$ s
b) $h_{máx} = 2685.8$ m
c) $d_H = 15\,341.97$ m

3. Calcular el ángulo de elevación con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte a una velocidad de 350 m/s para batir un blanco situado al mismo nivel que el arma y a 4000 m de distancia.

Respuesta:

$\theta = 9.33° = 9°\ 20'$

4. Un avión vuela horizontalmente con una velocidad de 800 km/h y deja caer un proyectil desde una altura de 500 m respecto al suelo. Calcular:

a) ¿Cuánto tiempo transcurre antes de que el proyectil se impacte en el suelo?
b) ¿Qué distancia horizontal recorre el proyectil después de iniciar su caída?

Respuestas:

a) $t = 102.04$ s
b) $d_H = 22\,675.3$ m

5. Un jugador batea una pelota con una velocidad inicial de 22 m/s y con un ángulo de 40° respecto al eje horizontal. Calcular:

a) La altura máxima alcanzada por la pelota.
b) El alcance horizontal de la pelota.

Respuestas:

a) $h_{máx} = 10.2$ m
b) $d_H = 48.62$ m

11 MOVIMIENTO CIRCULAR

Un cuerpo describe un movimiento circular cuando gira alrededor de un punto fijo central llamado eje de rotación. Por ejemplo, la rueda de la fortuna, engranes, poleas, discos musicales o hélices. Este movimiento se efectúa en un mismo plano y es el movimiento más simple en dos dimensiones.

En el movimiento circular el origen del sistema de referencia se encuentra en el centro de la trayectoria circular. Para estudiar este movimiento conviene recordar conceptos ya mencionados, como son: desplazamiento, tiempo, velocidad y aceleración; ya que son aplicados a cada una de las partículas de un cuerpo en movimiento circular. No obstante, es conveniente resaltar que las trayectorias de éstas son circunferencias concéntricas de longitud diferente y de radio igual a la distancia entre la partícula considerada y el eje de rotación. Debido a ello debemos introducir los conceptos de ángulo y radián (figura 4.3).

Ángulo

Es la abertura comprendida entre dos radios, que limitan un arco de circunferencia.

Radián

Es el ángulo central al que corresponde un arco de longitud igual al radio.

$$2\pi \text{ rad} = 360°$$

$$\therefore 1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = \frac{180°}{\pi} = 57.3° = 57°\ 18'$$

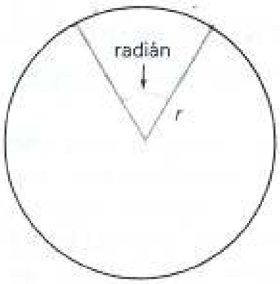


Fig. 4.3 Un radián equivale a 57.3° = 57° 18′.

Si observamos el movimiento de un objeto colocado encima de un disco que gira, podemos precisar su posición si tomamos como origen del sistema de referencia al centro de la trayectoria circular. De esta forma el vector que nos indicará su posición para cada intervalo de tiempo se encontrará determinado por el radio de la circunferencia, mismo que permanece constante. Por tanto, el vector de posición tendrá una magnitud constante y su dirección será la misma que tenga el radio de la circunferencia. Cuando el objeto colocado sobre el disco se desplace, su cambio de posición se podrá expresar mediante desplazamientos del vector de posición, lo cual dará lugar a desplazamientos angulares. Veamos las figuras 4.4 y 4.5.

$\vec{r}$ = vector de posición
θ = desplazamiento angular
A = posición inicial del objeto
B = posición final del objeto, después de un intervalo de tiempo

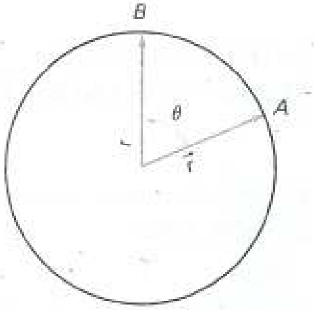


Fig. 4.4 Al pasar un objeto de una posición inicial A a una posición final B, éste experimenta un desplazamiento angular θ que se mide en radianes.

$\vec{r}$ = vector de posición
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ = desplazamientos angulares en radianes
$A, B, C, D,$ = diferentes posiciones de un cuerpo en trayectoria circular

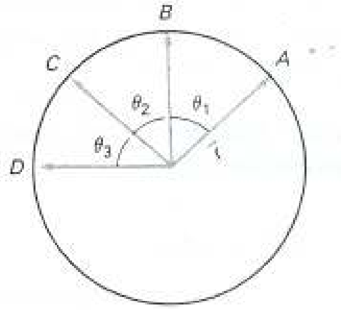


Fig. 4.5 Al pasar un cuerpo por las diferentes posiciones A, B, C y D experimenta los correspondientes desplazamientos representados por θ_1, θ_2 y θ_3.

Período y frecuencia

Periodo

Es el tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa o en completar un ciclo.

$$T = \frac{\text{segundos transcurridos}}{1 \text{ ciclo}}$$

Frecuencia

Es el número de vueltas o ciclos que efectúa un móvil en un segundo.

$$F = \frac{\text{número de ciclos}}{1 \text{ segundo}}$$

Como puede observarse, el periodo equivale al inverso de la frecuencia y la frecuencia al inverso del periodo.

$$\text{donde: } T = \frac{1}{F} \text{ en } \frac{\text{s}}{\text{ciclo}}$$

$$F = \frac{1}{T} \text{ en } \frac{\text{ciclo}}{\text{s}}$$

Movimiento circular uniforme (M.C.U.)

Este movimiento se produce cuando un cuerpo con velocidad angular constante describe ángulos iguales en tiempos iguales. El origen de este movimiento se debe a una fuerza constante, cuya acción es perpendicular a la trayectoria del cuerpo y produce una aceleración que afectará sólo la dirección del movimiento sin modificar la magnitud de la velocidad, es decir, la rapidez que lleva el cuerpo. Por tanto, en un movimiento circular uniforme el vector velocidad mantiene constante su magnitud, pero no su dirección, toda vez que ésta siempre se conserva tangente a la trayectoria del cuerpo.

Velocidad angular media

Cuando la velocidad angular de un cuerpo no es constante o uniforme, podemos determinar la velocidad angular media al conocer su velocidad angular inicial y su velocidad angular final:

$$\omega_m = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}$$

donde: ω_m = velocidad angular media en rad/s
ω_f = velocidad angular final en rad/s
ω_0 = velocidad angular inicial en rad/s

La velocidad angular representa el cociente entre el desplazamiento angular de un cuerpo y el tiempo que tarda en efectuarlo:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

donde: ω = velocidad angular en rad/s
θ = desplazamiento angular en rad
t = tiempo en que efectúa el desplazamiento en segundos (s)

La velocidad angular también se puede determinar si sabemos el tiempo que tarda en dar una vuelta completa:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ en rad/s}$$

como: $T = 1/F$
$\omega = 2\pi F$ en rad/s

Interpretación de gráficas desplazamiento angular-tiempo y velocidad angular-tiempo

Como los movimientos rectilíneo uniforme y circular uniforme son muy similares, la interpretación de gráficas para el movimiento circular uniforme será en forma idéntica a la realizada para el movimiento rectilíneo uniforme. Sin embargo, es conveniente recordar que uno tiene una trayectoria circular y otro una trayectoria rectilínea. Además, en el movimiento rectilíneo uniforme la velocidad y la rapidez son constantes porque van en línea recta. En cambio, en el circular uniforme sólo permanece constante la rapidez, es decir, la magnitud de la velocidad angular, pues ésta cambia de dirección, misma que siempre será tangente a la circunferencia y, por tanto, perpendicular al radio de la misma como se ve en la figura 4:6.

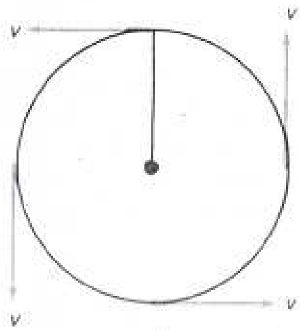


Fig. 4.6 La velocidad angular constantemente cambia de dirección, ésta siempre es tangente a la circunferencia y, por tanto, perpendicular al radio de la misma.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE INTERPRETACION DE GRAFICAS PARA M.C.U.

En el movimiento circular uniforme de un cuerpo se obtuvieron los siguientes datos:

1. Graficar el desplazamiento en función del tiempo e interpretar el significado físico de la pendiente obtenida al unir los puntos.

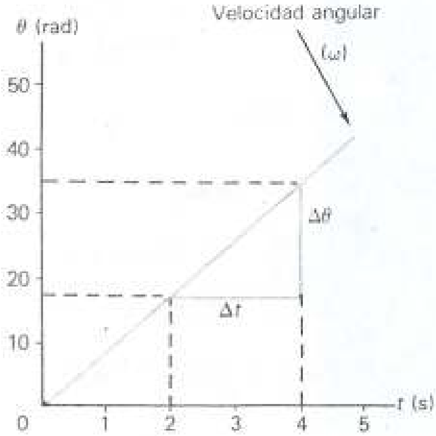
Cuadro 4.3 DATOS DE MOVIMIENTO CIRCULAR

Tiempo (s)	Desplazamiento angular θ = (rad)
0	0
1	9
2	18
3	27
4	36
5	45

2. Graficar la velocidad angular del cuerpo en función del tiempo e interpretar el significado físico del área obtenida al unir los puntos.

Solución:

1.

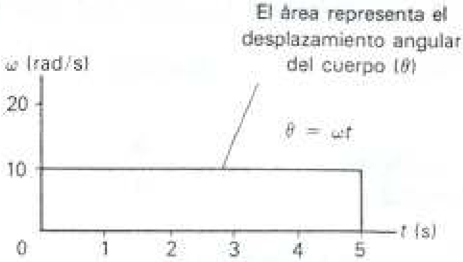


$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{36\text{ rad} - 18\text{ rad}}{4\text{ s} - 2\text{ s}}$$

$$\omega = \frac{18\text{ rad}}{2\text{ s}} = 9\text{ rad/s}$$

Como se observa, la pendiente de la recta obtenida representa la velocidad angular, cuyo valor permanece constante, igual a 9 rad/s.

2. Como la velocidad no cambia en su magnitud, graficamos el mismo valor para cada segundo.



Como se ve, en una gráfica velocidad angular en función del tiempo, si la magnitud de la velocidad angular permanece constante se obtiene una línea recta paralela al eje t. Para cualquier tiempo el área del rectángulo representa el producto ωt, el cual equivale al desplazamiento angular realizado por el cuerpo. Por tanto, el desplazamiento angular realizado en un tiempo de 5 segundos con una velocidad angular de 9 rad/s será de:

$$\theta = \omega t = 9\text{ rad/s} \times 5\text{ s} = 45\text{ rad}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

1. Un móvil con trayectoria circular recorrió 820° ¿Cuántos radianes fueron?

Solución:

$$1\text{ rad} = 57.3°$$

$$820° \times \frac{1\text{ rad}}{57.3°} = 14.31\text{ radianes}$$

2. Un cuerpo A recorrió 515 radianes y un cuerpo B recorrió 472 radianes. ¿A cuántos grados equivalen los radianes en cada caso?

Solución:

$$\text{Cuerpo } A\text{: } 515\text{ rad} \times \frac{57.3°}{1\text{ rad}} = 29\,509.5°$$

$$\text{Cuerpo } B\text{: } 472\text{ rad} \times \frac{57.3°}{1\text{ rad}} = 27\,045.6°$$

3. ¿Cuál es la velocidad angular de una rueda que gira desplazándose 15 rad en 0.2 segundos?

Datos

$\omega = ?$
$\theta = 15$ rad
$t = 0.2$ s

Fórmula

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Sustitución y resultado

$$\omega = \frac{15 \text{ rad}}{0.2 \text{ s}} = 75 \text{ rad/s}$$

4. Determinar la velocidad angular y la frecuencia de una piedra atada a un hilo, si gira con un periodo de 0.5 s.

Datos

$\omega = ?$
$F = ?$
$T = 0.5$ s

Fórmulas

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$F = \frac{1}{T}$$

Sustitución y resultados

$$\omega = \frac{2 \times 3.14}{0.5 \text{ s}} = 12.56 \text{ rad/s}$$

$$F = \frac{1}{0.5 \text{ s}} = 2 \text{ ciclos/s}$$

5. Hallar la velocidad angular y el periodo de una rueda que gira con una frecuencia de 430 revoluciones por minuto.

Datos

$\omega = ?$
$T = ?$
$F = 430$ rpm

Fórmulas

$$\omega = 2\pi F$$

$$T = \frac{1}{F}$$

Sustitución y resultados

$$430 \text{ rpm} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 7.17 \text{ rev/s}$$

$$\omega = 2 \times 3.14 \times 7.17 = 45 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{7.17 \text{ rev/s}} = 0.139 \text{ s/rev}$$

6. Encontrar la velocidad angular de un disco de 45 rpm, así como su desplazamiento angular, si su movimiento duró 3 minutos.

Datos

$\omega = ?$
$\theta = ?$
$F = 45$ rpm
$t = 3 \text{ min} = 180$ s

Fórmulas

$$\omega = 2\pi F$$

$$\theta = \omega t$$

Sustitución y resultados

$$45 \text{ rpm} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.75 \text{ rev/s}$$

$$\omega = 2 \times 3.14 \times 0.75 \text{ rev/s} = 4.71 \text{ rad/s}$$

$$\theta = 4.71 \text{ rad/s} \times 180 \text{ s} = 847.8 \text{ rad}$$

12 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (M.C.U.V.)

Este movimiento se presenta cuando un móvil con trayectoria circular aumenta en cada unidad de tiempo su velocidad angular **en forma constante, por lo que** su aceleración angular permanece constante.

Velocidad angular instantánea

La velocidad angular instantánea **representa** el desplazamiento angular efectuado por un móvil en un tiempo muy pequeño que casi tienda a cero

$$\omega_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Aceleración angular media

Cuando durante el movimiento circular de un móvil su velocidad angular no permanece constante, sino que varía, decimos que sufre una aceleración angular. Cuando la velocidad angular varía es conveniente determinar cuál es su aceleración angular media, misma que se expresa de la siguiente forma:

$$\alpha_m = \frac{\omega_f - \omega_0}{t_f - t_0} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

donde: α_m = aceleración media en rad/s^2
ω_f = velocidad angular final en rad/s
ω_0 = velocidad angular inicial en rad/s
Δt = tiempo durante el cual varía la velocidad angular en segundos (s)

Aceleración angular instantánea

Cuando en el movimiento acelerado de un cuerpo que sigue una trayectoria circular, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la aceleración angular media se aproxima a una aceleración angular instantánea.

Cuando el intervalo de tiempo es tan pequeño que tiende a cero, la aceleración angular del cuerpo será la instantánea.

$$\alpha_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Gráficas desplazamiento angular-tiempo, velocidad angular-tiempo y desplazamiento angular-tiempo al cuadrado, para el M.C.U.V.

El movimiento rectilíneo uniforme tiene gran similitud con el circular uniforme, al igual que lo tiene el rectilíneo uniformemente variado con el circular uniformemente variado. Así, en una gráfica desplazamiento angular-tiempo, la pendiente de la curva representa la velocidad angular; en una gráfica velocidad angular-tiempo, el área bajo la curva representa el desplazamiento angular; en una gráfica desplazamiento angular-tiempo al cuadrado, la pendiente de la recta representa un medio de la aceleración angular.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE INTERPRETACION DE GRAFICAS PARA M.C.U.V.

En el movimiento circular uniformemente variado de un cuerpo se obtuvieron los siguientes datos:

Cuadro 4.4 DATOS DE MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

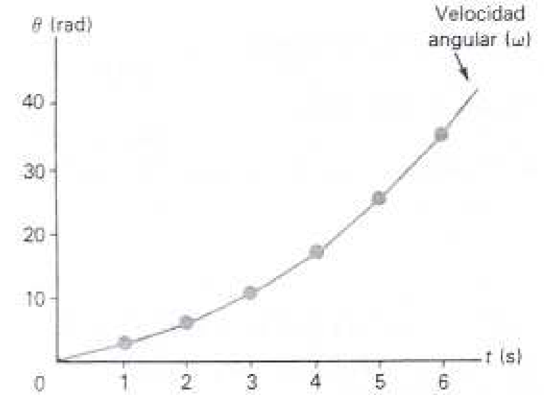
Tiempo (s)	Desplazamiento angular θ (radianes)	Velocidad angular instantánea rad/s
1	1	2
2	4	4
3	9	6
4	16	8
5	25	10
6	36	12

Con los datos del cuadro 4.4 realice lo siguiente:

1. Graficar el desplazamiento en función del tiempo e interpretar el significado físico de la curva obtenida al unir los puntos.
2. Graficar el desplazamiento en función del tiempo elevado al cuadrado e interpretar el significado físico de la recta obtenida al unir los puntos. Determinar el valor de la pendiente.
3. Graficar los datos de velocidad instantánea en función del tiempo y hallar el valor de la pendiente de la recta obtenida al unir los puntos. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente de la recta?

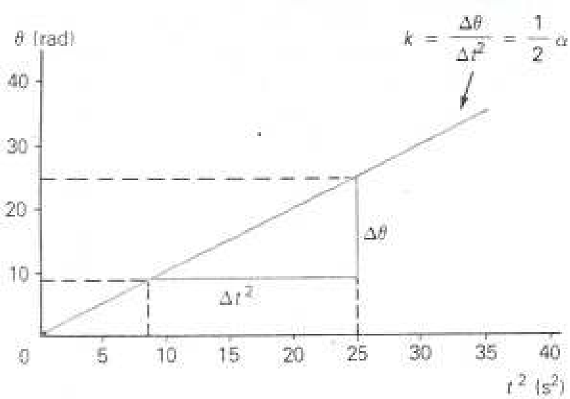
Solución:

1.



Al unir los puntos se obtiene una curva que representa la velocidad angular del móvil, la cual aumenta en forma constante mientras transcurre el tiempo.

2.



Al graficar el desplazamiento angular en función del tiempo al cuadrado encontramos una recta que representa un valor constante cuyo valor será igual a la pendiente de la recta:

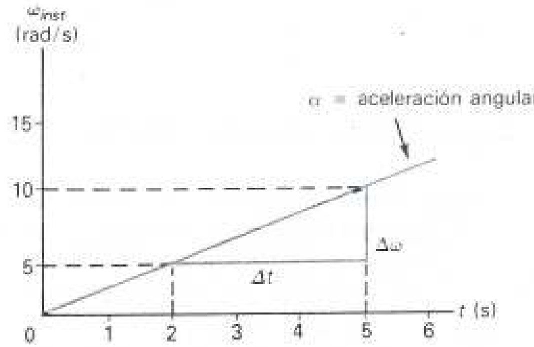
$$k = \frac{\Delta\theta}{\Delta t^2} = \frac{25 \text{ rad} - 9 \text{ rad}}{25 \text{ s}^2 - 9 \text{ s}^2} = \frac{16 \text{ rad}}{16 \text{ s}^2}$$

$$= 1 \text{ rad/s}^2$$

Este valor representa la mitad de la aceleración angular que tiene el móvil durante su movimiento. Por tanto, la aceleración angular es igual a:

$$\alpha = 2\,k = 2 \text{ rad/s}^2$$

3.



La pendiente que resulta de graficar la velocidad angular instantánea en función del tiempo, representa la aceleración angular del cuerpo, cuyo valor constante es:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10 \text{ rad/s} - 4 \text{ rad/s}}{5 \text{ s} - 2 \text{ s}}$$

$$= \frac{6 \text{ rad/s}}{3 \text{ s}} = 2$$

Ecuaciones utilizadas en el movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.)

Las ecuaciones empleadas para el movimiento circular uniformemente variado son las mismas que se utilizan para el rectilíneo uniformemente variado con las siguientes variantes:

1. En lugar de desplazamiento en metros hablaremos de desplazamiento angular en radianes (θ en lugar de d).
2. La velocidad en m/s se dará como velocidad angular en radianes/s (ω en lugar de v).
3. La aceleración en m/s² se cambiará a aceleración angular en radianes/s² (α en lugar de a).

En conclusión, las ecuaciones serán:

a) Para calcular desplazamientos angulares:

$$1.\ \theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

2. $\theta = \dfrac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2\,\alpha}$

3. $\theta = \dfrac{\omega_f + \omega_0}{2}\,t$

Si el cuerpo parte del reposo su velocidad angular inicial (ω_0) es cero, y las tres ecuaciones anteriores se reducen a:

1. $\theta = \dfrac{\alpha t^2}{2}$

2. $\theta = \dfrac{\omega_f^2}{2\,\alpha}$

3. $\theta = \dfrac{\omega_f}{2}\,t$

b) Para calcular velocidades angulares finales:

1. $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
2. $\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\theta$

Si el cuerpo parte del reposo su velocidad inicial (ω_0) es cero, y las dos ecuaciones anteriores se reducen a:

1. $\omega_f = \alpha t$
2. $\omega_f^2 = 2\,\alpha\theta$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE M.C.U.V.

1. Un engrane adquirió una velocidad angular de 2512 rad/s en 1.5 s. ¿Cuál fue su aceleración angular?

Datos	*Fórmula*
$\omega = 2512$ rad/s	$\alpha = \dfrac{\omega}{t}$
$t = 1.5$ s	
$\alpha = ?$	

Sustitución y resultado

$$\alpha = \frac{2512 \text{ rad/s}}{1.5 \text{ s}} = 1674.66 \text{ rad/s}^2$$

2. Un mezclador eléctrico incrementó su velocidad angular de 20 rad/s a 120 rad/s en 0.5 s.

Calcular:

a) ¿Cuál fue su aceleración media?
b) ¿Cuál fue su desplazamiento angular en ese tiempo?

Datos	*Fórmulas*
$\omega_0 = 20$ rad/s	a) $\alpha_m = \dfrac{\omega_f - \omega_0}{t}$
$\omega_f = 120$ rad/s	
$t = 0.5$ s	b) $\theta = \omega_0 t + \dfrac{\alpha t^2}{2}$
a) $\alpha_m = ?$	
b) $\theta = ?$	

Sustitución y resultados

$$\text{a) } \alpha_m = \frac{120 \text{ rad/s} - 20 \text{ rad/s}}{0.5 \text{ s}} = 200 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{b) } \theta = 20 \text{ rad/s} \times 0.5 \text{ s} + \frac{200 \text{ rad/s}^2\,(0.5 \text{ s})^2}{2}$$
$$= 10 \text{ rad} + 25 \text{ rad} = 35 \text{ rad}$$

3. Determinar la velocidad angular de una rueda a los 0.1 minutos si tenía una velocidad angular inicial de 6 rad/s y sufre una aceleración angular de 5 rad/s².

Datos	*Fórmula*
$\omega_f = ?$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
$\omega_0 = 6$ rad/s	
$t = 0.1$ min $= 6$ s	
$\alpha = 5$ rad/s^2	

Sustitución y resultado

$$\omega_f = 6 \text{ rad/s} + (5 \text{ rad/s}^2 \times 6 \text{ s}) = 36 \text{ rad/s}$$

4. Una rueda gira con una velocidad angular inicial de 18.8 rad/s experimentando una aceleración angular de 4 rad/s² que dura 7 segundos.

Calcular:

$$2.\ \theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2\,\alpha}$$

$$3.\ \theta = \frac{\omega_f - \omega_0}{2}\,t$$

Si el cuerpo parte del reposo su velocidad angular inicial (ω_0) es cero, y las tres ecuaciones anteriores se reducen a:

$$1.\ \theta = \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$2.\ \theta = \frac{\omega_f^2}{2\,\alpha}$$

$$3.\ \theta = \frac{\omega_f}{2}\,t$$

b) Para calcular velocidades angulares finales:

1. $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
2. $\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\theta$

Si el cuerpo parte del reposo su velocidad inicial (ω_0) es cero, y las dos ecuaciones anteriores se reducen a:

1. $\omega_f = \alpha t$
2. $\omega_f^2 = 2\,\alpha\theta$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE M.C.U.V.

1. Un engrane adquirió una velocidad angular de 2512 rad/s en 1.5 s. ¿Cuál fue su aceleración angular?

Datos

$\omega = 2512$ rad/s
$t = 1.5$ s
$\alpha = ?$

Fórmula

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

Sustitución y resultado

$$\alpha = \frac{2512 \text{ rad/s}}{1.5 \text{ s}} = 1674.66 \text{ rad/s}^2$$

2. Un mezclador eléctrico incrementó su velocidad angular de 20 rad/s a 120 rad/s en 0.5 s.

Calcular:

a) ¿Cuál fue su aceleración media?
b) ¿Cuál fue su desplazamiento angular en ese tiempo?

Datos

$\omega_0 = 20$ rad/s
$\omega_f = 120$ rad/s
$t = 0.5$ s
a) $\alpha_m = ?$
b) $\theta = ?$

Fórmulas

a) $\alpha_m = \dfrac{\omega_f - \omega_0}{t}$

b) $\theta = \omega_0 t + \dfrac{\alpha t^2}{2}$

Sustitución y resultados

a) $\alpha_m = \dfrac{120 \text{ rad/s} - 20 \text{ rad/s}}{0.5 \text{ s}} = 200 \text{ rad/s}^2$

b) $\theta = 20 \text{ rad/s} \times 0.5 \text{ s} + \dfrac{200 \text{ rad/s}^2\,(0.5 \text{ s})^2}{2}$

$= 10 \text{ rad} + 25 \text{ rad} = 35 \text{ rad}$

3. Determinar la velocidad angular de una rueda a los 0.1 minutos si tenía una velocidad angular inicial de 6 rad/s y sufre una aceleración angular de 5 rad/s^2.

Datos

$\omega_f = ?$
$\omega_0 = 6$ rad/s
$t = 0.1$ min $= 6$ s
$\alpha = 5$ rad/s^2

Fórmula

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

Sustitución y resultado

$$\omega_f = 6 \text{ rad/s} + (5 \text{ rad/s}^2 \times 6 \text{ s}) = 36 \text{ rad/s}$$

4. Una rueda gira con una velocidad angular inicial de 18.8 rad/s experimentando una aceleración angular de 4 rad/s^2 que dura 7 segundos.

Calcular:

a) ¿Qué desplazamiento angular tiene a los 7 segundos?
b) ¿Qué velocidad angular lleva a los 7 segundos?

Datos

$\omega_0 = 18.8$ rad/s
$t = 7$ s
$\alpha = 4$ rad/s^2
a) $\theta = ?$
b) $\omega_f = ?$

Fórmulas

a) $\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

b) $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

Sustitución y resultados

a) $\theta = 18.8 \text{ rad/s} \times 7 \text{ s} + \frac{4 \text{ rad/s}^2 (7 \text{ s})^2}{2}$

$= 131.6 \text{ rad} + 98 \text{ rad} = 229.6 \text{ rad}$

b) $\omega_f = 18.8 \text{ rad/s} + 4 \text{ rad/s}^2 \times 7 \text{ s}$

$= 18.8 \text{ rad/s} + 28 \text{ rad/s}$

$= 46.8 \text{ rad/s}$

Una rueda que gira a 4 rev/s aumenta su frecuencia a 20 rev/s en 2 segundos. Determinar el valor de su aceleración angular.

Datos

$F_0 = 4$ rev/s
$F_f = 20$ rev/s
$t = 2$ s
$\alpha = ?$

Fórmulas

$\omega_0 = 2\pi F_0$
$\omega_f = 2\pi F_f$
$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$

Sustitución y resultado

$\omega_0 = 2 \times 3.14 \times 4 = 25.12$ rad/s
$\omega_f = 2 \times 3.14 \times 20 = 125.6$ rad/s

$\alpha = \frac{125.6 \text{ rad/s} - 25.12 \text{ rad/s}}{2 \text{ s}}$

$= 50.24 \text{ rad/s}^2$

Una hélice gira inicialmente con una velocidad angular de 10 rad/s y recibe una aceleración constante de 3 rad/s^2.

Calcular:

a) ¿Cuál será su velocidad angular después de 7 segundos?
b) ¿Cuál será su desplazamiento angular a los 7 segundos?
c) ¿Cuántas revoluciones habrá dado a los 7 segundos?

Datos

$\omega_0 = 10$ rad/s
$\alpha = 3$ rad/s^2
$t = 7$ s
a) $\omega_f = ?$
b) $\theta = ?$
c) No. de rev. = ?

Fórmulas

a) $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

b) $\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

Sustitución y resultado

a) $\omega_f = 10 \text{ rad/s} + (3 \text{ rad/s}^2 \times 7 \text{ s})$

$= 10 \text{ rad/s} + 21 \text{ rad/s} = 31 \text{ rad/s}$

b) $\theta = 10 \text{ rad/s} \times 7 \text{ s} + \frac{3 \text{ rad/s}^2 (7 \text{ s})^2}{2}$

$= 70 \text{ rad} + 73.5 \text{ rad} = 143.5 \text{ rad}$

c) $143.5 \text{ rad} \times \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{rad}} = 22.85$ revoluciones

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una rueda tuvo una aceleración angular de 5 rad/s^2 durante 6 segundos. ¿Qué velocidad final adquirió?

Respuesta:

$\omega_f = 30$ rad/s

2. Si una hélice con una velocidad inicial de 15 rad/s recibe una aceleración angular de 7 rad/s^2 durante 0.2 min, ¿cuál es la velocidad final y el desplazamiento angular que tuvo?

Respuestas:

$\omega_f = 99$ rad/s
$\theta = 684$ rad

3. Un engrane aumentó su velocidad angular de 12 rad/s a 60 rad/s en 4 s. ¿Cuál fue su aceleración angular?

Respuesta:

$\alpha = 12 \text{ rad/s}^2$

4. Una banda gira con una velocidad angular inicial de 12 rad/s y recibe una aceleración angular de 6 rad/s^2 durante 13 segundos.

   Calcular:

   a) ¿Qué velocidad angular lleva al cabo de los 13 segundos?
   b) ¿Qué desplazamiento angular tuvo?

   Respuestas:

   a) $\omega = 90$ rad/s
   b) $\theta = 663$ rad

5. Un disco que gira a 2 rev/s aumenta su frecuencia a 50 rev/s en 3 s. Determinar cuál fue su aceleración angular en rad/s^2.

   Respuesta:

   $\alpha = 100.4 \text{ rad/s}^2$

6. Una rueda de la fortuna gira inicialmente con una velocidad angular de 2 rad/s, si recibe una aceleración angular de 1.5 rad/s^2 durante 5 segundos, calcular:

   a) ¿Cuál será su velocidad angular a los 5 s?
   b) ¿Cuál será su desplazamiento angular?
   c) ¿Cuántas revoluciones habrá dado al término de los 5 s?

   Respuestas:

   a) $\omega = 9.5$ rad/s
   b) $\theta = 28.75$ rad
   c) 4.58 rev

Velocidad lineal o tangencial

Cuando un cuerpo se encuentra girando, cada una de las partículas del mismo se mueve a lo largo de la circunferencia descrita por él con una velocidad lineal mayor a medida que aumenta el radio de la circunferencia. Esta velocidad lineal también recibe el nombre de tangencial, porque la dirección del movimiento siempre es tangente a la circunferencia recorrida por la partícula y representa la velocidad que llevaría ésta si saliera disparada tangencialmente como se ve en la figura 4.7.

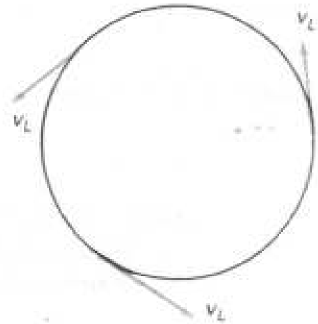


Fig. 4.7 La velocidad tangencial o lineal representa la velocidad que llevará un cuerpo al salir disparado en forma tangencial a la circunferencia que describe.

Para calcular el valor de la velocidad tangencial o lineal se usa la ecuación:

$$v_L = \frac{2\pi r}{T}$$

donde: r = radio de la circunferencia en metros (m)
T = periodo en segundos (s)
v_L = velocidad lineal en m/s

Como $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ la velocidad lineal puede escribirse:

$$v_L = \omega r$$

donde: v_L = velocidad lineal en m/s
ω = velocidad angular en rad/s
r = radio de la circunferencia en metros (m)

Aceleración lineal y radial

Aceleración lineal

Una partícula presenta esta aceleración cuando durante su movimiento circular cambia su velocidad lineal $(v_{L_f} - v_{L_0})$:

$$a_L = \frac{v_{L_f} - v_{L_0}}{t} \ldots (1)$$

como $v_L = \omega r \ldots (2)$

$$a_L = \frac{\omega_f r - \omega_0 r}{t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}\, r \ldots (3)$$

sabemos que $\alpha = \dfrac{\omega_f - \omega_0}{t} \ldots (4)$

Sustituyendo 4 en 3 nos queda:

$$a_L = \alpha r$$

donde: a_L = aceleración lineal en m/s^2
α = aceleración angular en rad/s^2
r = radio de la circunferencia en metros (m)

Aceleración radial

En un movimiento circular uniforme la magnitud de la velocidad lineal permanece constante, pero su dirección cambia permanentemente en forma tangencial a la circunferencia. Dicho cambio en la dirección de la velocidad se debe a la existencia de la llamada aceleración radial o centripeta. Es radial porque actúa perpendicularmente a la velocidad lineal y centripeta porque su sentido es hacia el centro de giro o eje de rotación. Su expresión es:

$$a_r = \frac{v_L^2}{r}$$

donde: a_r = aceleración radial en m/s^2
v_L = velocidad lineal del cuerpo en m/s
r = radio de la circunferencia en metros (m)

como $v_L = \omega r$

$$a_r = \frac{(\omega r)^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r}$$

$$a_r = \omega^2 r$$

donde: a_r = aceleración radial en m/s^2
ω = velocidad angular en rad/s
r = radio de la circunferencia en metros (m)

Como la aceleración lineal representa un cambio en la velocidad lineal y la aceleración radial representa un cambio en la dirección de la velocidad, se puede encontrar la resultante de las dos aceleraciones mediante la suma vectorial de ellas, como se ve en la figura 4.8.

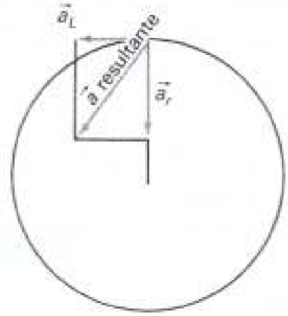


Fig. 4.8 La resultante de la suma vectorial de la aceleración lineal y la aceleración radial es igual a:

$$a_{resultante} = \sqrt{a_L^{\,2} + a_r^{\,2}}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE VELOCIDAD LINEAL Y ACELERACION LINEAL Y RADIAL

1. Calcular la velocidad lineal de una particula cuyo radio de giro es de 25 cm y tiene un periodo de 0.01 s. Dar el resultado en cm/s y m/s.

Datos

$v_L = ?$
$r = 25$ cm
$T = 0.01$ s

Fórmula

$$v_L = \frac{2\pi r}{T}$$

Sustitución y resultado

$$v_L = \frac{2 \times 3.14 \times 25 \text{ cm}}{0.01 \text{ s}} = 15\,700 \text{ cm/s}$$
$$= 157 \text{ m/s}$$

2. Determinar la velocidad lineal de una particula que tiene una velocidad angular de 30 rad/s y su radio de giro es 0.2 m.

Datos

$v_L = ?$
$\omega = 30$ rad/s
$r = 0.2$ m

Fórmula

$$v_L = \omega r$$

Sustitución y resultado

$v_L = 30 \text{ rad/s} \times 0.2 \text{ m} = 6 \text{ m/s}$

3. Calcular la aceleración lineal de una partícula cuya aceleración angular es de 3 rad/s² y su radio de giro es 0.4 m.

Datos

$a_L = ?$
$\alpha = 3 \text{ rad/s}^2$
$r = 0.4 \text{ m}$

Fórmula

$a_L = \alpha r$

Sustitución y resultado

$a_L = 3 \text{ rad/s}^2 \times 0.4 \text{ m} = 1.2 \text{ m/s}^2$

4. Encontrar la aceleración radial de una partícula que tiene una velocidad angular de 15 rad/s y su radio de giro es de 0.2 m.

Datos

$a_r = ?$
$\omega = 15 \text{ rad/s}$
$r = 0.2 \text{ m}$

Fórmula

$a_r = \omega^2 r$

Sustitución y resultado

$a_r = (15 \text{ rad/s})^2\, 0.2 \text{ m} = 45 \text{ m/s}^2$

5. Calcular la velocidad angular y lineal de una partícula que gira con un periodo de 0.2 s, si su radio de giro es de 0.3 m. Determinar también su aceleración lineal y radial, así como la resultante de estas dos aceleraciones.

Datos

$T = 0.2 \text{ s}$
$r = 0.3 \text{ m}$
$\omega = ?$
$v_L = ?$
$a_L = ?$
$a_r = ?$
$a_R = ?$

Fórmulas

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$v_L = \omega r$$
$$a_L = \alpha r$$
$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$
$$a_r = \omega^2 r$$
$$a_R = \sqrt{a_L^2 + a_r^2}$$

Sustitución y resultados

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{0.2} = 31.4 \text{ rad/s}$$
$$v_L = \omega r = 31.4 \text{ rad/s} \times 0.3 \text{ m} = 9.42 \text{ m/s}$$

Para conocer el valor de α tenemos:

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{31.4 \text{ rad/s}}{0.2 \text{ s}} = 157 \text{ rad/s}^2$$
$$a_L = \alpha r = 157 \text{ rad/s}^2 \times 0.3 \text{ m} = 47.1 \text{ m/s}^2$$
$$a_r = \omega^2 r = (31.4 \text{ rad/s})^2 \times 0.3 \text{ m} = 295.78 \text{ m/s}^2$$
$$a_R = \sqrt{a_L^2 + a_r^2}$$
$$a_R = \sqrt{(47.1 \text{ m/s}^2)^2 + (295.78 \text{ m/s}^2)^2} = \sqrt{89\,704.218 \text{ m}^2/\text{s}^4} = 299.5 \text{ m/s}^2$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Encontrar la velocidad angular y lineal de un cuerpo que tiene un radio de giro de 0.15 m y un periodo de 0.5 segundos.

Respuestas:

$\omega = 12.56 \text{ rad/s}$
$v_L = 1.88 \text{ m/s}$

2. Calcular la velocidad lineal de una piedra que tiene una velocidad angular de 20 rad/s y un radio de giro de 1.5 m.

Respuesta:

$v_L = 30 \text{ m/s}$

3. ¿Cuál es la aceleración lineal de una partícula cuya aceleración angular es de 2 rad/s² y su radio de giro es de 0.3 m.

Respuesta:

$a_L = 0.6 \text{ m/s}^2$

4. Determinar la aceleración radial de una partícula que tiene una velocidad angular de 8 rad/s y su radio de giro es de 0.35 m.

's²

...ocidad angular y lineal de una par... con un período de 0.3 s, si su ra... de 0.2 m. Hallar también su acele... radial, así como la resultante de ...aciones.

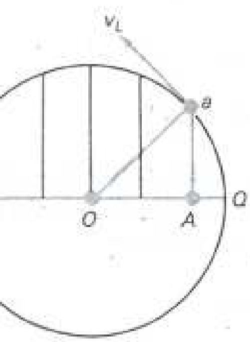
Respuestas:

$\omega = 20.93$ rad/s
$v_L = 4.19$ m/s
$a_L = 13.95$ m/s²
$a_r = 87.61$ m/s²
$a_R = 88.71$ m/s²

...MIENTO ARMONICO ...E (M.A.S.)

...rmónico simple es un movimiento ...ir, se repite a intervalos iguales de ... ser descrito en función del movi... uniforme, considerándolo como la ...e cualquier diámetro de un punto ... una trayectoria circular con velo... como se ve en la figura 4.9.

...movimiento armónico que descri...a figura 4.9 al moverse de un lado ... recta formada por P y Q, pode...e su velocidad cambia en forma ...o está en el punto central O su ve...xima, mientras en P y Q la veloci...neamente nula; después aumenta ...a llegar a O donde es máxima pa...minuir hasta llegar al reposo en el ... la trayectoria.



...e mueve alrededor de un círculo de radio ...tante v; si en cada intervalo de tiempo se ...ar desde a hasta el diámetro P-Q, el pun... se moverá con movimiento armónico sim... de la línea recta desde P hasta Q.

Es evidente que si la velocidad va cambiando existe una aceleración. Dicha aceleración siempre se dirige a la posición central de equilibrio y su valor varía de la siguiente forma: cuando se inicia el movimiento en cualquiera de los extremos P o Q hacia el centro o punto O, en los extremos se tiene la mayor aceleración, la cual disminuye a medida que se acerca al centro donde se hace nula; después de pasar el punto central, nuevamente aumenta la aceleración hasta llegar a su valor máximo, cuando llega al otro extremo, en el que la velocidad se hace nula. Por tanto, en la posición de equilibrio la aceleración es nula y la velocidad tendrá su valor máximo, y en los extremos la aceleración tendrá su valor máximo y la velocidad será nula.

En el movimiento armónico simple resultan útiles los siguientes conceptos:

Elongación

Distancia de una partícula a su punto de equilibrio. Puede ser positiva o negativa, según esté hacia la derecha o a la izquierda de la posición de equilibrio.

Amplitud

Es la máxima elongación cuyo valor será igual al radio de la circunferencia.

Para calcular la elongación de una partícula oscilatoria en cualquier instante de tiempo t se usa la expresión:

$$Y = r \cos 2\pi Ft$$

Obtenida mediante la siguiente deducción:

Al rep... conside... latoria e... rizontal ... 4.10 se ... adyacen...

$Y =$ ...

como θ ...

$\omega =$ ...

Sustit...

donde: ...

Fig. 4.10 L... por Y.

Velocidad...

Es el resu... movimien... tro de la ... 4.11, de ... velocidad...

$v = -$...

como $\theta =$ ...

$\omega = 2$ ...
$v_L = \omega$ ...

Al representar a la elongación con la letra Y y al considerar que la elongación de una partícula oscilatoria es igual a la proyección sobre el diámetro horizontal del radio r descrita por el móvil de la figura 4.10 se tiene que el valor de Y equivale al cateto adyacente, por lo cual su valor es:

$$Y = r \cos \theta \ldots (1)$$

como $\theta = \omega t \ldots (2)$

$$\omega = 2\ \pi F \ldots (3)$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1:

$$Y = r \cos 2\ \pi Ft$$

donde: Y = elongación de la partícula en m
r = radio de la circunferencia en m
F = frecuencia en ciclos/s
t = tiempo en segundos (s)

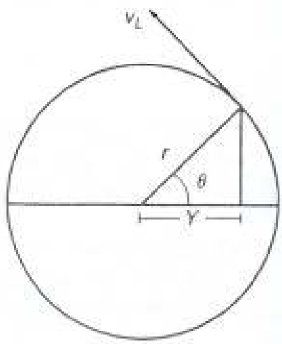


Fig. 4.10 La elongación de una partícula queda representada por Y.

Velocidad de oscilación

Es el resultado de proyectar la velocidad lineal del movimiento circular de un cuerpo sobre el diámetro de la circunferencia; como se ve en la figura 4.11, de modo que la expresión matemática de la velocidad de oscilación será:

$$v = -v_L \text{ sen } \theta \ldots (1)$$

como $\theta = \omega t \ldots (2)$

$$\omega = 2\ \pi F \ldots (3)$$
$$v_L = \omega r \ldots (4)$$

Sustituyendo 2, 3 y 4 en 1 queda:

$$v = -2\ \pi Fr \text{ sen } 2\ \pi Ft$$

donde: v = velocidad de oscilación en m/s
F = frecuencia en ciclos/s
r = radio de la circunferencia en metros (m)
t = tiempo en segundos (s)

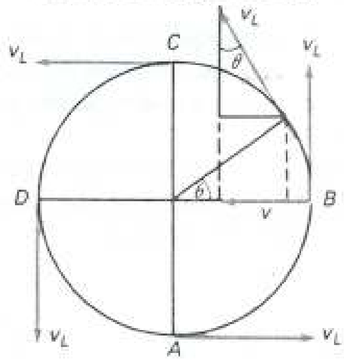
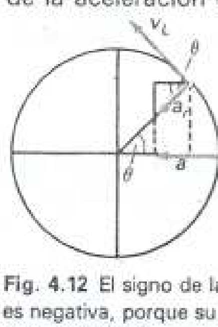


Fig. 4.11 La velocidad de oscilación de una partícula que describe un M.A.S., será positiva si va a la derecha, es decir, de D a B y negativa si va a la izquierda, o sea, de B a D.

Como se observa en la figura 4.11, cuando la velocidad lineal es paralela al diámetro (puntos A y C) la velocidad de oscilación del cuerpo será la mayor y tendrá un valor igual a la velocidad lineal. Cuando la velocidad lineal es perpendicular al diámetro (puntos B y D) su proyección sobre el diámetro es nula, por tanto, su valor es cero.

Aceleración de una partícula oscilante

En el M.A.S., la aceleración de una partícula oscilante tiene un valor igual a la proyección sobre el diámetro de la aceleración radial a_r del movimiento circular uniforme de un cuerpo, como se ve en la figura 4.12, por lo que la expresión matemática de la aceleración de una partícula oscilante será:



$$a = -a_r \cos \theta$$

como $a_r = \omega^2 r$
$\omega = 2\ \pi F$
$\theta = \omega t$
$\theta = 2\ \pi Ft$

tendremos que:

$$a = -4\ \pi^2 F^2 r \cos 2\pi Ft$$

Fig. 4.12 El signo de la aceleración de una partícula oscilante es negativa, porque su sentido es siempre contrario al sentido del movimiento.

Puesto que $Y = r \cos 2\pi Ft$ la ecuación de la aceleración de una partícula oscilante también se puede expresar como:

$$a = -4\pi^2F^2Y$$

donde: a = aceleración en m/s^2
F = frecuencia en ciclos/s
Y = elongación en metros (m)

Si observamos la ecuación de la aceleración de una partícula oscilante, tenemos que ésta es directamente proporcional a la elongación, pero de signo contrario.

De la ecuación de la aceleración de una partícula oscilante, puede despejarse la frecuencia, quedando de la siguiente manera:

$$F = \sqrt{\frac{-a}{4\pi^2Y}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{-a}{Y}}$$

Gráficas sinusoidales del movimiento armónico simple

En el movimiento armónico simple (M.A.S.) la elongación, la velocidad y la aceleración se expresan en funciones trigonométricas sencillas de un ángulo. Se le denomina simple para distinguirlo de un movimiento amortiguado. Una curva senoide es la gráfica del seno de un ángulo trazada en función del ángulo. Toda onda de esta forma recibe el nombre de senoide o sinusoide. Para trazar las gráficas sinusoidales del M.A.S. recordemos lo siguiente:

1. La elongación Y es la distancia que separa al móvil del centro o posición de equilibrio. Es positiva si está a la derecha de su posición de equilibrio y negativa si está a la izquierda. Su valor a un tiempo t se calcula con la expresión:

$$Y = r \cos \omega t$$

Nota: La amplitud es la máxima elongación, cuyo valor es igual al radio r de la circunferencia.

2. La velocidad de oscilación v es el resultado de proyectar la velocidad lineal v_L del movimiento circular de un cuerpo, sobre el diámetro de la circunferencia. Su valor a un tiempo t se calcula con la expresión:

$$v = -v_L \text{ sen } \theta$$

como: $v_L = \omega r$ y $\theta = \omega t \therefore$

$$v = -\omega r \text{ sen } \omega t$$

La velocidad de oscilación será positiva si el móvil va a la derecha y negativa si va a la izquierda.

3. La aceleración de una partícula oscilante a tiene un valor igual a la proyección sobre el diámetro de la aceleración radial a_r del movimiento circular uniforme de un móvil. Su valor a un tiempo t se calcula con la expresión:

$$a = -a_r \cos \theta$$

como: $a_r = \omega^2 r$ y $\theta = \omega t \therefore$

$$a = -\omega^2 r \cos \omega t$$

El signo de la aceleración de un móvil oscilante es negativo, porque su sentido es siempre contrario al sentido del movimiento.

Construiremos las gráficas sinusoidales y cosinusoidales para un intervalo de tiempo igual a un periodo T. En ellas, el tiempo t tendrá los siguientes valores: $t = 0$, $t = \frac{1}{4}T$, $t = \frac{1}{2}T$, $t = \frac{3}{4}T$ y $t = T$. En las expresiones para la elongación Y, la velocidad v y la aceleración a, los valores de t corresponden a las fases: $\omega t = 0$, $\frac{\pi}{2}$ rad $= 90°$, π rad $= 180°$, $\frac{3\pi}{2}$ rad $= 270°$ y 2π rad $= 360°$, como se presentan a continuación:

Recuerde: cos 90° = 0; sen 90° = 1;
cos 0° = 1; sen 0° = 0; velocidad angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$

a) Elongación: $Y = r \cos \omega t$
b) Velocidad: $v = -\omega r \text{ sen } \omega t$
c) Aceleración: $a = -\omega^2 r \cos \omega t$

Sustituyendo valores en las fórmulas anteriores:

Para $t = 0$

a) $Y = r \cos 0° = r$
b) $v = -\omega r \operatorname{sen} 0° = 0$
c) $a = -\omega^2 r \cos 0° = -\omega^2 r$

Para $t = \frac{1}{4} T = \frac{T}{4}$

a) $Y = r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{4}\right)$

$= r \cos \frac{\pi}{2}$
$= r \cos 90°$
$= 0$

b) $v = -\omega r \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{4}\right)$

$= -\omega r \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}$
$= -\omega r \operatorname{sen} 90°$
$= -\omega r$

c) $a = -\omega^2 r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{4}\right)$

$= -\omega^2 r \cos \frac{\pi}{2}$
$= -\omega^2 r \cos 90°$
$= 0$

Para $t = \frac{1}{2} T = \frac{T}{2}$

a) $Y = r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{2}\right)$
$= r \cos \pi$
$= r \cos 180°$
$= -r$

b) $v = -\omega r \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{2}\right)$
$= -\omega r \operatorname{sen} \pi$
$= -\omega r \operatorname{sen} 180°$
$= 0$

c) $a = -\omega^2 r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{T}{2}\right)$
$= -\omega^2 r \cos \pi$
$= -\omega^2 r \cos 180°$
$= -\omega^2 r$

Para $t = \frac{3}{4} T = \frac{3T}{4}$

a) $Y = r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{3T}{4}\right)$

$= r \cos \frac{3\pi}{2}$
$= r \cos 270°$
$= 0$

b) $v = -\omega r \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{3T}{4}\right)$

$= -\omega r \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2}$
$= -\omega r \operatorname{sen} 270°$
$= \omega r$

c) $a = -\omega^2 r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(\frac{3T}{4}\right)$

$= -\omega^2 r \cos \frac{3\pi}{2}$
$= -\omega^2 r \cos 270°$
$= 0$

Para t

a) $Y = r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)(T)$
$= r \cos 2\pi$
$= r \cos 360°$
$= r$

b) $v = -\omega r \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T}\right)(T)$
$= -\omega r \operatorname{sen} 2\pi$
$= -\omega r \operatorname{sen} 360°$
$= 0$

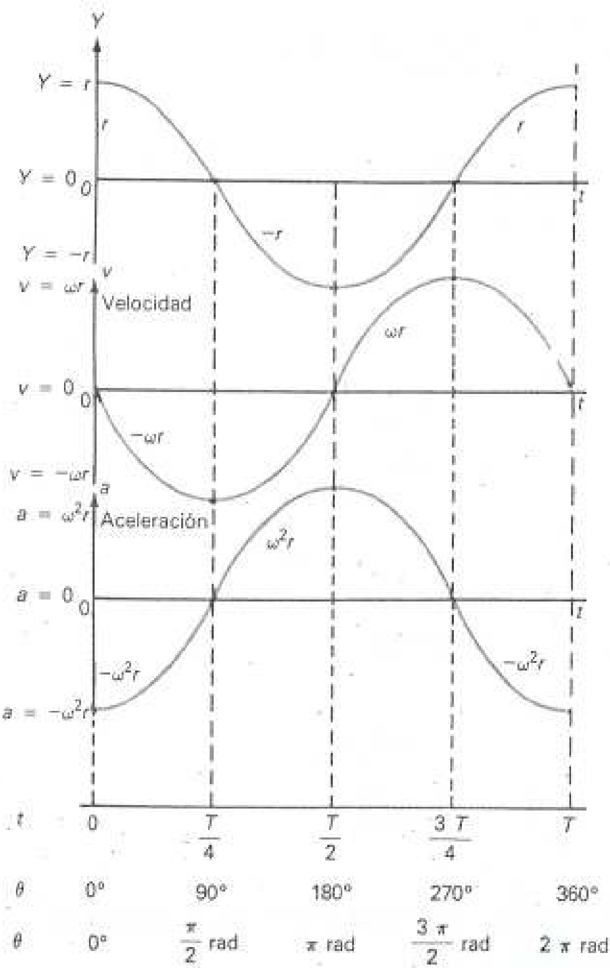
c) $a = -\omega^2 r \cos \left(\frac{2\pi}{T}\right)(T)$
$= -\omega^2 r \cos 2\pi$
$= -\omega^2 r \cos 360°$
$= -\omega^2 r$

Con los resultados anteriores obtenemos el siguiente cuadro:

Cuadro 4.5 VALORES DE Y, v y a EN UN M.A.S.							
Magnitud	Fórmula	Valores de Y, v y a para los siguientes valores de t					
		0	$T/4$	$T/2$	$3T/4$	T
Elongación (Y)	$Y = r \cos \omega t$	r	0	$-r$	0	r
Velocidad (v)	$v = -\omega r \text{ sen } \omega t$	0	$-\omega r$	0	ωr	0
Aceleración (a)	$a = -\omega^2 r \cos \omega t$	$-\omega^2 r$	0	$\omega^2 r$	0	$-\omega^2 r$

Con los datos del cuadro 4.5 graficaremos los valores de Y, v y a en función del tiempo:

Gráficas sinusoidales del movimiento armónico simple



Conclusiones de las gráficas del M.A.S.:

1. Cuando la partícula o móvil vibrante se encuentra en los extremos en los que se tiene la máxima elongación, es decir, la amplitud cuyo valor es igual al radio de la circunferencia: $Y = r$, o $Y = -r$, la velocidad de oscilación de la partícula es igual a cero, mientras la aceleración de la partícula es la máxima y su valor será $a = -\omega^2 r$.
2. Cuando la partícula está en el punto medio o punto de equilibrio, su elongación vale cero: $Y = 0$, pero su velocidad es la máxima ($v = \omega r$), mientras su aceleración tiene un valor de cero.
3. La aceleración de la partícula siempre tiene sentido contrario al vector desplazamiento.

Oscilador armónico

Otro ejemplo de movimiento armónico simple es el que presenta el resorte de la figura 4.13, el cual tiene suspendido un cuerpo en su extremo inferior.

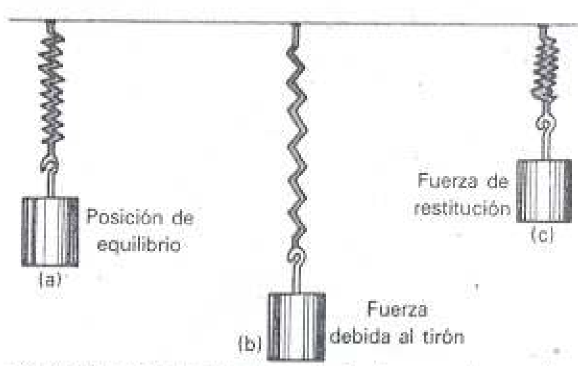


Fig. 4.13 Al darle un tirón hacia abajo al cuerpo y luego soltarlo, se observará que comienza a vibrar de un lado a otro de su posición de equilibrio, describiendo un movimiento armónico simple.

Al darle un tirón hacia abajo al cuerpo que tiene suspendido el resorte, éste se estira [figura 4.13(b)] y al soltar el cuerpo la fuerza de restitución del resorte tratará de que recupere su posición de equilibrio. Pero al pasar por ella y debido a la velocidad que lleva, por inercia sigue su movimiento comprimiendo el resorte [figura 4.13(c)], por ello vuelve a actuar la fuerza de restitución ahora hacia abajo y nuevamente el cuerpo pasa por su posición de equilibrio. Sin embargo, por la inercia no se detiene y se estira nuevamente, así actúa otra vez la fuerza de restitución jalándolo hacia arriba. Se repiten en forma sucesiva estos movimientos de abajo hacia arriba y el cuerpo se comporta como un oscilador armónico. Si no existieran fuerzas de fricción, el movimiento del cuerpo, a uno y otro lado de su posición de equilibrio, continuaría indefinidamente.

Conforme aumenta la fuerza del tirón aplicado al cuerpo, la fuerza de restitución encargada de que el cuerpo recupere su posición de equilibrio, también aumenta en la misma proporción. Según la Ley de Hooke la fuerza de restitución que actúa para que un cuerpo recupere su posición de equilibrio es directamente proporcional al desplazamiento del cuerpo. Como la fuerza de restitución es opuesta al desplazamiento su signo es negativo y la expresión matemática siguiente resume lo expuesto:

$$F = -kd$$

donde: F = fuerza de restitución en newtons (N)
k = constante del resorte cuyo valor depende del tipo de material elástico de que se trate y cuyas unidades son N/m
d = desplazamiento experimentado por el cuerpo elástico de que se trate en metros (m)

El periodo de un vibrador armónico simple, como es el caso del resorte de la figura 4.13, depende de su rigidez. Por tanto, a mayor rigidez del resorte, menor es su periodo. Si un resorte es más rígido que otro realizará una fuerza de restitución mayor para un desplazamiento dado y su aceleración también será mayor. La rigidez del resorte se expresa mediante la constante de resorte k equivalente a la fuerza de restitución por unidad de desplazamiento.

donde: $k = \frac{F}{d} \ldots (1)$

(Leer la parte correspondiente a la actividad experimental 1 de este libro.)

Por ejemplo, si para un resorte que se desplaza 0.1 m actúa una fuerza de restitución de 0.98 N, y cuando se desplaza 0.2 m actúa una fuerza de 1.9 N, su constante del resorte será igual a:

$$k = \frac{F}{d} = \frac{0.98 \text{ N}}{0.1 \text{ m}} = 9.8 \text{ N/m}$$

o bien: $k = \frac{F}{d} = \frac{1.96 \text{ N}}{0.2 \text{ m}} = 9.8 \text{ N/m}$

De acuerdo con la Ley de Hooke: $F = -kd$, el signo (−) significa que el sentido de la fuerza de restitución es opuesto al del desplazamiento o elongación del resorte; y de la Segunda Ley de Newton tenemos: $F = ma$, siendo a la aceleración del resorte en cualquier instante, de donde:

$$F = ma = -kd \ldots (2)$$

por consiguiente: $a = -\left(\frac{k}{m}\right) d \ldots (3)$

La ecuación 3 nos indica que la aceleración de un cuerpo vibrador con un movimiento armónico simple, es directamente proporcional a su desplazamiento o elongación en cualquier instante.

En forma experimental se ha encontrado que el periodo de un vibrador armónico simple es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su masa, e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la constante del resorte (k). Estos resultados experimentales se expresan matemáticamente con la siguiente ecuación, la cual nos permite calcular el periodo de vibración de un cuerpo con un M.A.S., y en el que se observa que su valor es independiente de la amplitud. Recordemos que la amplitud es el máximo desplazamiento del cuerpo vibrador medido desde su posición de equilibrio.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \ldots (4)$$

donde: T = periodo en segundos (s)
m = masa del cuerpo vibrador en kilogramos (kg)
= constante de resorte en N/m

Péndulo simple

Un péndulo simple está constituido por un cuerpo pesado suspendido en un punto sobre un eje horizontal por medio de un hilo de masa despreciable. Cuando se separa un péndulo de su posición de equilibrio y después se suelta, oscila a uno y otro lado del mismo por efecto de su peso (figura 4.14). El movimiento de un péndulo es otro ejemplo de movimiento armónico simple (M.A.S.) y su periodo puede ser calculado con la siguiente ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

donde: T = período del péndulo en segundos (s)
ℓ = longitud del péndulo en metros (m) (se mide desde el punto donde está suspendido hasta el centro de gravedad del cuerpo pesado que constituye al péndulo)
g = aceleración de la gravedad igual a $9.8\ m/s^2$

De la ecuación anterior se desprenden las dos leyes del péndulo:

1a. El período de las oscilaciones, por pequeñas que sean, no depende de la masa del péndulo ni de la amplitud del movimiento, sino de su longitud.
2a. El período es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del péndulo, e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración debida a la acción de la gravedad.

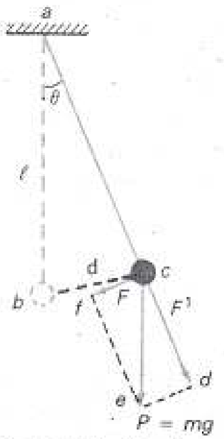


Fig. 4.14 Péndulo simple.

La ecuación empleada para calcular el período de un péndulo, se puede deducir a partir de la figura 4.14. En ella representamos la longitud del péndulo con ℓ, al peso con P, a la masa con m y al desplazamiento con d. Como $P = mg$ y sus dos componentes rectangulares son F y F^1, y si además consideramos pequeño al ángulo θ, por lo cual los triángulos *abc* y *cde* son prácticamente iguales, tenemos lo siguiente:

$$\frac{F}{mg} = \frac{d}{\ell} \quad \ldots (1)$$

Reordenando términos:

$$\frac{F}{d} = \frac{mg}{\ell} = k \quad \ldots (2)$$

De acuerdo con la ecuación 4 de la sección anterior, sabemos que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \ldots (3)$$

Sustituyendo 2 en 3 tenemos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{\ell}}} \quad \ldots (4)$$

por tanto:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Galileo Galilei (1564-1642) fue el primero en descubrir que el período de un péndulo es constante, su conocimiento contribuyó a la invención de los relojes de péndulo, así como mecanismos para sincronizar y regular los movimientos.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DEL M.A.S.

1. Un cuerpo describe un movimiento armónico simple con un radio de 0.1 m. Si su período es de 3 segundos, calcular:

a) Su elongación a los 6 segundos.
b) Su velocidad a los 6 segundos.
c) Su velocidad máxima.

Datos

$r = 0.1$ m
$T = 3$ s
a) $Y_{6\,s} = ?$
b) $v_{6\,s} = ?$
c) $v_{máx} = ?$

Fórmulas

$F \frac{1}{T}$
a) $Y = r \cos 2\,\pi F t$
b) $v = -2\,\pi F r \text{ sen } 2\,\pi F t$
c) $v_{máx} = -2\,\pi F r \text{ sen } 90°$

Sustitución y resultados

$$F = \frac{1}{3\text{ s}} = 0.33 \text{ ciclos/s}$$

a) $Y = 0.1 \text{ m} \cos 2 \times 3.14 \times 0.33 \text{ ciclos/s} \times 6 \text{ s}$
$= 0.1 \text{ m} \cos 12.43$ radianes

$$12.43 \text{ rad} \times \frac{57.3°}{1 \text{ rad}} = 712.24°$$

$\cos 712.24° = \cos (720° - 712.24°)$
$= \cos 7.76° = 0.9909$
$Y = 0.1 \text{ m} \times 0.9909 = 0.099 \text{ m}$

b) $v = -2 \times 3.14 \times 0.33 \text{ ciclos/s} \times 0.1 \text{ m} \times \text{sen } 712.24°$
$\text{sen } 712.24° = -\text{sen } (720° - 712.24°)$
$= -\text{sen } 7.76° = -0.1349$
$v = -0.21 \text{ m/s} \times -0.1349 = 0.028 \text{ m/s}$

c) La velocidad máxima se tiene cuando el cuerpo está pasando por un punto de equilibrio y la elongación es cero. Situación que se presenta cuando el ángulo es de 90°, o bien, de 270°.

$v_{máx} = -2 \times 3.14 \times 0.33 \text{ ciclos/s} \times 0.1 \text{ m} \times (\pm 1)$
$= -0.21$ m/s (la velocidad máxima es positiva si escogemos el ángulo de 270°)

2. Un cuerpo cuyo radio mide 0.15 m describe un M.A.S. con un período de 4 s.

Calcular:

a) Su elongación, es decir, su posición a los 3.6 segundos.
b) Su velocidad a los 3.6 segundos.
c) Su velocidad máxima.
d) Su aceleración máxima.

Datos

$r = 0.15$ m
$T = 4$ s
a) $Y_{3.6\,s} = ?$
b) $v_{3.6\,s} = ?$
c) $v_{máx} = ?$
d) $a_{máx} = ?$

Fórmulas

$F = \frac{1}{T}$
a) $Y = r \cos 2\,\pi F t$
b) $v = -2\,\pi F r \text{ sen } 2\,\pi F t$
c) $v_{máx} = -2\,\pi F r \text{ sen } 90°$
d) $a_{máx} = -4\,\pi^2 F^2 Y_{máx}$

Sustitución y resultados

$$F = \frac{1}{4\text{ s}} = 0.25 \text{ ciclos/s}$$

a) $Y_{3.6\,s} = 0.15 \text{ m} \cos 2 \times 3.14 \times 0.25 \text{ ciclos/s} \times 3.6 \text{ s}$
$= 0.15 \text{ m} \cos 5.65$ radianes

$$5.65 \text{ rad} \times \frac{57.3°}{1 \text{ rad}} = 323.86°$$

$\cos 323.86° = \cos (360° - 323.86°)$
$= \cos 36.14° = 0.8073$
$Y_{3.6\,s} = 0.15 \text{ m} \times 0.8073 = 0.12 \text{ m}$

b) $v_{3.6\,s} = -2 \times 3.14 \times 0.25 \text{ ciclos/s} \times 0.15 \text{ m} \times \text{sen } 323.86°$
$\text{sen } 323.86° = -\text{sen } (360° - 323.86°)$
$= -\text{sen } 36.14° = -0.5901$
$v_{3.6\,s} = -0.236 \text{ m/s} \times -0.5901 = 0.14 \text{ m/s}$

c) $v_{máx} = -2 \times 3.14 \times 0.25 \text{ ciclos/s} \times 0.15 \text{ m} \times \text{sen } 90°$
$= -0.236 \text{ m/s}$

d) $a_{máx} = -4(3.14)^2 (0.25 \text{ ciclos/s})^2 (0.15 \text{ m})$
$= -0.37 \text{ m/s}^2$

3. Determine el periodo de un péndulo y su frecuencia, si su longitud es de 40 cm.

Datos

$\ell = 40$ cm
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$
$T = ?$
$F = ?$

Fórmulas

$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$F = \frac{1}{T}$

Sustitución y resultados

$$T = 2 \times 3.14 \sqrt{\frac{0.4 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 1.27 \text{ s}$$

$$F = \frac{1}{1.27 \text{ s}} = 0.79 \text{ osc/s}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un cuerpo que se encuentra enganchado a un resorte, como el de la figura 4.13, se estira 4 cm hacia abajo y al soltarse vibra con un movimiento armónico simple. Si su frecuencia es de 0.3 ciclo/s, calcular:

a) Su elongación a los 2 segundos.
b) Su velocidad a los 2 segundos.
c) Su velocidad máxima.

Respuestas:

a) $Y = -2.35$ cm
b) $v = 6.1$ cm/s
c) $v_{máx} = \pm 7.53$ cm/s

2. Un cuerpo describe un M.A.S. con un periodo de 3 segundos y un radio de 0.2 m.

Calcular:

a) ¿Cuál es su elongación, es decir, su posición a los 4 segundos?
b) ¿Cuál es su velocidad a los 4 segundos?
c) ¿Cuál es su velocidad máxima?
d) ¿Cuál es su aceleración máxima?

Dar los resultados en el SI.

Respuestas:

a) $Y_{4\,s} = -0.08$ m
b) $v_{4\,s} = -0.38$ m/s
c) $v_{máx} = \pm 0.41$ m/s
d) $a_{máx} = \pm 0.87$ m/s^2

3. Determinar la longitud que debe tener un péndulo para que su periodo sea de 1.55 s, si la aceleración de la gravedad es de 9.8 m/s^2.

Respuesta:

$\ell = 0.6$ m

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 5

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

Objetivo: Demostrar que cuando el movimiento de un móvil es en línea recta y recorre desplazamientos iguales en tiempos iguales, la relación $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ tiene un valor constante.

Consideraciones teóricas

La cinemática estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos sin atender las causas que los producen. Un cuerpo tiene movimiento cuando cambia su posición a medida que transcurre el tiempo. Para poder expresar en forma correcta un movimiento o cambio de posición, debemos referirlo a un marco o sistema de referencia claramente establecido. Resulta práctico utilizar sistemas de referencia absolutos, es decir, aquellos que consideran un sistema fijo de referencia. Existe diferencia entre la distancia recorrida por un móvil y su desplazamiento; la distancia es una magnitud escalar, ésta sólo nos señala la magnitud de la longitud recorrida por un móvil durante su trayectoria. El desplazamiento de un móvil es una magnitud vectorial correspondiente a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos. La velocidad se define como el desplazamiento realizado por un móvil dividido entre el tiempo que tarda en efec-

tuarlo: $\vec{v} = \dfrac{\vec{d}}{t}$. Cuando un móvil sigue una trayectoria recta, en la cual realiza desplaz

en tiempos iguales, efectúa un movimiento rectilíneo uniforme: $\dfrac{\Delta d}{\Delta t} = k$.

Para realizar experimentos en cinemática, en la cual se requiere medir distancias y dete iguales de tiempo, se usa con frecuencia un dispositivo denominado ticómetro; éste cons de un timbre eléctrico con determinada frecuencia sujeto a una tabla de madera (figura ticómetro funciona, el vibrador martillea un disco elaborado con papel carbón que deja n tira de papel en movimiento a intervalos iguales de tiempo. Por tanto, la distancia entre do cutivas corresponderá a un mismo intervalo de tiempo, y de acuerdo con la frecuencia ticómetro determinaremos cuánto tiempo transcurre entre una y otra marca del vibrad

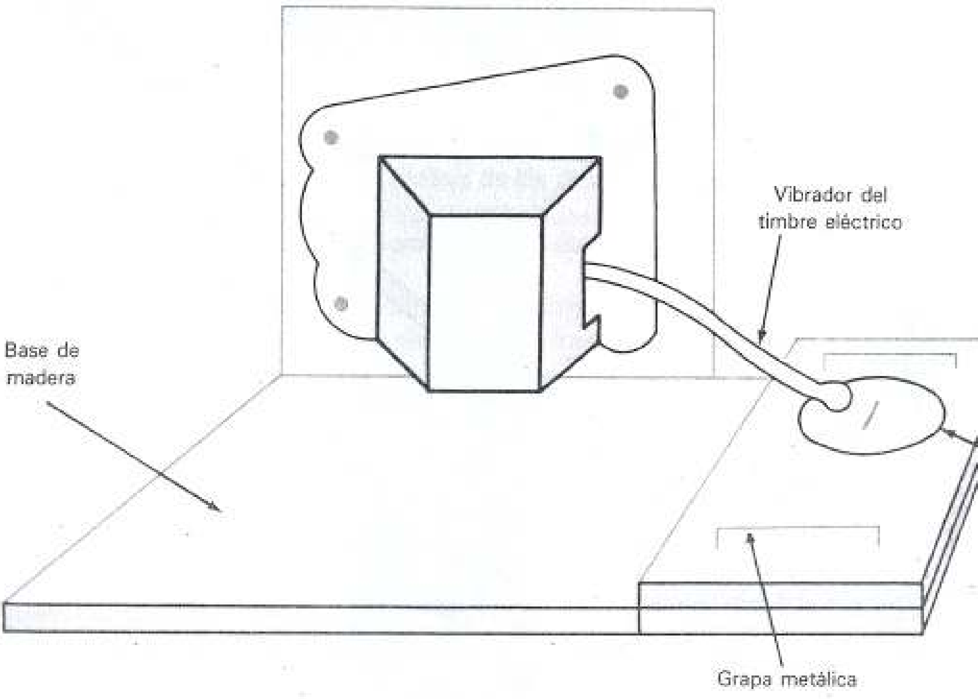


Fig. 4.15 Ticómetro.

Material empleado

Un ticómetro, un motor eléctrico de 1.5 V, 2 m de hilo resistente, una regla graduada, u plástico, una cinta adhesiva, un disco de papel carbón y una tira de papel para el ticór

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el de la figura 4.16. Para ello, fije con cinta adhesiva el m un extremo de la mesa de trabajo, asegúrese de que su eje quede en posición vertic libremente. Después, sujete un extremo del hilo al eje del motor y el otro extremo al c mismo que se colocará en el otro extremo de la tira de papel, la cual debe pasar por las metro.

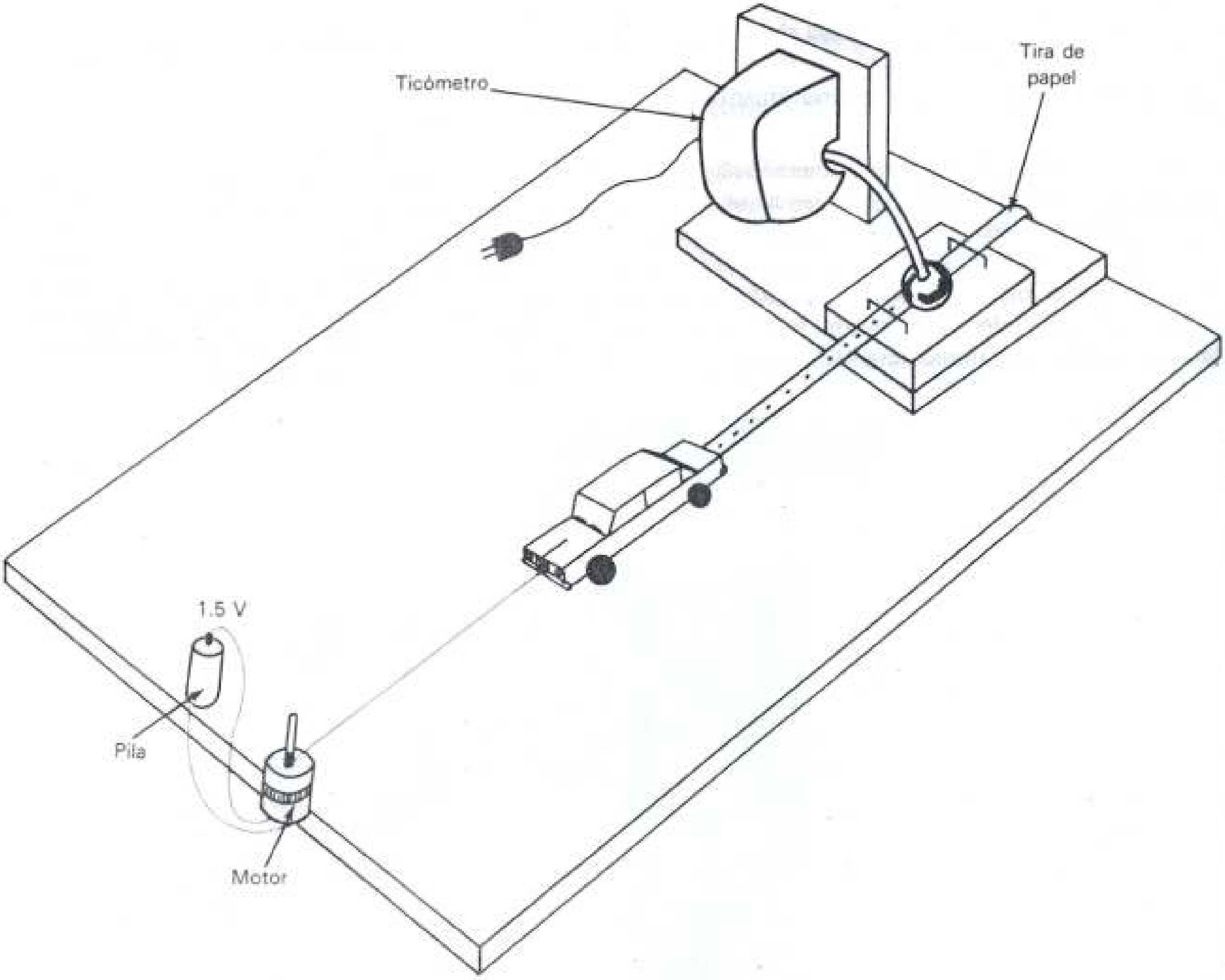


Fig. 4.16 Dispositivo para medir distancias e intervalos iguales de tiempo, mediante el uso del ticómetro.

2. Conecte el ticómetro, hágalo funcionar e inmediatamente después ponga a funcionar el motor de 1.5 V. Observe el movimiento del carro y corrobore que se marquen los impactos del vibrador en la tira de papel.
3. Desconecte su dispositivo cuando el carro choque con el motor. Retire la tira de papel y con la regla graduada mida las distancias que hay entre los puntos. Es importante iniciar el análisis a unos 25 cm mínimo del primer impacto marcado por el vibrador. Recuerde que la distancia siempre se mide a partir de la posición considerada como inicial y no de marca a marca.
4. Consulte con su profesor cuál es la frecuencia de vibración del ticómetro usado. Si, por ejemplo, su ticómetro tiene una frecuencia de 90 vibraciones/s, sabrá que la distancia entre dos marcas consecutivas se recorre en 1/90 de segundo. De aquí se deduciría que la distancia existente entre cada nueve puntos se recorre en 1/10 de segundo.
5. Suponga una frecuencia de 90 vibraciones/s del ticómetro, mida la distancia entre el punto considerado como cero o inicial y la marca o punto 9, entre el cero y el 18, entre el cero y el 27, y así sucesivamente. Copie el cuadro 4.6 y registre las mediciones efectuadas.

Cuadro 4.6 VELOCIDADES (EXPERIMENTALES)

Tiempo(s)	Distancia (cm)	$v = \frac{d}{t}$ en m/s
0.1		
0.2		
0.3		
0.4		
0.5		
0.6		

6. Con los datos de la tabla construya una gráfica de distancia contra tiempo. Una los puntos y determine la pendiente de la recta obtenida.
7. Grafique los datos de velocidad contra tiempo y determine el área bajo la recta obtenida al unir los puntos.

Cuestionario

1. ¿Por qué se recomienda iniciar el análisis de las distancias después de unos 25 cm mínimo del primer impacto marcado por el vibrador?
2. Para un movimiento rectilíneo uniforme, ¿qué se obtiene como resultado de unir los puntos en una gráfica distancia vs tiempo?
3. Al graficar los datos de distancia contra tiempo obtenidos en su actividad experimental y al unir los puntos, ¿obtuvo una línea recta? ¿Qué representa la línea recta? ¿Cuánto vale la pendiente de la recta obtenida? ¿Se demostró que $\frac{\Delta d}{\Delta t} = k$?
4. ¿Qué obtuvo al unir los puntos de la gráfica velocidad contra el tiempo? ¿Qué significado físico tiene el área bajo la recta obtenida al unir los puntos? ¿Cuánto vale el área bajo la recta?
5. ¿Qué frecuencia de vibración tiene el ticómetro que utiliza?
6. ¿Cómo determinó usted el tiempo en el experimento?
7. ¿Qué ventajas le encuentra al uso del ticómetro en el experimento?

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 6

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Objetivo: A partir de un experimento, identificar las características del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Consideraciones teóricas

Se tiene un movimiento rectilíneo uniformemente variado si la velocidad experimenta cambios iguales en cada unidad de tiempo. En este movimiento el valor de la aceleración permanece constante al transcurrir el tiempo. Ejemplos de M.R.U.V. se presentan cuando cualquier cuerpo cae en forma libre o rueda en una pendiente. Galileo Galilei fue el primero en hacer estudios acerca del M.R.U.V., experimentando con un plano inclinado y una bola. Al usar un plano inclinado lograba una aceleración de la bola más lenta que si se dejara caer libremente.

Material empleado

Un ticómetro, un carro, una regla graduada, un soporte metálico con pinzas de sujeción, una rampa de madera, una cinta adhesiva, un disco de papel carbón y una tira de papel para el ticómetro.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 4.17. Para ello, coloque y sujete la rampa por su extremo superior a una altura de 65 cm de la superficie de la mesa de trabajo.
2. En el extremo superior de la rampa, coloque y sujete con cinta adhesiva el ticómetro. Pregunte a su profesor cuál es la frecuencia de vibración del ticómetro (ver actividad experimental 5 de este libro).
3. Ponga el carro en el extremo superior de la rampa y adhiérale uno de los extremos de la tira de papel, misma que debe pasar por las grapas del ticómetro y correr libremente con el carro.

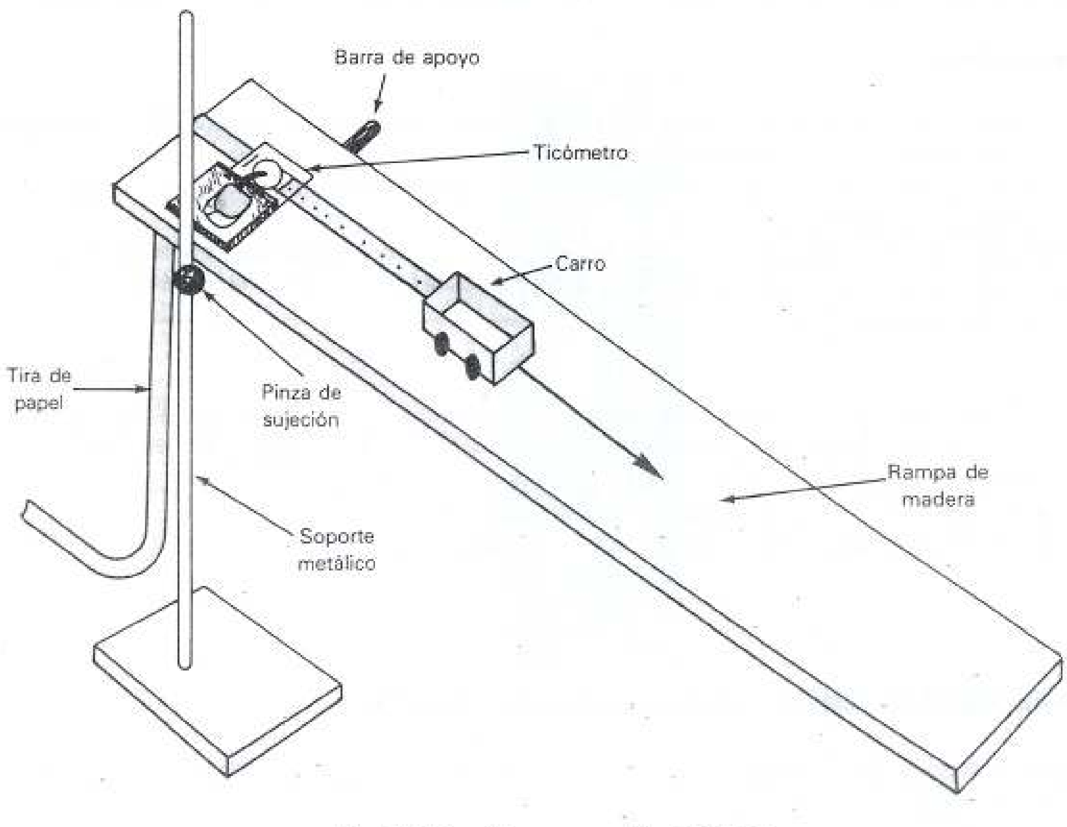


Fig. 4.17 Dispositivo para estudiar el M.R.U.V.

4. Ponga a funcionar el ticómetro e inmediatamente después suelte el carro por la rampa. Observe el movimiento del carro y cuide que en la tira de papel se marquen los impactos del vibrador por medio del disco de papel carbón del ticómetro.
5. Cuando el carro llegue al extremo inferior de la rampa desconecte el ticómetro. Retire la tira de papel e inicie el análisis de las distancias entre los puntos marcados. Las distancias siempre se miden a partir de la posición que se considere como inicial y no de marca a marca.

6. Suponga una frecuencia de 90 vibraciones/s del ticómetro, mida la distancia entre el punto considerado como cero o inicial y la marca o punto 9, entre el cero y el punto 18, entre el cero y el punto 27, y así sucesivamente. Copie el cuadro 4.7 y registre las mediciones efectuadas.

Cuadro 4.7 VELOCIDADES MEDIAS (EXPERIMENTALES)

Tiempo Δt (s)	Distancia Δd (cm)	Tiempo al cuadrado Δt^2 (s^2)	Velocidad media $\Delta d/\Delta t$ (cm/s)
0.1			
0.2			
0.3			
0.4			
0.5			
0.6			

7. Con los datos de la tabla construya una gráfica de distancia contra tiempo. Una los puntos obtenidos e interprete el significado físico de la curva obtenida.
8. Grafique los datos de la distancia contra los del tiempo al cuadrado e interprete el significado físico de la recta obtenida al unir los puntos.
9. Grafique los datos de la velocidad media contra el tiempo e interprete el significado físico de la recta obtenida al unir los puntos.

Cuestionario

1. ¿Qué tipo de movimiento realiza el carro?
2. ¿Cómo varía la distancia que recorre el carro respecto al tiempo transcurrido?
3. ¿Cómo determinó el tiempo transcurrido en el experimento?
4. ¿Cuál es el significado físico de la curva obtenida al graficar los datos de la distancia contra el tiempo?
5. ¿Qué obtuvo al graficar los datos de la distancia contra los del tiempo al cuadrado? ¿Cuánto vale la pendiente de la recta?
6. ¿Qué obtuvo al graficar los datos de la velocidad media contra los del tiempo transcurrido? ¿Cuánto vale la pendiente de la recta?

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 7

TIRO PARABOLICO

Objetivo: Identificar experimentalmente el tiro parabólico como un movimiento en dos dimensiones.

Consideraciones teóricas

El tiro parabólico es un ejemplo de movimiento realizado por un cuerpo en dos dimensiones o sobre un plano. Algunos casos de cuerpos cuya trayectoria corresponde a un tiro parabólico son: proyectiles lanzados desde la superficie de la Tierra o desde un avión, el de una pelota de futbol al ser despejada por un jugador, o el de una pelota de golf al ser lanzada con cierto ángulo respecto al eje horizontal. El tiro parabólico es la resultante de la suma vectorial de un movimiento horizontal uniforme y de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente variado. El tiro parabólico es de dos clases: a) Tiro parabólico horizontal. Se ca-

racteriza por la trayectoria de un cuerpo al ser lanzado en forma horizontal al vacío. El camino seguido es curvo, resultado de dos movimientos independientes: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia con una velocidad cero y va aumentando su velocidad en la misma proporción de otro cuerpo que se dejara caer del mismo punto en el mismo instante. La forma de la curva descrita es abierta, simétrica respecto a un eje y con un solo foco, es decir, una parábola. b) Tiro parabólico oblicuo. Se caracteriza por la trayectoria seguida por un cuerpo cuando es lanzado a una velocidad inicial que forma un ángulo con el eje horizontal, tal es el caso de la trayectoria de una pelota de futbol al ser despejada por el portero.

Material empleado

Un riel metálico, una tabla de madera, un soporte metálico con pinzas de sujeción, una esfera de acero, una regla graduada, hojas de papel blanco, hojas de papel carbón y una cinta adhesiva.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 4.18. Para ello, coloque y sujete el riel metálico por su extremo superior, y cuide que el extremo inferior del riel coincida con el borde u orilla de la mesa.
2. Cubra la tabla de madera con hojas de papel blanco y después coloque encima de ellas varias hojas de papel carbón. Así, cuando la esfera de acero se impacte en el bloque de madera, dejará una marca en el papel blanco debido al papel carbón sobrepuesto.
3. Acerque la tabla al extremo inferior del riel y señale con una marca horizontal la posición vertical inicial u origen que tendrá la esfera de acero al iniciar su caída libre. Esto es, la raya horizontal se marcará en la tabla a la altura del centro de la esfera cuando ésta se encuentre en el punto donde iniciará su caída libre.

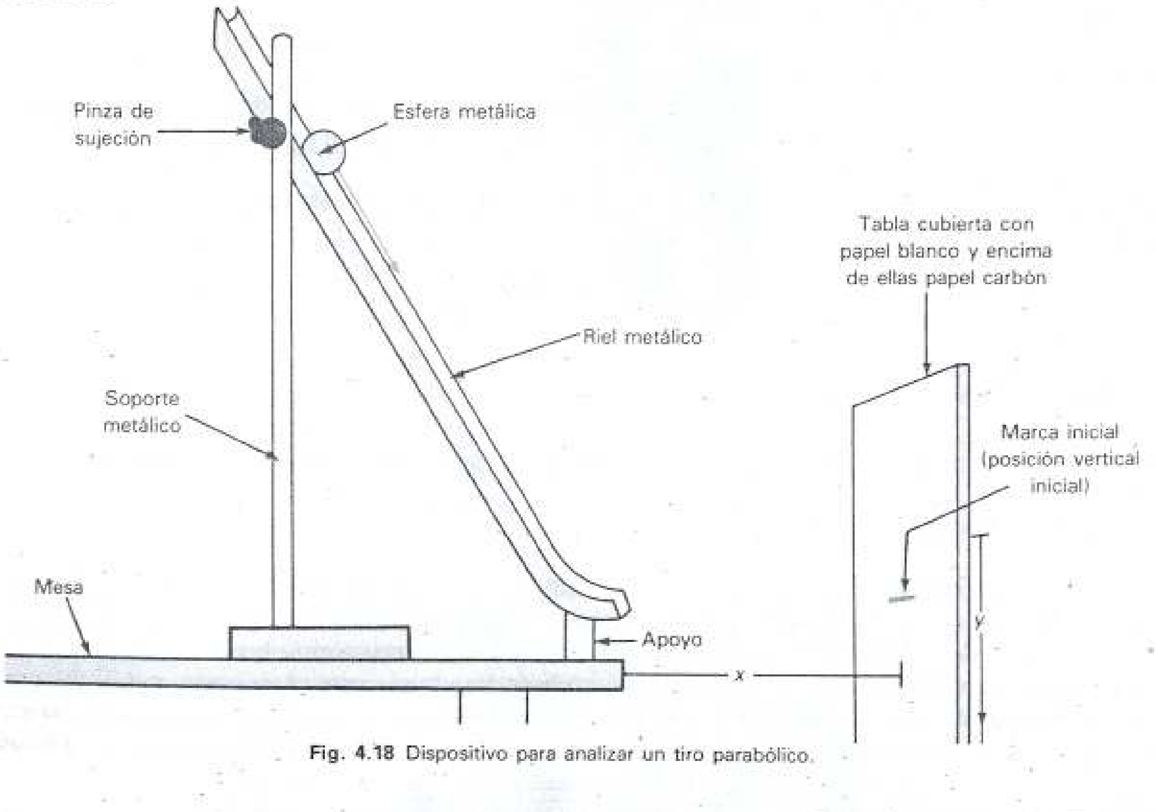


Fig. 4.18 Dispositivo para analizar un tiro parabólico.

4. Coloque la tabla de madera a una distancia horizontal de 20 cm del borde de la mesa y deje rodar la esfera de acero por el riel desde un punto elegido de antemano. Marque dicho punto, pues éste deberá ser el mismo que utilice para soltar la esfera metálica en los siguientes impactos.
5. Una vez que la esfera metálica se impacte en la madera al colocarla a 20 cm del borde de la mesa, siga alejando la tabla ahora a 40 cm, después a 60 cm, 80 cm y finalmente a 100 cm del borde de la mesa. En todos los casos suelte la esfera metálica desde el mismo punto que escogió y marcó en el riel. Recuerde, la esfera metálica recorrerá distancias iguales, medidas horizontalmente, en intervalos iguales de tiempo, pues en un tiro parabólico el movimiento horizontal se realiza a velocidad constante.
6. Retire el papel carbón y mida las alturas verticales descendidas por la esfera metálica, a partir del punto marcado como posición vertical inicial u origen al momento de iniciar su caída libre. Copie el cuadro 4.7 y registre en él la altura vertical que descendió la esfera al alejar horizontalmente la tabla 20, 40, 60, 80 y 100 cm. No olvide que el cuerpo está cayendo y, por tanto, el valor de y es negativo. Además, las distancias siempre se miden desde la posición considerada como inicial y no de marca a marca.

Cuadro 4.8 DISTANCIAS VERTICALES (EXPERIMENTALES)

Distancia horizontal x (cm)	Distancia vertical medida desde el punto inicial de descenso y (cm)
0	
20	
40	
60	
80	
100	

7. Con los datos del cuadro construya una gráfica de y contra x y una los puntos obtenidos.

Cuestionario

1. ¿Existe evidencia de que la esfera de acero sufre una aceleración constante durante su caída? Justifique su respuesta.
2. ¿Qué interpretación física le da a la gráfica obtenida de y vs x?
3. ¿Cómo se interpreta el principio de independencia del movimiento horizontal y del movimiento vertical seguido por la esfera de acero?
4. Describa el comportamiento de dos esferas que caen libremente desde la misma altura y al mismo tiempo, pero una se suelta y la otra recibe un impulso horizontal.
5. Explique con sus propias palabras lo que representa un tiro parabólico.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 8

PENDULO SIMPLE

Objetivo: Analizar en forma experimental las características del movimiento de un péndulo simple y encontrar qué factores influyen en su periodo.

Consideraciones teóricas

Un movimiento armónico simple es un movimiento periódico, es decir, se repite a intervalos iguales de tiempo. Un péndulo simple está constituido por un cuerpo pesado suspendido en un punto sobre un eje horizontal, por medio de un hilo de masa despreciable. Cuando se separa un péndulo de su posición de equilibrio y después se suelta, oscila a uno y otro lado del mismo por efecto de su peso. El movimiento de un péndulo es un ejemplo de movimiento armónico simple. El periodo de un péndulo es el tiempo que tarda en efectuar una oscilación completa, o sea, un ciclo. La frecuencia de un péndulo es el número de oscilaciones completas o ciclos que realiza en un segundo. Por tanto: $T = 1/F$ y $F = 1/T$. El periodo de un péndulo también puede ser calculado con la siguiente ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

donde: ℓ = longitud del péndulo, se mide desde el punto donde está suspendido hasta el centro de gravedad del cuerpo pesado que constituye el péndulo

g = aceleración de la gravedad

Material empleado

Un soporte metálico, una pinza de sujeción, un cronómetro, una regla graduada, un transportador, hilo, una esfera de metal, una esfera de vidrio, una esfera de madera y una esfera de hule.

Desarrollo de la actividad experimental

Construya un péndulo con una esfera metálica y un trozo de hilo de 10 cm de largo medido desde el punto de suspensión hasta el centro de la esfera metálica. Desplace la esfera metálica 3 cm de su posición de equilibrio y mida con un cronómetro el tiempo necesario para que el péndulo realice 10 oscilaciones completas. Repita lo anterior con la misma esfera metálica, pero ahora con longitudes del péndulo de 20, 30 y 40 cm. En cada caso debe desplazar a la esfera 3 cm de su posición de equilibrio y determinar el tiempo necesario para que el péndulo realice 10 oscilaciones completas; al dividir dicho tiempo entre 10 nos dará el periodo de oscilación del péndulo. Copie el cuadro 4.9 y llénelo con los datos obtenidos.

Fig. 4.19 Péndulo simple.

Cuadro 4.9 PERIODOS DE OSCILACION (EXPERIMENTALES)

Longitud del péndulo (cm)	Periodo de oscilación del péndulo (s)
10	
20	
30	
40	

2. Ahora construya un péndulo con una esfera de vidrio y un trozo de hilo de 20 cm de largo. Desplace la esfera de vidrio 15 cm de su posición de equilibrio y mida con un cronómetro el tiempo necesario para que el péndulo realice 10 oscilaciones completas. Repita la experiencia anterior manteniendo constantes todos los factores menos el de la masa del péndulo, para ello, coloque esferas de madera, hule y metal. Determine para cada caso el tiempo en que se efectuarán 10 oscilaciones completas y divídalo entre 10 para encontrar el periodo de los péndulos utilizados. Copie el cuadro 4.10 y llénelo con los datos obtenidos.

Cuadro 4.10 PERIODOS DE OSCILACION PARA DIFERENTES MATERIALES (EXPERIMENTALES)

Material usado para el péndulo de 20 cm de largo y desplazado 15 cm de su posición de equilibrio	Periodo de oscilación del péndulo (s)
Esfera de vidrio	
Esfera de madera	
Esfera de hule	
Esfera de metal	

3. Seleccione una esfera del material que desee y construya un péndulo. Realice diferentes mediciones para encontrar el periodo, pero conserve siempre la misma masa y la misma longitud, variando únicamente el ángulo inicial de oscilación. Hágalo primero para un ángulo de 15°, después de 30°, 45° y 60°, en cada caso cuente el tiempo en que se llevan a cabo 10 oscilaciones, luego divida ese tiempo entre 10 y hallará el periodo de oscilación. Copie el cuadro 4.11 y llénelo con los datos obtenidos.

Cuadro 4.11 PERIODOS DE OSCILACION EN DIFERENTES ANGULOS (EXPERIMENTALES)

Angulo de oscilación para un péndulo de igual masa y longitud	Periodo de oscilación del péndulo (s)
15°	
30°	
45°	
60°	

Cuestionario

1. De acuerdo con los datos obtenidos en el cuadro 4.9, ¿cómo influye la longitud de un péndulo en su periodo de oscilación? Explique si el periodo varía de manera directa o inversamente proporcional a la longitud. Justifique su respuesta.
2. Con base en los datos del cuadro 4.10, ¿si varía la masa del péndulo, varía su periodo de oscilación? Justifique su respuesta.
3. Basándose en los resultados obtenidos en el cuadro 4.11, ¿cambia el periodo de oscilación de un péndulo si se varía únicamente su ángulo de oscilación? Justifique su respuesta.

qué para determinar su período resulta conveniente medir el tiempo en que se realizan 10 del péndulo en lugar de medir el tiempo que dura una sola.
do de oscilación y la longitud del péndulo determine, aplicando la ecuación correspondiende la aceleración de la gravedad en el lugar donde realiza sus experimentos.

1. Todo el Universo se encuentra en constante movimiento. Los cuerpos presentan movimientos rápidos, lentos, periódicos y azarosos.
2. La *mecánica* es una rama de la Física, dedicada al estudio de los movimientos y estados en que se encuentran los cuerpos. Describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de los cuerpos, bajo la acción de las fuerzas. Se divide en dos partes: *Cinemática*. Estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos sin atender las causas que lo producen. *Dinámica*. Estudia las causas que originan el movimiento de los cuerpos. La estática queda comprendida dentro del estudio de la dinámica, analiza las causas que permiten el equilibrio de los cuerpos.
3. Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, deducimos que su posición varía respecto a un punto considerado fijo.
4. El estudio de la *cinemática* nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso llegará a su destino.
5. El movimiento de los cuerpos puede ser *en una dimensión* o sobre un eje; por ejemplo, un tren que se desplaza en línea recta. *En dos dimensiones* o sobre un plano; como el movimiento de un disco fonográfico, la rueda de la fortuna, el de un avión al despegar o aterrizar, o el de un proyectil cuya trayectoria es curva. *En tres dimensiones* o en el espacio; como el vuelo de un mosquito hacia arriba, hacia adelante y hacia un lado, o el de un tornillo que al hacerlo girar con un desarmador penetra en la pared.
6. Para el estudio del movimiento de cualquier objeto material, también llamado *cuerpo físico*, resulta muy útil considerar a éste como una partícula en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento.
7. En la descripción del movimiento de una partícula es necesario señalar cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de *sistemas de referencia*: el absoluto y el relativo. El sistema de referencia *absoluto* considera un sistema fijo de referencia; y el *relativo* considera al sistema de referencia móvil. En realidad el sistema de referencia absoluto no existe, pues no hay un solo punto en el Universo carente de movimiento. Sin embargo, resulta útil considerar a los movimientos que se producen sobre la superficie de la Tierra, suponiendo a ésta como un sistema de referencia absoluto, es decir, fijo.
8. Para describir la posición de una partícula sobre una superficie se utiliza un sistema de *coordenadas cartesianas* o *coordenadas rectangulares*. En este sistema, los ejes se cortan perpendicularmente en un punto llamado origen. El eje horizontal es el eje de las abscisas o de las x y el otro, el eje de las ordenadas o de las y. Para determinar la posición de una partícula, también se utilizan las llamadas coordenadas polares.

4. Explique por qué para determinar su período resulta conveniente medir el tiempo en que se realizan 10 oscilaciones del péndulo en lugar de medir el tiempo que dura una sola.
5. Con el período de oscilación y la longitud del péndulo determine, aplicando la ecuación correspondiente, el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar donde realiza sus experimentos.

RESUMEN

1. Todo el Universo se encuentra en constante movimiento. Los cuerpos presentan movimientos rápidos, lentos, periódicos y azarosos.
2. La *mecánica* es una rama de la Física, dedicada al estudio de los movimientos y estados en que se encuentran los cuerpos. Describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de los cuerpos, bajo la acción de las fuerzas. Se divide en dos partes: *Cinemática*. Estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos sin atender las causas que lo producen. *Dinámica*. Estudia las causas que originan el movimiento de los cuerpos. La estática queda comprendida dentro del estudio de la dinámica, analiza las causas que permiten el equilibrio de los cuerpos.
3. Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, deducimos que su posición varía respecto a un punto considerado fijo.
4. El estudio de la *cinemática* nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso llegará a su destino.
5. El movimiento de los cuerpos puede ser *en una dimensión* o sobre un eje; por ejemplo, un tren que se desplaza en línea recta. *En dos dimensiones* o sobre un plano; como el movimiento de un disco fonográfico, la rueda de la fortuna, el de un avión al despegar o aterrizar, o el de un proyectil cuya trayectoria es curva. *En tres dimensiones* o en el espacio; como el vuelo de un mosquito hacia arriba, hacia adelante y hacia un lado, o el de un tornillo que al hacerlo girar con un desarmador penetra en la pared.
6. Para el estudio del movimiento de cualquier objeto material, también llamado *cuerpo físico*, resulta muy útil considerar a éste como una partícula en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento.
7. En la descripción del movimiento de una partícula es necesario señalar cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de *sistemas de referencia*: el absoluto y el relativo. El sistema de referencia *absoluto* considera un sistema fijo de referencia; y el *relativo* considera al sistema de referencia móvil. En realidad el sistema de referencia absoluto no existe, pues no hay un solo punto en el Universo carente de movimiento. Sin embargo, resulta útil considerar a los movimientos que se producen sobre la superficie de la Tierra, suponiendo a ésta como un sistema de referencia absoluto, es decir, fijo.
8. Para describir la posición de una partícula sobre una superficie se utiliza un sistema de *coordenadas cartesianas* o *coordenadas rectangulares*. En este sistema, los ejes se cortan perpendicularmente en un punto llamado origen. El eje horizontal es el eje de las abscisas o de las x y el otro, el eje de las ordenadas o de las y. Para determinar la posición de una partícula, también se utilizan las llamadas coordenadas polares.

9. La *distancia* recorrida por un móvil es una magnitud escalar, ya que sólo interesa saber cuál fue la magnitud de la longitud recorrida por el móvil durante su trayectoria seguida, sin importar en qué dirección lo hizo. En cambio, el *desplazamiento* de un móvil es una magnitud vectorial porque corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos, el de partida y el de llegada.
10. La velocidad y la rapidez generalmente se usan como sinónimos de manera equivocada; no obstante, la *rapidez* es una cantidad escalar que únicamente indica la magnitud de la velocidad; y la *velocidad* es una magnitud vectorial, pues para quedar bien definida requiere que se señale además de su magnitud, su dirección y su sentido. La velocidad se define como el desplazamiento realizado por un móvil dividido entre el tiempo que tarda en efectuarlo: $\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$. La dirección que lleva la velocidad de un cuerpo móvil queda determinada por la dirección en la cual se efectúa su desplazamiento.
11. Cuando un móvil sigue un trayectoria recta en la cual realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales, efectúa un *movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)*. Cuando se trate del movimiento de un móvil en línea recta, recorriendo desplazamientos iguales en tiempos iguales, la relación $\frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = k =$ constante.
12. Al graficar los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo que tarda en realizarlo, la pendiente de la curva obtenida al unir los puntos representará su *velocidad*. Si en una gráfica desplazamiento-tiempo se obtiene una línea recta al unir los puntos, entonces la velocidad permanece constante siempre y cuando no cambie de dirección la trayectoria del móvil.
13. En una gráfica velocidad en función del tiempo, el *área* bajo la curva representa el desplazamiento del móvil.
14. Como la mayoría de los movimientos realizados por los cuerpos no son uniformes, generalmente se habla de la *velocidad media* de un móvil, la cual representa la relación entre el desplazamiento total hecho por un móvil y el tiempo que tarda en efectuarlo. Cuando un móvil experimenta dos o más velocidades distintas durante su movimiento, se puede obtener una velocidad promedio si sumamos las velocidades y las dividimos entre el número de velocidades sumadas.
15. Cuando en el movimiento de un cuerpo los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la velocidad media se aproxima a una *velocidad instantánea*. Pero si el intervalo de tiempo es tan pequeño que casi tiende a cero, la velocidad del móvil se llama instantánea.
16. El desplazamiento de un móvil no representa la distancia recorrida, sino la distancia entre el punto de origen y el punto de llegada de dicho móvil, medida en una dirección particular. Por ello, cuando un móvil tiene un desplazamiento igual a cero en cierto intervalo de tiempo puede significar que no se ha movido, pero también puede significar que se movió de un punto inicial y regresó al mismo punto, con lo cual, aunque recorrió una distancia, su desplazamiento fue cero.

17 Cuando la velocidad de un móvil varía, decimos que sufre una aceleración. Por definición, *aceleración* es la variación de la velocidad de un móvil en cada unidad de tiempo. Si el móvil parte del reposo: $a = \frac{v}{t}$. Si el móvil no parte del reposo: $a = \frac{v_f - v_0}{t}$.

18 La aceleración es una magnitud vectorial y su signo será igual al que tenga la variación de la velocidad. Por tanto, la aceleración es positiva cuando: 1. La velocidad es de signo positivo y sufre un aumento. 2. La velocidad es de signo negativo y sufre una disminución, es decir, se realiza un frenado. La aceleración es negativa cuando: 1. La velocidad es de signo negativo y sufre un aumento. 2. La velocidad es de signo positivo y sufre una disminución, es decir, se realiza un frenado.

19 En un *movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.)* la velocidad experimenta cambios iguales en cada unidad de tiempo. En este movimiento el valor de la aceleración permanece constante al transcurrir el tiempo. Este es el caso de la caída libre de los cuerpos y del tiro vertical.

20 Cuando se grafican los datos de la velocidad de un móvil en función del tiempo, la pendiente de la curva obtenida al unir los puntos representa la aceleración que experimenta dicho móvil. En una gráfica aceleración-tiempo, el área bajo la curva representa la velocidad. En una gráfica desplazamiento-tiempo al cuadrado, la pendiente de la curva representa 1/2 de la aceleración.

21 En el M.R.U.V. se utilizan las siguientes ecuaciones para calcular los desplazamientos:

1. $d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

2. $d = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a}$

3. $d = \frac{v_f + v_0}{2} t$

Y para calcular las velocidades finales se usan las ecuaciones:

1. $v_f = v_0 + at$
2. $v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$

22 Para calcular el desplazamiento de un móvil con un M.R.U.V. se puede utilizar cualquiera de las tres ecuaciones anteriores, dependiendo de los datos o de la que se considere más sencilla; esto también sucede con las dos ecuaciones para la velocidad final.

23 Un cuerpo tiene una *caída libre* si desciende sobre la superficie de la Tierra sin sufrir ninguna resistencia originada por el aire. De manera práctica, cuando la resistencia del aire sobre los cuerpos se puede despreciar por ser tan pequeña es posible interpretar su movimiento como una caída libre.

La aceleración de la gravedad es una magnitud vectorial cuya dirección está dirigida hacia el centro de la Tierra; además, su valor varía según el lugar, pero para fines prácticos se considera en forma aproximada como: $g = -9.8 \text{ m/s}^2$. El signo menos es porque la aceleración de la gravedad está dirigida hacia abajo. Todos los cuerpos, ya sean grandes o pequeños, en ausencia de fricción, caen a la Tierra con la misma aceleración. La aceleración gravitacional produce sobre los cuerpos con caída libre, un movimiento uniformemente variado. Para resolver problemas de caída libre se utilizan las mismas ecuaciones del M.R.U.V., pero se acostumbra cambiar la letra *a* de aceleración por la *g* que representa la aceleración de la gravedad, y la letra *d* de distancia por la *h* que representa a la altura.

El *tiro vertical* es un movimiento que se manifiesta cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba, observándose que su velocidad va disminuyendo hasta anularse al alcanzar su altura máxima. Inmediatamente inicia su regreso para llegar al mismo punto donde fue lanzado y adquiere la misma velocidad con la cual partió. De la misma forma, el tiempo empleado en subir es el mismo utilizado en bajar. Las ecuaciones empleadas para este movimiento son las mismas de la caída libre de los cuerpos, pues también es un M.R.U.V. En el tiro vertical resulta importante calcular la altura máxima que alcanzará un cuerpo, para ello, se usa la ecuación:

$h_{máx} = -\dfrac{v_0^2}{2g}$. Para calcular el tiempo que tarda en subir se usa la ecuación: $t_{(subir)} = -\dfrac{v_0}{g}$. *Como el tiempo en el aire es el doble del tiempo en subir, se tiene:* $t_{(aire)} = -\dfrac{2v_0}{g}$.

El *tiro parabólico* es un ejemplo de movimiento realizado por un cuerpo en dos dimensiones o sobre un plano. Algunos ejemplos de los cuerpos cuya trayectoria corresponde a un tiro parabólico son: proyectiles lanzados desde la superficie de la Tierra o desde un avión, el de una pelota de futbol al ser despejada por el portero, o el de una pelota de golf al ser lanzada con cierto ángulo respecto al eje horizontal.

El tiro parabólico es la resultante de la suma vectorial de un movimiento horizontal uniforme y de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente variado. Hay dos clases de tiro parabólico: *Tiro horizontal*, se caracteriza por la trayectoria que sigue un cuerpo al ser lanzado horizontalmente al vacío, sigue un camino curvo debido a dos movimientos independientes: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical que se inicia con una velocidad cero, la cual va aumentando en la misma proporción de otro cuerpo que se dejara caer del mismo punto en el mismo instante. Un ejemplo de este tiro se tiene cuando desde un avión en vuelo se deja caer un proyectil. *Tiro oblicuo*, se caracteriza por la trayectoria seguida por un cuerpo cuando es lanzado con una velocidad inicial que forma un ángulo con el eje horizontal. Este es el caso de una pelota de golf cuando el jugador hace su tiro inicial de salida imprimiéndole cierta velocidad con un determinado ángulo. Para resolver problemas de tiro parabólico oblicuo se descompone

la velocidad del cuerpo en sus componentes rectangulares, usando la expresión $v_{0_V} = v \text{ sen } \theta$ para calcular la velocidad inicial vertical y la expresión $v_H = v \cos \theta$ para determinar la velocidad horizontal, éste será constante mientras el cuerpo permanezca en el aire. Al conocer la velocidad inicial vertical se puede calcular la altura máxima y el tiempo que el cuerpo tarda en subir considerando que fue lanzado en tiro vertical, por lo que se usan las ecuaciones respectivas a este movimiento. El desplazamiento horizontal se determina al multiplicar la velocidad horizontal por el tiempo que el cuerpo dura en el aire: $d_H = v_H t_{(aire)}$, pero también se puede usar la expresión: $d_H = -\dfrac{v_0^2 \text{ sen } 2\theta}{g}$. Esta ecuación resulta útil cuando se desea calcular el ángulo con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte a determinada velocidad para que dé en el blanco.

28. Un *movimiento circular* es el que se efectúa en un mismo plano y es el movimiento más simple en dos dimensiones. Un cuerpo describe un movimiento circular cuando gira alrededor de un punto fijo central llamado eje de rotación. Para precisar la posición de un objeto colocado encima de un disco que esté girando, se toma como origen del sistema de referencia al centro de la trayectoria circular; así, el vector que indica su posición para cada intervalo de tiempo estará determinado por el radio de la circunferencia. Cuando el objeto colocado sobre el disco se esté desplazando, su cambio de posición se podrá expresar mediante desplazamientos del vector de posición, lo cual dará lugar a desplazamientos angulares medidos en radianes. Un *radián* es el ángulo central al que corresponde un arco de longitud igual al radio y equivale a 57.3°.

29. El tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa o en completar un ciclo, recibe el nombre de *periodo*. Al número de vueltas o ciclos que efectúa un móvil en un segundo se le da el nombre de *frecuencia*. Como la frecuencia equivale al inverso del periodo y viceversa: $T = \dfrac{1}{F}$ en s/ciclo $\therefore F = \dfrac{1}{T}$ en ciclo/s. La frecuencia generalmente se expresa en hertz (Hz) equivalente a 1 ciclo/s. 1 Hz = 1 ciclo/s.

30. Cuando un cuerpo tiene una velocidad angular constante describe ángulos iguales en tiempos iguales, por lo cual se dice que su movimiento es circular uniforme. La *velocidad angular* (ω) representa el cociente entre el *desplazamiento angular* (θ) de un cuerpo y el tiempo que tarda en efectuarlo: $\omega = \dfrac{\theta}{t}$, se mide en radianes/s. La velocidad angular también se calcula usando las siguientes expresiones: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$; $\omega = 2\pi F$ y ambas se miden en radianes/s.

31. Cuando un móvil con trayectoria circular aumenta su velocidad angular en forma constante en cada unidad de tiempo, presenta un movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.), por tal motivo, el valor de su aceleración angular permanece constante.

32. Como el movimiento rectilíneo uniforme tiene gran semejanza con el circular uniforme, y el rectilíneo uniformemente variado con el circular uniformemente variado, la interpretación de las gráficas: desplazamiento angular-tiempo, velocidad angular-tiempo y desplazamiento angular-tiempo al cuadrado se da en los mismos términos para el M.R.U. y el M.R.U.V.

33. Las ecuaciones empleadas para el movimiento circular uniformemente variado son las mismas que se utilizan para el rectilíneo uniformemente variado, pero con las siguientes variantes: 1. En lugar de desplazamiento en metros hablaremos de desplazamiento angular en radianes (θ en lugar de d); 2. En vez de velocidad en metros nos referiremos a velocidad angular en radianes/s (ω en lugar de v); 3. La aceleración en m/s^2 se cambiará a aceleración angular en radianes/s^2 (α en lugar de a). Con estas consideraciones, las ecuaciones para el M.C.U.V. son:

a) Para calcular desplazamientos angulares:

1. $\theta = \omega_0 t + \dfrac{\alpha t^2}{2}$

2. $\theta = \dfrac{\omega_f{}^2 - \omega_0^2}{2\,\alpha}$

3. $\theta = \dfrac{\omega_f - \omega_0}{2}\,t$

b) Para calcular velocidades angulares finales:

1. $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
2. $\omega_f{}^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\theta$

34. La *velocidad lineal o tangencial* de un cuerpo que describe un M.C.U. representa la velocidad que llevaría dicho cuerpo si saliera disparado tangencialmente. Su expresión matemática es: $v_L = \dfrac{2\,\pi r}{T}$, o bien, $v_L = \omega r$.

En el SI se mide en m/s.

35. Cuando durante su movimiento circular un cuerpo cambia su velocidad lineal, entonces sufre una aceleración lineal cuya expresión es: $a_L = \alpha r$ medida en m/s^2.

36. En un movimiento circular uniforme la magnitud de la velocidad lineal permanece constante, pero su dirección cambia permanentemente en forma tangencial a la circunferencia. Dicho cambio se debe a la existencia de una *aceleración* llamada *radial* porque actúa perpendicularmente a la velocidad lineal y cuyo valor se calcula con la expresión: $a_r = \omega^2 r$ medida en m/s^2.

37. Como la *aceleración lineal* representa un cambio en la velocidad lineal, y la aceleración radial representa un cambio en la dirección de la velocidad, se puede encontrar la resultante de las dos aceleraciones mediante la suma vectorial de ellas:

$$a_{resultante} = \sqrt{a_L{}^2 + a_r{}^2}$$

38 El *movimiento armónico simple* (M.A.S.) es un movimiento periódico, es decir, se repite a intervalos iguales de tiempo. Puede ser descrito en función del movimiento circular uniforme, considerándolo como la proyección sobre cualquier diámetro de un punto que se mueve en una trayectoria circular con velocidad constante. En el M.A.S. resultan útiles los siguientes conceptos: *Elongación*, distancia de una partícula a su punto de equilibrio. Puede ser positiva o negativa según esté hacia la derecha o a la izquierda de la posición de equilibrio. Su valor se calcula con la expresión: $Y = r \cos 2\pi Ft$. *Amplitud*, es la máxima elongación, cuyo valor será igual al radio de la circunferencia. *Velocidad de oscilación*, es el resultado de proyectar la velocidad lineal del movimiento circular de un cuerpo sobre el diámetro de la circunferencia. Su expresión matemática es: $v = -2\pi Fr \operatorname{sen} 2\pi Ft$. *Aceleración de una partícula oscilante*, es el resultado de proyectar sobre el diámetro de la circunferencia la aceleración radial del movimiento circular uniforme de un cuerpo. Su valor se calcula con la ecuación: $a = -4\pi^2F^2Y$.

39 Otro ejemplo de M.A.S. se presenta cuando un resorte sujeto por su parte superior sostiene un cuerpo en su parte inferior, y al darle un tirón hacia abajo y luego soltarlo, comienza a vibrar de un lado a otro de su posición de equilibrio comportándose como un oscilador armónico. Mientras aumenta la fuerza del tirón aplicado al cuerpo, la fuerza de restitución que tratará de recuperar la posición de equilibrio del cuerpo, también aumenta en la misma proporción. De acuerdo con la Ley de Hooke, la fuerza de restitución es directamente proporcional al desplazamiento del cuerpo. Como la fuerza de restitución (F) es opuesta al desplazamiento (d), su signo es negativo; por lo que se expresa como $F = -kd$ donde k es una constante cuyo valor depende del tipo de material elástico de que se trate.

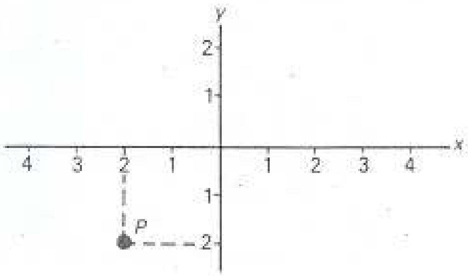
40 Un *péndulo simple* está constituido por un cuerpo pesado suspendido en un punto sobre un eje horizontal por medio de un hilo de masa despreciable. Cuando se separa un péndulo de su posición de equilibrio y después se suelta, oscila a uno y otro lado del mismo por efecto de su peso. El movimiento de un péndulo es otro ejemplo de movimiento armónico simple. Su período puede ser calculado con la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

De esta ecuación se desprenden las dos leyes del péndulo: 1. El período de las oscilaciones, por pequeñas que sean, no depende de la masa del péndulo ni de la amplitud del movimiento, sino de su longitud; 2. El período es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del péndulo, e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración causada por la acción de la gravedad. Galileo Galilei fue el primero en descubrir que el período de un péndulo es constante, este conocimiento contribuyó a la invención de los relojes de péndulo, así como mecanismos para sincronizar y regular los movimientos.

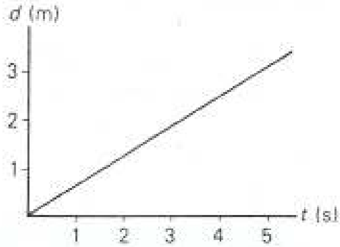
Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, misma que viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización:

1. ¿Por qué decimos que todo el Universo se encuentra en constante movimiento? (Introducción de la unidad 4)
2. ¿Qué estudia la mecánica y en cuántas partes se divide? (Introducción de la unidad 4)
3. ¿Cuál es la diferencia entre el campo de estudio de la cinemática y el de la dinámica? (Introducción de la unidad 4)
4. Explique y ejemplifique el movimiento de los cuerpos en una dimensión, dos dimensiones y tres dimensiones. (Introducción de la unidad 4)
5. ¿Qué se entiende por movimiento de un cuerpo? (Sección 1)
6. ¿Por qué es importante el estudio de la cinemática? (Sección 1)
7. ¿Por qué al hacer la descripción de su movimiento resulta práctico considerar a los cuerpos como partículas? (Sección 2)
8. ¿Qué se entiende por trayectoria de una partícula? (Sección 2)
9. ¿Cuántas clases de sistemas de referencia hay y en qué se diferencian? (Sección 3)
10. ¿Cuál es la ventaja de considerar a la Tierra como un sistema de referencia absoluto? (Sección 3)
11. ¿Cuáles son las coordenadas rectangulares de la partícula *P* de acuerdo con la siguiente figura? (Sección 3)

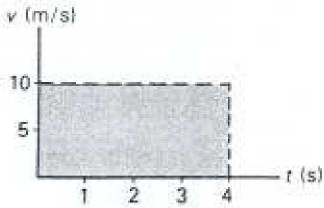


12. Explique la diferencia que existe entre distancia y desplazamiento (Sección 4)
13. ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad y la rapidez? (Sección 4)
14. Durante toda la curva el conductor de un camión de pasajeros logra mantener el vehiculo con una rapidez constante de 40 km/h. ¿Se mantiene constante también la velocidad? Sí o no y por qué. (Sección 4)
15. ¿Cuál es la expresión matemática para la velocidad y cuáles son sus unidades en el Sistema Internacional? (Sección 4)
16. ¿Qué determina la dirección que lleva la velocidad de un móvil? (Sección 4)
17. ¿Qué se entiende por movimiento rectilíneo uniforme? Ponga un ejemplo. (Sección 5)

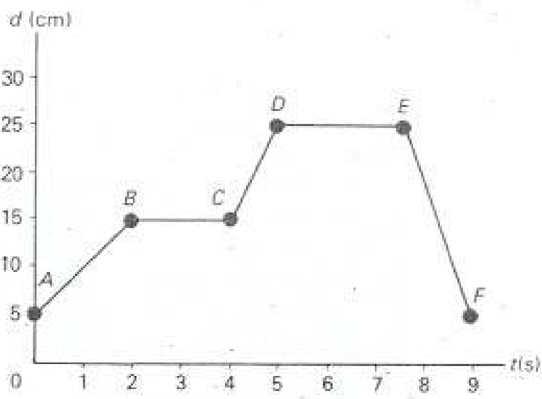
18. Cuando se tiene una relación $\frac{\Delta d}{\Delta t} = k$, ¿de qué clase de movimiento se trata? (Sección 5)
19. ¿Qué representa la pendiente de la recta en la siguiente gráfica? (Sección 5)



20. ¿Qué representa el área en la siguiente gráfica? (Sección 5)

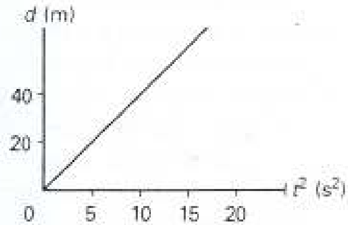


21. ¿Qué es una velocidad media? (Sección 6)
22. ¿Cuál es la expresión matemática para la velocidad media? (Sección 6)
23. ¿Cómo se define a la velocidad instantánea? (Sección 7)
24. ¿Por qué no es lo mismo la distancia que recorre un móvil y el desplazamiento que realiza? (Sección 8)
25. Cuando el desplazamiento de un móvil es cero, ¿debe entenderse que la única explicación posible es que el móvil no se ha movido? Sí o no y por qué. (Sección 8)
26. Con los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo se obtuvo la siguiente gráfica:

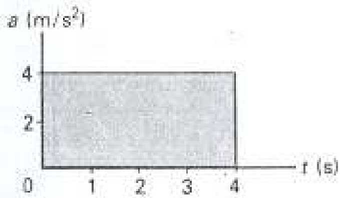


a) ¿Qué posición tenía el móvil antes de iniciar su movimiento?
b) ¿Cuánto vale la velocidad durante el intervalo de tiempo entre los puntos *B* y *C*?
c) ¿Cómo se comportó la velocidad entre los puntos *C* y *D*, y cuál es su valor?
d) ¿A qué tiempo invirtió la dirección de su recorrido?
e) ¿Regresó al punto de partida? (Sección 8)

27. Defina qué se entiende por aceleración, cuál es su fórmula y sus unidades en el SI. (Sección 9)
28. Cuando un automóvil mantiene su velocidad constante, ¿cuánto vale su aceleración? (Sección 9)
29. Escriba en qué casos la aceleración es positiva y en cuáles negativa. (Sección 9)
30. En una gráfica como la de la figura siguiente, ¿qué representa la pendiente de la recta? (Sección 9)



31. En una gráfica como la de la figura siguiente, ¿qué representa el área del rectángulo? (Sección 9)



32. Escriba las tres ecuaciones que se usan para calcular desplazamientos en el M.R.U.V. y explique de qué depende el uso de cada una de ellas. Además, ¿a qué se reducen estas tres ecuaciones cuando el móvil parte del reposo? (Sección 9)
33. Escriba las dos ecuaciones que se usan para calcular velocidades finales en el M.R.U.V. y explique de qué depende el uso de cada una de ellas. Mencione también a qué se reducen estas ecuaciones cuando el móvil parte del reposo. (Sección 9)
34. ¿Qué se entiende por caída libre de un cuerpo? (Sección 9)
35. Explique qué sucede cuando desde una misma altura se dejan caer al mismo tiempo una piedra de 20 kg y otra de 100 kg. (Sección 9)
36. Si se considera, para fines prácticos, que el valor de la aceleración de la gravedad es de $-9.8\ m/s^2$, al transcurrir varios segundos de estar cayen-

do un cuerpo ¿cambia el valor de la aceleración de la gravedad o permanece constante? Si la aceleración de la gravedad permanece constante, ¿qué cambia al estar cayendo un cuerpo? (Sección 9)

37 Como la caída libre es un ejemplo de M.R.U.V. las ecuaciones que se usan son las mismas, sólo que presentan algunos cambios en las letras de varias magnitudes; escriba cuáles son. (Sección 9)

38 Explique qué es un tiro vertical y escriba las ecuaciones utilizadas para calcular la altura máxima, el tiempo en que se alcanza la altura máxima y el tiempo que un cuerpo permanece en el aire. (Sección 9)

39 Explique qué es un tiro parabólico y las características del tiro parabólico horizontal y el oblicuo, utilizando gráficas que describan sus trayectorias. (Sección 10)

40 Para resolver un problema de tiro parabólico oblicuo lo primero que se hace es descomponer a la velocidad en sus componentes rectangulares. Diga qué puede calcularse si conoce el valor de la componente inicial vertical y qué se determina con el valor de la componente horizontal. (Sección 10)

41 Explique por qué en el tiro parabólico la magnitud de la componente vertical de la velocidad sí cambia uniformemente, mientras que la magnitud de la componente horizontal de la velocidad permanece constante. (Sección 10)

42 Explique las características de un movimiento circular. (Sección 11)

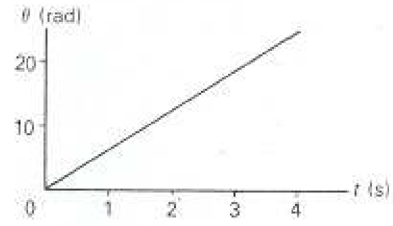
43 ¿Qué es un radián? (Sección 11)

44 ¿Cómo se define al período y a la frecuencia? (Sección 11)

45 Explique el concepto de movimiento circular uniforme. (Sección 11)

46 Defina el concepto de velocidad angular y velocidad angular media. Escriba las ecuaciones para calcular sus respectivos valores. (Sección 11)

47 En una gráfica como la de la figura siguiente, ¿qué representa la pendiente de la recta? (Sección 11)

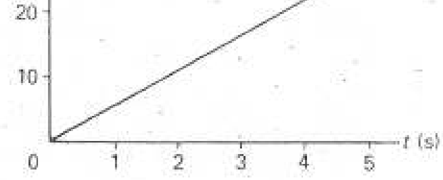


48 Escriba las características de un movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.). (Sección 12)

49 Explique qué se entiende por velocidad angular instantánea. (Sección 12)

50 Explique cuál es el concepto de aceleración angular media e instantánea. (Sección 12)

51 En una gráfica como la de la figura siguiente, ¿qué representa la pendiente de la recta? (Sección 12)



52. Escriba las ecuaciones que se usan para calcular desplazamientos angulares y velocidades angulares finales en el M.C.U.V. (Sección 12)
53. Explique mediante un dibujo el concepto de velocidad lineal o tangencial. Después, escriba la ecuación que se usa para encontrar su valor y cuáles son sus unidades en el SI. (Sección 12)
54. Explique qué es aceleración lineal y aceleración radial, escriba fórmulas y unidades. Diga también cómo se determina la resultante de las dos aceleraciones. (Sección 12)
55. Por medio de una figura describa las características de un movimiento armónico simple (M.A.S.). (Sección 13)
56. Defina los siguientes conceptos: a) Elongación; b) Amplitud; c) Velocidad de oscilación; d) Aceleración de una partícula oscilante. Escriba también las ecuaciones matemáticas para el cálculo de cada una de ellas. (Sección 13)
57. Explique mediante un dibujo las características de un oscilador armónico. (Sección 13)
58. Explique cómo actúa la fuerza de restitución en un cuerpo elástico y cuál es la ecuación matemática usada para encontrar su valor. (Sección 13)
59. ¿De qué depende el periodo de un vibrador armónico simple? (Sección 13)
60. ¿Cómo se expresa la rigidez de un resorte y a qué equivale? (Sección 13)
61. ¿Qué es un péndulo simple? (Sección 13)
62. ¿Por qué decimos que el movimiento de un péndulo es un ejemplo de movimiento armónico simple? (Sección 13)
63. ¿Mediante qué ecuación encontraría el periodo de un péndulo si conoce su longitud y el valor de la aceleración de la gravedad? (Sección 13)
64. Escriba las dos leyes del péndulo. (Sección 13)
65. ¿Qué beneficios se obtuvieron del descubrimiento hecho por Galileo Galilei acerca de que el periodo de un péndulo es constante? (Sección 13)

5 DINAMICA

En la unidad anterior señalamos lo siguiente: todo el Universo se encuentra en constante movimiento y gracias al estudio de la cinemática sabemos cómo calcular el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo en que un móvil con cierta velocidad se encontrará en un determinado lugar. En todas esas situaciones no analizamos las causas del movimiento de los cuerpos. A lo largo de esta unidad estudiaremos por qué un cuerpo en reposo se pone en movimiento, o por qué un cuerpo en movimiento se detiene. También comprenderemos por qué los cuerpos se aceleran de manera uniforme al caer libremente sobre la superficie de la Tierra, y cómo la Ley de la Gravitación Universal rige el movimiento de los planetas. Además veremos las condiciones de equilibrio de un cuerpo, y las ventajas y desventajas de la fricción entre los mismos. Analizaremos los conceptos de trabajo, energía y potencia mecánicos, la relación entre el impulso y la cantidad de movimiento, choques elásticos e inelásticos y la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento. La mecánica se divide en cinemática y dinámica. La primera estudia el movimiento de los cuerpos sin atender las causas que lo producen y la segunda, las causas de reposo o movimiento de los cuerpos. La estática queda comprendida dentro del estudio de la dinámica y analiza las condiciones que permiten el equilibrio de los cuerpos. Así pues, con el estudio de la dinámica, fundamentado en las leyes de Newton, podremos interpretar no sólo el movimiento y el equilibrio de los cuerpos, sino también las causas que lo producen.

1 LAS FUERZAS, CAUSA DEL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS

Para comprender qué ocasiona el movimiento de los cuerpos, realice las siguientes actividades: empuje un carro de juguete, localizado en el suelo, y observe su movimiento. Levante un cuerpo cualquiera, lance una piedra, patee una pelota, tire una canica; todos estos cuerpos se moverán debido al esfuerzo que sus músculos han ejercido sobre ellos, es decir, se han movido porque se les aplicó una fuerza

El concepto de fuerza es intuitivo y lo empleamos para decir: un avión se mueve por la fuerza producida por las turbinas; las nubes y los árboles se mueven por la fuerza del viento; las hojas de los árboles caen sobre la superficie de la Tierra porque ésta ejerce una fuerza sobre ellas.

Sin embargo, no todas las fuerzas producen un movimiento sobre los cuerpos. Pensemos en un cuerpo en movimiento, si le aplicamos una fuerza

en sentido contrario al de su movimiento podemos disminuir su velocidad e incluso detenerlo. Al pararnos sobre una llanta de automóvil, la fuerza provocada por nuestro peso deformará la llanta. En general, una fuerza es todo aquello capaz de deformar un cuerpo o de variar su estado de reposo o de movimiento.

El efecto que una fuerza produce sobre un cuerpo depende de su magnitud, así como de su dirección y sentido, por lo tanto, la fuerza es una magnitud vectorial.

Para medir la intensidad de una fuerza se utiliza un aparato llamado dinamómetro, su funcionamiento se basa en la Ley de Hooke, la cual enuncia lo siguiente: dentro de los límites de elasticidad las deformaciones que sufre un cuerpo son directamente proporcionales a la fuerza que reciben. El dinamómetro consta de un resorte con un índice y una escala convenientemente graduada; la deformación producida en el resorte al colgarle un peso conocido se transforma, mediante la lectura del índice en la escala graduada, en un valor concreto de la fuerza aplicada.

La unidad de fuerza usada en el Sistema Internacional es el newton (N), aunque en ingeniería se usa todavía mucho el llamado kilogramo-fuerza ($\vec{kg}$) o kilopondio (kp), aproximadamente diez veces mayor al newton: $1\ \vec{kp} = 9.8$ N. También se utiliza el gramo-fuerza ($\vec{g}$) o pondio (p) equivalente a la milésima parte del kilopondio: 1 kp = 1000 p.

Cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo es necesario calcular el efecto neto producido por ellas, o sea, la resultante del sistema de fuerzas, la cual tiene la propiedad de producir el mismo efecto que causan todas las fuerzas sobre el cuerpo. El cálculo de la resultante se puede hacer a través de un procedimiento gráfico, o bien, mediante el cálculo matemático llamado método analítico.

La equilibrante de un sistema de fuerzas es aquella fuerza que equilibra al sistema, tiene la misma dirección y magnitud que la resultante pero con sentido contrario. (Ver la unidad correspondiente a Algebra vectorial de este libro.)

En términos generales, las fuerzas pueden clasificarse según su origen y características en tres grupos:

1. Fuerzas gravitacionales, cuya causa está en función de la masa de los cuerpos y de la distancia existente entre ellos. A estas fuerzas se debe que los planetas mantengan sus órbitas elípticas, el peso de los cuerpos y que todo cuerpo suspendido caiga a la superficie al cesar la fuerza que lo sostiene. Mientras mayor masa tenga un cuerpo, mayor será la fuerza gravitacional con la cual atraerá a los demás cuerpos.
2. Fuerzas electromagnéticas, su origen se debe a las cargas eléctricas. Cuando las cargas eléctricas se encuentran en reposo entre ellas se ejercen fuerzas electrostáticas y cuando están en movimiento se producen fuerzas electromagnéticas. Las fuerzas gravitacionales siempre son de atracción, mientras las fuerzas electromagnéticas pueden ser de atracción o de repulsión; además, las primeras son mucho más intensas que las segundas.
3. Fuerzas nucleares, aunque no se sabe con certeza cuál es su origen se supone que son engendradas por intermedio de mesones entre las partículas del núcleo, y son las encargadas de mantener unidas a las partículas del núcleo atómico. Es evidente la existencia de fuerzas atractivas en el núcleo atómico, porque sin ellas sería inconcebible la cohesión de los protones en el núcleo, toda vez que estas partículas, por tener carga eléctrica positiva, deberían rechazarse. Sin embargo, las fuerzas nucleares son más intensas que las fuerzas eléctricas en el núcleo y opuestas a ellas.

2 LEYES DE LA DINAMICA

Isaac Newton (1643-1727) nació en Inglaterra y ha sido una de las inteligencias más brillantes del mundo, sus conceptos aún siguen vigentes. Estudioso de las leyes naturales que rigen el movimiento de los cuerpos, observó la caída de una manzana al suelo y a partir de ahí estableció relaciones entre

la fuerza que provocaba a la caída de la manzana y la fuerza que sostenía la Luna en su órbita alrededor de la Tierra. En 1679 ya había determinado con precisión el radio terrestre: 6371.45 km. En 1687 publicó su *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, en este libro Newton expuso tres leyes conocidas como leyes de Newton o leyes de la dinámica.

Primera Ley de Newton o Ley de la Inercia

Ningún cuerpo por sí sólo puede modificar su estado de reposo o de movimiento, ya que para modificarlo se requiere la manifestación de una fuerza resultante que actúe sobre él.

En esta ley, Newton afirma que un cuerpo en movimiento rectilíneo uniforme tiende a mantenerse así indefinidamente, y lo mismo sucede cuando un cuerpo que se encuentre en reposo trata de mantenerse inmóvil.

Un ejemplo de la Ley de la Inercia se presenta al viajar en un automóvil: cuando el conductor aplica bruscamente los frenos, tanto él como sus acompañantes son impulsados violentamente hacia el frente, toda vez que es el automóvil el único que recibe una fuerza para detenerse, pero como los pasajeros no la reciben, por su inercia tratan de seguir un movimiento. De igual manera, cuando el automóvil está parado y el conductor lo acelera bruscamente, todo lo que está en su interior se comporta como si hubiera sido impulsado hacia atrás, porque debido a su inercia, los cuerpos en reposo tratan de conservar esa posición.

La tendencia que presenta un cuerpo en reposo a permanecer inmóvil, o la de un cuerpo en movimiento a tratar de no detenerse, recibe el nombre de inercia. Toda la materia posee inercia y una medida cuantitativa de ella nos lleva al concepto de masa, ésta la podemos definir de la siguiente manera: la masa de un cuerpo es una medida de su inercia. Para detener un cuerpo en movimiento, para moverlo si está en reposo, o para modificar su dirección, sentido o la magnitud de su velocidad, debemos aplicarle una fuerza. De acuerdo con lo anterior, todo cuerpo en movimiento debería conservar ese mismo estado sin alterar su velocidad ni dirección, pero entonces, ¿por qué se detiene una canica puesta en movimiento? La razón es que sobre la canica actúa una fuerza llamada fricción que se opone a su movimiento.

Con los antecedentes anteriores podemos enunciar la Primera Ley de Newton: todo cuerpo se mantiene en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es cero.

Esta ley es totalmente válida cuando se trata de un sistema de referencia inercial. Dicho sistema es aquel en el cual no hay aceleración, es decir, se considera que está en reposo, o bien, se mueve a velocidad constante. Así pues, aquellos sistemas de referencia que se mueven con velocidad uniforme unos respecto a los otros, reciben el nombre de inerciales. Experimentalmente se ha determinado que todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes para la medición de los fenómenos físicos. Esto quiere decir que cuando diferentes observadores se encuentran en sus respectivos sistemas de referencia inerciales, pueden obtener diferentes valores numéricos de las magnitudes físicas medidas; sin embargo, las leyes de la Física son las mismas para todos los observadores, por lo tanto, las relaciones entre las magnitudes físicas medidas, también serán las mismas.

Segunda Ley de Newton o Ley de la Proporcionalidad entre Fuerzas y Aceleraciones

Esta ley se refiere a los cambios en la velocidad que sufre un cuerpo cuando recibe una fuerza. Un cambio en la velocidad de un cuerpo efectuado en la unidad de tiempo, recibe el nombre de aceleración. Así, el efecto de una fuerza desequilibrada sobre un cuerpo produce una aceleración. Cuanto mayor sea la magnitud de la fuerza aplicada, mayor será la aceleración. Debemos recordar que aceleración también significa cambios en la dirección del objeto en movimiento, independientemente que la magnitud de la velocidad cambie o permanezca constante; tal es el caso cuando se hace girar un cuerpo atado al extremo de una cuerda, pues ésta aplica una fuerza al objeto y evita que salga disparado en línea recta acelerándolo hacia el centro de la circunferencia.

Podemos observar claramente cómo varía la aceleración de un cuerpo al aplicarle una fuerza, realizando la siguiente actividad:

Si a un coche de juguete le damos dos golpes diferentes, primero uno leve y después otro más fuerte, el resultado será una mayor aceleración del mismo a medida que aumenta la fuerza que recibe: $a \propto F$.

Por tanto, podemos decir que la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada, y el cociente fuerza entre aceleración es igual a una constante:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_n}{a_n} = k = \text{constante}$$

El valor de la constante k representa la propiedad del cuerpo que recibe el nombre de masa, por lo cual podemos escribir:

$$\frac{F}{a} = m$$

o bien:

$$m = \frac{F}{a}$$

La relación $\frac{F}{a}$ es un valor constante para cada cuerpo en particular y recibe el nombre de masa inercial, porque es una medida cuantitativa de la inercia.

La masa (m) de un cuerpo, como ya señalamos, representa una medida de la inercia de dicho cuerpo y su unidad fundamental en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg), mismo que resulta de sustituir las unidades correspondientes de fuerza y aceleración. Veamos:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\text{N}}{\text{m/s}^2} = \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{m/s}^2} = \text{kg}$$

En el Sistema CGS la unidad de masa es gramo (g): 1 kg = 1000 g.

En ingeniería aún se utilizan mucho los Sistemas Técnicos o Gravitacionales, en los cuales la unidad de masa es la siguiente:

a) Sistema MKS Técnico:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\vec{\text{kg}}}{\text{m/s}^2} = \text{utm} = \text{unidad técnica de masa}$$

La utm se define como la masa a la que una fuerza de 1 $\vec{\text{kg}}$ le imprimirá una aceleración de 1 m/s²

b) Sistema Inglés Técnico:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\vec{\ell\text{b}}}{\text{pie/s}^2} = \text{slug}$$

El slug se define como la masa a la que una fuerza de 1 $\vec{\ell\text{b}}$ le imprimirá una aceleración de 1 pie/s²

La Segunda Ley de Newton también relaciona la aceleración con la masa de un cuerpo, pues señala claramente que una fuerza constante acelera más a un objeto ligero que a uno pesado. Compruebe lo anterior al empujar un carro de los que se usan en las tiendas de autoservicio y observará que al moverlo cuando está vacío exigirá menor esfuerzo que cuando está lleno.

También comprenderemos la relación entre la aceleración y la masa del cuerpo, al realizar la siguiente actividad:

A un carrito de 40 g le aplicamos una fuerza y observamos cuál fue su aceleración. Ahora le aplicamos la misma fuerza pero antes le agregamos una masa equivalente a 40 g, de tal manera que su masa se duplique; el valor de su aceleración será $\frac{a}{2}$. Al triplicar la masa del carrito agregándole otros 40 g y al aplicarle la misma fuerza, la aceleración será $\frac{a}{3}$, o $\frac{a}{4}$ si cuadruplicamos su masa. De lo anterior concluimos que cuando la fuerza aplicada es constante, la aceleración de un cuerpo es inversamente proporcional a su masa; en forma matemática puede escribirse como:

$$a \propto \frac{1}{m}$$

Al observar y cuantificar los efectos de la fuerza y la masa sobre la aceleración de los cuerpos se llega al enunciado de la Segunda Ley de Newton: toda fuerza resultante aplicada a un cuerpo le produce una aceleración en la misma dirección en que actúa. La magnitud de dicha aceleración es direc-

tamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$a = \frac{F}{m}$$

donde: a = aceleración en m/s^2 o cm/s^2
F = fuerza aplicada en newtons (N) o dinas
m = masa del cuerpo en kilogramos (kg) o gramos (g)

De esta expresión podemos despejar a la fuerza, lo cual nos permitirá comprender con mayor facilidad el significado del newton como unidad de fuerza en el Sistema Internacional:

$$F = ma$$

Sustituyendo las unidades de masa y aceleración tenemos:

$$F = \text{kg m/s}^2 = \text{newton (N)}$$

Por definición, se aplica una fuerza de un newton cuando a un cuerpo cuya masa es de un kilogramo se le imprime una aceleración de un metro por segundo

$$1\ \text{N} = 1 \times 10^5\ \text{dinas}$$

La dina es la unidad de fuerza en el Sistema CGS.

$$1\ \overrightarrow{\text{kg}} = 9.8\ \text{N}$$

Como el peso de un cuerpo representa la fuerza con que la Tierra atrae a la masa de dicho cuerpo, entonces:

$$P = mg \therefore m = \frac{P}{g}$$

De donde la Segunda Ley de Newton puede escribirse también como:

$$F = \frac{P}{g}a$$

donde: F = fuerza aplicada al cuerpo en newtons (N)
P = peso del cuerpo en newtons (N)
g = aceleración de la gravedad = 9.8 m/s^2
a = aceleración que recibe el cuerpo en m/s^2

Recuerde que el peso de un cuerpo representa una fuerza y, por tanto, es una magnitud vectorial, cuya dirección es vertical y su sentido está dirigido siempre hacia el centro de la Tierra. El peso de un cuerpo depende de la fuerza de gravedad y se mide en newtons en el Sistema Internacional. Su valor se calcula al multiplicar la masa del cuerpo por la aceleración de la gravedad: $P = mg$.

Tercera Ley de Newton o Ley de la Acción y la Reacción

Cuando nos paramos sobre el piso ejercemos sobre éste una fuerza hacia abajo, sin embargo, al mismo tiempo el piso ejerce una fuerza hacia arriba bajo nuestro cuerpo. La magnitud de ambas fuerzas es igual pero actúan en sentido contrario. La fuerza ejercida por nuestro cuerpo se llama *acción* y la ejercida por el piso, *reacción*.

Cuando caminamos empujamos al suelo en un sentido y nos desplazamos en otro.

Al patear una pelota de futbol (acción) sentimos el efecto que el golpe produce en nuestro pie (reacción).

Al disparar una bala usando un rifle, los gases en expansión hacen que el proyectil salga del cañón (acción), pero como resultado surge una reacción en sentido contrario y el rifle golpea el hombro del tirador.

Debido al escape de los gases por la abertura inferior de la cámara de combustión de un cohete (acción) se produce el empuje necesario para su ascenso (reacción).

El enunciado de la Tercera Ley de Newton dice: a toda fuerza (llamada acción) se opone otra igual (llamada reacción), con la misma dirección pero en sentido contrario.

Para interpretar correctamente esta ley debemos tomar en cuenta que la fuerza que produce la acción actúa sobre un cuerpo y la fuerza de reacción

actúa sobre otro. Por lo tanto, nunca actúan sobre el mismo cuerpo, sino que son una pareja de fuerzas que obran sobre distintos cuerpos, razón por la cual no producen equilibrio.

Pensemos en lo que sucede al empujar un automóvil como el de la figura 5.1.

Al empujar el carro hacia adelante, éste ejerce una reacción igual pero en sentido opuesto; sin embargo, se mueve, pues al aplicar la fuerza al carro estamos empujando hacia atrás el suelo con nuestro pie, por consiguiente, la Tierra nos empuja con una fuerza mayor a la aplicada para empujar al carro, por eso la resultante de estas fuerzas es la que logra mover el coche.

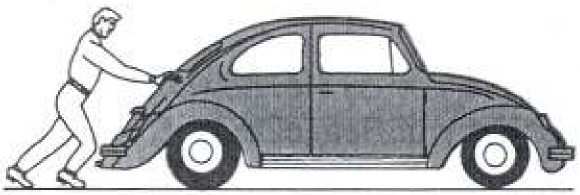


Fig. 5.1 El coche logra moverse porque la fuerza que produce la acción actúa sobre un cuerpo (la Tierra) y la fuerza de reacción actúa sobre otro (el coche).

RESOLUCION DE PROBLEMAS APLICANDO LAS LEYES DE NEWTON

1. Calcular la aceleración que produce una fuerza de 50 N a un cuerpo cuya masa es de 5000 g. Expresar el resultado en m/s^2.

Datos | *Fórmula*

$a = ?$ | $a = \frac{F}{m}$

$F = 50\ N$

$m = 5000\ g = 5\ kg$

Sustitución y resultado

$$a = \frac{50\ kg\ m/s^2}{5\ kg} = 10\ m/s^2$$

2. Calcular la masa de un cuerpo si al recibir una fuerza de 100 N le produce una aceleración de $200\ cm/s^2$. Exprese el resultado en kg.

Datos | *Fórmula*

$m = ?$ | $a = \frac{F}{m} \therefore m = \frac{F}{a}$

$F = 100\ N$

$a = 200\ cm/s^2 = 2\ m/s^2$

Sustitución y resultado

$$m = \frac{100\ kg\ m/s^2}{2\ m/s^2} = 50\ kg$$

3. Determinar la fuerza que recibe un cuerpo de 30 kg, la cual le produce una aceleración de $3\ m/s^2$.

Datos | *Fórmula*

$F = ?$ | $a = \frac{F}{m} \therefore F = ma$

$m = 30\ kg$

$a = 3\ m/s^2$

Sustitución y resultado

$$F = 30\ kg \times 3\ m/s^2 = 90\ kg\ m/s^2 = 90\ N$$

4. Determinar el peso de un cuerpo cuya masa es de 60 kg.

Datos | *Fórmula*

$P = ?$ | $P = mg$

$m = 60\ kg$

$g = 9.8\ m/s^2$

Sustitución y resultado

$$P = 60\ kg \times 9.8\ m/s^2 = 588\ N$$

5. Calcular la masa de un cuerpo cuyo peso es de 980 N.

Datos | *Fórmula*

$m = ?$ | $P = mg \therefore m = \frac{P}{g}$

$P = 980\ N$

$g = 9.8\ m/s^2$

Sustitución y resultado

$$m = \frac{980 \text{ kg m/s}^2}{9.8 \text{ m/s}^2} = 100 \text{ kg}$$

6. Determinar la fuerza neta que debe aplicarse a un cuerpo cuyo peso es de 400 N para que adquiera una aceleración de 2 m/s^2.

Datos

$F = ?$
$P = 400$ N
$a = 2$ m/s^2
$g = 9.8$ m/s^2

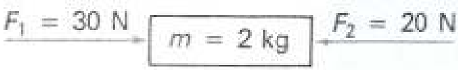
Fórmula

$$F = \frac{P}{g}a$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{400 \text{ kg m/s}^2}{9.8 \text{ m/s}^2} \times 2 \text{ m/s}^2 = 81.6 \text{ kg m/s}^2 = 81.6 \text{ N}$$

7. Calcular la aceleración que recibirá el siguiente cuerpo como resultado de las fuerzas aplicadas:



Datos

$a = ?$
$F_1 = 30$ N
$F_2 = -20$ N
$m = 2$ kg

Fórmulas

$$F_R = F_1 + F_2$$

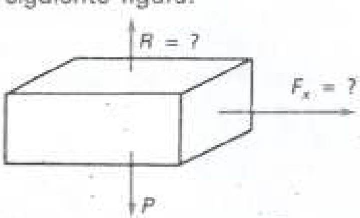
$$a = \frac{F_R}{m}$$

Sustitución y resultado

$$F_R = 30 \text{ N} + (-20 \text{ N}) = 10 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{10 \text{ kg m/s}^2}{2 \text{ kg}} = 5 \text{ m/s}^2$$

8. Un bloque cuya masa es de 4 kg es jalado mediante una fuerza horizontal (F_x) como se ve en la siguiente figura:



Calcular:

a) La fuerza de reacción (R) que ejerce el piso sobre el bloque.
b) La fuerza horizontal (F_x) que se requiere para dar al bloque una velocidad horizontal de 6 m/s en 2 segundos a partir del punto de reposo.

Considere despreciada la fricción entre el piso y el bloque.

Datos

$m = 4$ kg
a) $R = ?$
b) $F_x = ?$
$v_x = 6$ m/s
$t = 2$ s
$g = 9.8$ m/s^2

Fórmulas

a) $P = mg$
b) $F_x = ma_x$
c) $F_y = ma_y$

Sustitución y resultados

a) Para calcular la reacción que el piso ejerce sobre el bloque, con la Segunda Ley de Newton determinamos la suma de fuerzas en el eje vertical:

$$\Sigma F_y = R + (-P) = ma_y$$

El signo (—) del peso es porque su sentido es hacia abajo, como el bloque se desplaza únicamente en forma horizontal no hay movimiento vertical; por tanto, la aceleración vertical (a_y) es cero.

donde:

$$\Sigma F_y = ma_y = 0 \therefore R - P = 0$$

Lo anterior indica que la reacción (R) es igual al peso del cuerpo (P):

$$R = P = mg = 4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 39.2 \text{ N}$$

b) Para calcular la fuerza horizontal (F_x) requerida para mover el bloque con una velocidad horizontal (v_x) de 6 m/s en 2 s, tenemos que la única fuerza que actúa sobre el eje

horizontal es la fuerza que calcularemos, de donde, según la Segunda Ley de Newton:

$$F_x = ma_x$$

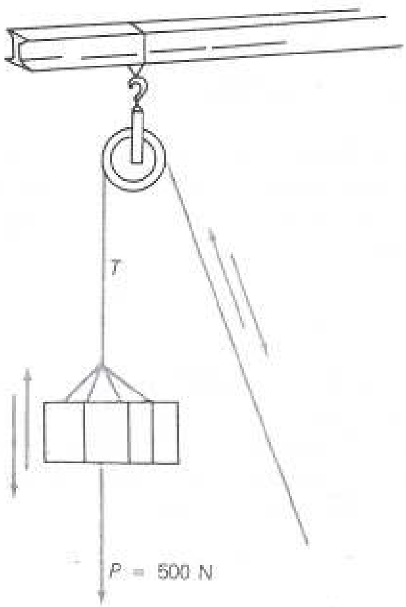
Para calcular la aceleración horizontal (a_x):

$$a_x = \frac{v_x - v_0}{t} = \frac{6\ \text{m/s} - 0}{2\ \text{s}} = 3\ \text{m/s}^2$$

donde:

$$F_x = ma_x = 4\ \text{kg} \times 3\ \text{m/s}^2 = 12\ \text{N}$$

9. En una polea se suspende un cuerpo cuyo peso es de 500 N, como se ve en la siguiente figura:



Calcular:

a) La tensión en el cable que lo sujeta cuando desciende con una aceleración de 2 m/s².
b) La tensión en el cable que lo sujeta cuando asciende con la misma aceleración.

Datos | *Fórmulas*

$P = 500$ N | $\Sigma F_y = P + T = ma_y$

a) $T_{al\ descender} = ?$

b) $T_{al\ ascender} = ?$ | $P = mg \therefore m = \dfrac{P}{g}$

$a_y = 2\ \text{m/s}^2$

$g = 9.8\ \text{m/s}^2$

a) Si el cuerpo estuviera en reposo sostenido por el cable, la tensión en éste sería igual al peso del cuerpo: $T = P$, pero como tiene un movimiento descendiente el peso debe ser mayor que la tensión. De donde, sustituyendo en la fórmula de la suma de las fuerzas en el eje vertical (ΣF_y), se tiene que ésta es igual al producto de la masa del cuerpo (m) por su aceleración (a_y).

$$F_y = P + T = ma_y$$

como $m = \dfrac{P}{g}$

$$\Sigma F_y = P + T = \frac{P}{g} a_y$$

Sustituyendo:

$$\Sigma F_y = -500\ \text{N} + T$$
$$= \frac{-500\ \text{N}}{-9.8\ \text{m/s}^2} (-2\ \text{m/s}^2)$$

Recuerde: El signo (−) tanto del peso como el de la aceleración de la gravedad y el de la aceleración del cuerpo es porque actúan en dirección vertical con sentido hacia abajo.

$$\Sigma F_y = -500\ \text{N} + T = -102.04\ \text{N}$$

Despejando a la tensión (T) tenemos:

$$T = 500\ \text{N} - 102.04\ \text{N} = 397.96\ \text{N}$$

b) Al ascender el cuerpo con una aceleración vertical (a_y) la tensión en el cable debe ser mayor al peso del cuerpo. Sustituyendo valores en la ecuación:

$$\Sigma F_y = P + T = \frac{P}{g} a_y$$

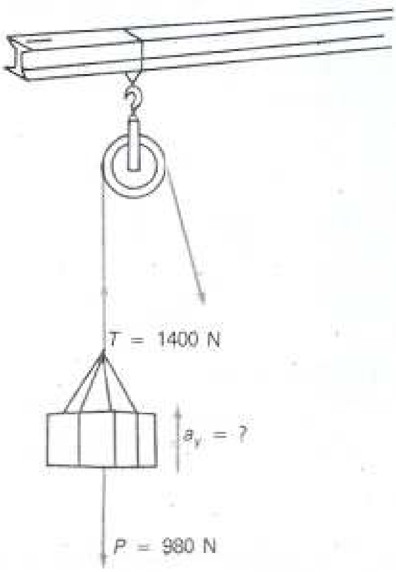
Observamos que los valores son los mismos que sustituimos para responder el inciso a) del problema; pero ahora el signo de la aceleración del cuerpo será positivo, pues actúa hacia arriba cada vez que el cuerpo sube. El signo del peso y de la aceleración de la gravedad siguen siendo (—) porque actúan hacia abajo.

$$\Sigma F_y = -500 \text{ N} + T = \frac{-500 \text{ N}}{-9.8 \text{ m/s}^2} \times 2 \text{ m/s}^2 = -500 \text{ N} + T = 102.04 \text{ N}$$

Despejando la tensión tenemos:

$$T = 500 \text{ N} + 102.04 \text{ N} = 602.04 \text{ N}$$

10. Con una polea se eleva un cuerpo cuyo peso es de 980 N, aplicando una fuerza de 1400 N, como se ve en la figura. Determine la aceleración que adquiere el cuerpo.



Datos

$P = 980$ N
$T = 1400$ N
$a_y = ?$

Fórmula

$$\Sigma F_y = P + T = ma_y$$

$$\text{como } m = \frac{P}{g}$$

$$\Sigma F_y = P + T = \frac{P}{g} a_y$$

Sustitución y resultado

$$-980 \text{ N} + 1400 \text{ N} = \frac{-980 \text{ N}}{-9.8 \text{ m/s}^2} a_y$$

$$420 \text{ N} = 100 \text{ kg } a_y$$

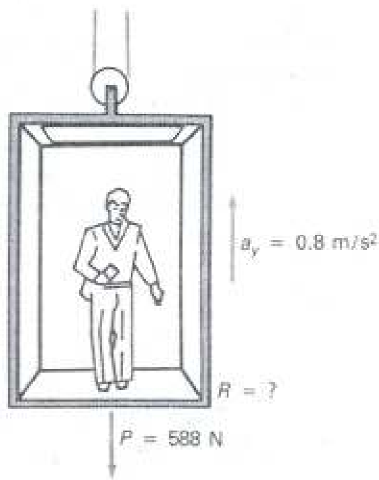
Despejando la aceleración del cuerpo tenemos:

$$a_y = \frac{420 \text{ kg m/s}^2}{100 \text{ kg}} = 4.2 \text{ m/s}^2$$

11. Una persona pesa 588 N y asciende por un elevador con una aceleración de 0.8 m/s^2.

Calcular:

a) El peso aparente de la persona, es decir, la fuerza de reacción (R) que ejercerá el piso del elevador al subir.
b) El peso aparente de la persona al bajar.



Datos

$P = 588$ N
$a_y = 0.8$ m/s^2
$R = ?$
$g = 9.8$ m/s^2

Fórmula

$$\Sigma F_y = P + R = \frac{P}{g} a_y$$

a) Si el elevador estuviera en reposo la fuerza de reacción del piso del elevador sería igual al peso de la persona, pero como sube, el peso aparente de la persona aumenta, toda vez que la fuerza de reacción del piso del ele-

vador debe ser mayor al peso de la persona para lograr que suba. Por tanto:

$$\Sigma F_y = -588 \text{ N} + R$$
$$= \frac{-588 \text{ N}}{-9.8 \text{ m/s}^2} \times 0.8 \text{ m/s}^2$$
$$= -588 \text{ N} + R = 48 \text{ N}$$

El peso aparente lo encontramos al despejar el valor de la fuerza de reacción (R).

$$R = 588 \text{ N} + 48 \text{ N} = 636 \text{ N}$$

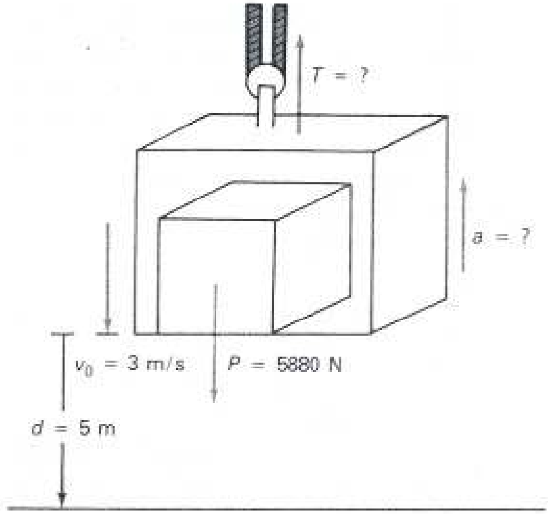
b) Al bajar, la persona se siente más ligera, es decir, como si de repente pesara menos; esto se debe a que al descender con cierta aceleración, la fuerza de reacción del piso del elevador es menor a su peso. (Si en un momento dado un elevador bajara con una aceleración de 9.8 m/s^2, la persona que estuviera dentro de él sentiría que ha desaparecido su peso, pues en realidad estaría sufriendo una caída libre al no existir ninguna fuerza de reacción con el piso del elevador.)

Para calcular el peso aparente de la persona al descender, sustituimos los mismos valores en la ecuación, pero ahora el signo de la aceleración (a_y) es negativo pues actúa hacia abajo.

$$\Sigma F_y = -588 \text{ N} + R$$
$$= \frac{-588 \text{ N}}{-9.8 \text{ m/s}^2} \times -0.8 \text{ m/s}^2$$
$$= -588 \text{ N} + R = -48 \text{ N}$$
$$R = 588 \text{ N} - 48 \text{ N} = 540 \text{ N}$$

12. Un elevador y su carga pesan 5880 N. Calcular la tensión del cable del elevador si éste desciende con una velocidad de 3 m/s y se detiene a una distancia de 5 m, manteniendo una aceleración constante.

Datos	*Fórmulas*
$P = 5880$ N	$v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$
$T = ?$	
$v = 3$ m/s	$\Sigma F_y = P + T = \frac{P}{g} a_y$
$d = 5$ m	
$a = ?$	



Para calcular la tensión del cable del elevador debemos calcular el valor de la aceleración que experimenta hacia arriba, a fin de lograr que se detenga al ir descendiendo el elevador. Para ello, aplicamos la fórmula de velocidad final (v_f), vista en la parte correspondiente a cinemática (unidad 4, sección 9: Deducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V.) empleada cuando el movimiento es rectilíneo uniformemente variado:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,d}$$

Sustituyendo valores:

$$a = \frac{0 - (-3 \text{ m/s})^2}{2\,(-5 \text{ m})} = 0.9 \text{ m/s}^2$$

La velocidad final es cero pues se detiene a los 5 m, la velocidad inicial y la distancia son (–) porque actúan hacia abajo.

Para calcular la tensión (T) aplicamos la Segunda Ley de Newton.

$$\Sigma F_y = P + T = \frac{P}{g} a$$

$$\Sigma F_y = -5880 \text{ N} + T$$

$$= \frac{-5880 \text{ N}}{-9.8 \text{ m/s}^2} \times 0.9 \text{ m/s}^2$$

$$= -5880 \text{ N} + T = 540 \text{ N}$$

$$T = 5880 \text{ N} + 540 \text{ N} = 6420 \text{ N}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcule la masa de un cuerpo en kilogramos, si al recibir una fuerza de 300 N le produce una aceleración de 150 cm/s².

   Respuesta:

   $m = 200$ kg

2. Determine la aceleración en m/s² que le produce una fuerza de 75 N a un cuerpo cuya masa es de 1500 g.

   Respuesta:

   $a = 50$ m/s²

3. Calcular la fuerza que se le aplica a un cuerpo de 10 kg de masa si adquiere una aceleración de 2.5 m/s².

   Respuesta:

   $F = 25$ N

4. Hallar el peso de un cuerpo cuya masa es de 100 kg.

   Respuesta:

   $P = 980$ N

5. Determinar la masa de un cuerpo cuyo peso es de 1500 N.

   Respuesta:

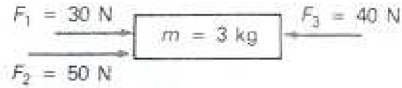
   $m = 153.06$ kg

6. Calcular la fuerza neta que debe aplicarse a un cuerpo cuyo peso es de 25 N para que adquiera una aceleración de 3 m/s².

   Respuesta:

   $F = 7.65$ N

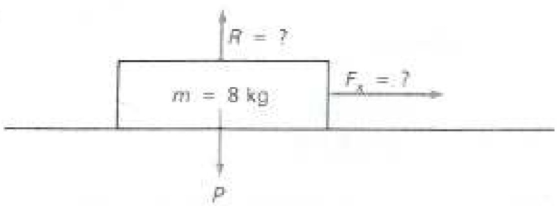
7. Determinar la aceleración que recibirá el cuerpo de la figura siguiente, como resultado de las fuerzas aplicadas.



   Respuesta:

   $a = 13.3$ m/s²

8. Un bloque cuya masa es de 8 kg es jalado mediante una fuerza horizontal, como se ve en la figura:



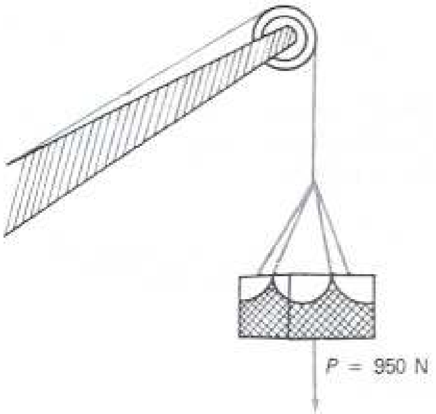
   Calcular:

   a) La fuerza de reacción (R) que ejerce el piso sobre el bloque.
   b) La fuerza horizontal (F_x) que se requiere para dar al bloque una velocidad horizontal de 4 m/s en 1.5 s a partir del reposo. Desprecie la fricción entre el piso y el bloque.

   Respuestas:

   a) $R = 78.4$ N
   b) $F_x = 21.33$ N

9. En un montacargas está suspendido un cuerpo cuyo peso es de 950 N, como se ve en la figura:



Calcular:

a) La tensión en el cable que lo sujeta cuando desciende con una aceleración de 3 m/s^2.
b) La tensión en el cable que lo sujeta cuando asciende con la misma aceleración.

Respuestas:

a) $T = 659.18$ N
b) $T = 1240.81$ N

10. Si un elevador vacío pesa 2500 N y suben a él cuatro personas que pesan en total 2352 N. Determinar la tensión del cable del elevador, si éste sube con una aceleración constante de 1.3 m/s^2.

Respuesta:

$T = 5495.63$ N

11. Un montacargas eleva un cuerpo cuyo peso es de 2310 N con una fuerza de 2935 N. Determine la aceleración con que sube el cuerpo.

Respuesta:

$a = 2.64$ m/s^2

12. Una persona pesa 686 N y asciende por un elevador con una aceleración de 2 m/s^2.

Calcular:

a) El peso aparente de la persona, es decir, la fuerza de reacción que ejercerá el piso del elevador al subir.
b) El peso aparente de la persona al bajar.

Respuestas:

a) = 826 N
b) = 546 N

13. Un elevador y su carga pesan 7458 N. Calcular la tensión del cable del elevador si éste desciende a una velocidad de 4 m/s y se detiene a una distancia de 6 m, manteniendo una aceleración constante.

Respuesta:

$T = 8470.16$ N

3 GRAVITACION UNIVERSAL

El hombre ha observado desde tiempos muy remotos a los astros y al Universo en general, tratando de explicarse el porqué de su origen, su constitución, sus movimientos y su evolución. Debido a las limitaciones que tenían para hacer una interpretación correcta del Universo, los hombres de la antigüedad interpretaban lo que sus ojos veían. Por lo cual consideraban a la Tierra sin movimiento y como el centro del Universo, pues creían que todo giraba alrededor de ella (Teoría Geocéntrica).

Hiparco, astrónomo griego que vivió en 125 a.C. aproximadamente, logró hacer una lista con más de mil estrellas. Sin embargo, afirmaba que la Tierra era plana y ocupaba el centro del Universo

Claudio Ptolomeo, geógrafo y astrónomo griego (siglo II d.C.), basándose en las enseñanzas equivocadas de Hiparco proponía sus teorías considerando a la Tierra inmóvil y plana; en ellas suponía a los planetas girando alrededor de la Tierra describiendo trayectorias circulares. Fue considerado un gran sabio, sus ideas perduraron durante más de 1300 años.

Nicolás Copérnico, astrónomo polaco (1473-1543), corrigió la teoría de Ptolomeo y basándose en la teoría de Aristarco (astrónomo griego que en el siglo III a.C. había dicho que la Tierra se movía alrededor del Sol), propuso que la Tierra era redonda y giraba sobre su propio eje cada 24 horas, además de dar una vuelta alrededor del Sol cada 365 días. No obstante, lo revolucionario de sus ideas chocaban completamente con las ideas de su época, motivo por el cual su obra sobre las revoluciones de las esferas celestes fue publicada hasta 1543, año en el que murió. La iglesia católica condenó como prohibido el libro de Copérnico, pues iba en contra de las creencias religiosas.

Tycho Brahe, astrónomo danés (1546-1601), logró descubrir algunas leyes sobre el movimiento de la Luna, además calculó la posición de 777 estrellas y obtuvo datos interesantes sobre los cometas. Todo lo anterior lo realizó gracias a las facilidades proporcionadas por Federico II, Rey de Dinamarca, quien le mandó construir un observatorio asignándole un sueldo para que pudiera realizar sus investigaciones. Cuando el Rey Federico II murió, se vio obligado a marcharse a Praga, lugar en donde tuvo como discípulo a Johannes Kepler.

Johannes Kepler, astrónomo alemán (1571-1630), aprovechó todas las enseñanzas de Copérnico, mismas que aunadas a su gran interés por encontrar cómo se movían los planetas alrededor del Sol, después de muchos años de estudio, pudo descubrir que éstos no se movían formando círculos sino describiendo órbitas elípticas (ovaladas). Sus grandes estudios le permitieron formular tres leyes sobre el movimiento de los planetas, las cuales actualmente sirven de base a la Astronomía.

Primera Ley de Kepler

Todos los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas, en las cuales el Sol ocupa uno de los focos (figura 5.2).

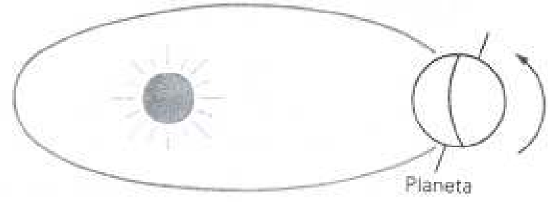


Fig. 5.2 Los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas.

Segunda Ley de Kepler

El radio vector que enlaza al Sol con un planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales.

Esta ley explica el porqué es posible que los planetas giren en órbitas elípticas manteniéndose cerca del Sol por la fuerza de gravedad sin llegar a ser absorbidos por él; esto se debe a la variación de la velocidad con que se mueven los planetas en el espacio, mientras más cerca están del Sol más rápido se mueven y viceversa. Por ejemplo: el planeta Mercurio, con una distancia de 58 millones de kilómetros, es el más cercano al Sol y tarda 88 días en recorrer su órbita con una velocidad media de 50 km/s. La Tierra, a una distancia de 149 millones de kilómetros del Sol, tarda un año en recorrer su órbita con una velocidad media de 30 km/s.

En la figura 5.3 se observa el movimiento de la Tierra alrededor del Sol. La Tierra se mueve sobre su órbita a una velocidad variable, la cual aumenta conforme se aproxima al Sol. Kepler descubrió que en tiempos iguales las áreas descritas por el radio vector que va del Sol a la Tierra son iguales: $a_1 = a_2$. Por tanto, el tiempo en que el radio vector pasa del punto *A* al *B*, es el mismo que tarda en pasar de *C* a *D*.

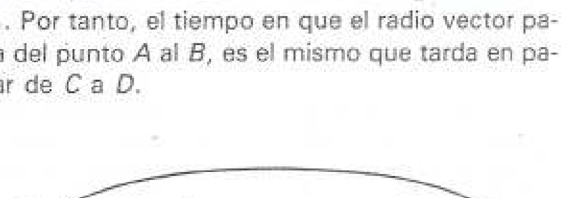


Fig. 5.3 En tiempos iguales las áreas descritas por el radiovector que va del Sol a la Tierra son iguales: $a_1 = a_2$.

Tercera Ley de Kepler

Los cuadrados de los periodos de revolución sideral de los planetas (t^2) son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol (d^3).

De donde la relación $\frac{t^2}{d^3}$ es la misma para todos los planetas, por lo que matemáticamente la Tercera Ley de Kepler se escribe como:

$$\frac{t^2}{d^3} = K$$

donde: K = constante para todos los planetas

Con sus leyes, Kepler explicó con precisión la cinemática del sistema planetario sin llegar a la explicación dinámica del mismo, es decir, cuáles son las causas que lo originan. Sin embargo, su contribución a la Astronomía es digna de elogio si se considera que sus observaciones las realizó cuando todavía no se inventaba el telescopio.

Galileo Galilei, astrónomo y físico italiano (1564-1642), construyó un telescopio con el cual se podían ver los cuerpos 30 veces más grandes que a simple vista. Con este instrumento pudo observar un considerable número de estrellas hasta entonces desconocidas. Descubrió en la Vía Láctea gran cantidad de estrellas imposibles de ver sin la ayuda del telescopio. Al estudiar la Luna, notó la presencia de montes y otras irregularidades sobre su superficie. Observó las manchas del Sol y debido al movimiento de ellas demostró que el Sol giraba alrededor de su eje en un periodo de 27 días. También encontró cuatro cuerpos girando alrededor de Júpiter y determinó la periodicidad de cada uno de ellos. Descubrió que Venus presentaba fases similares a las de la Luna, con esto explicó que los planetas brillan por que reflejan la luz del sol. Todos los descubrimientos hechos por Galileo, apoyaban las teorías de Copérnico, las cuales consideraban que la Tierra y los demás planetas giraban alrededor del Sol. Ante tales hechos, la Iglesia calificó de herejía a la doctrina de Copérnico, pues estaba en desacuerdo con la Biblia; por tanto exigió a Galileo que se abstuviera de difundir sus ideas. En 1632 Galileo publicó un libro en el que representaba las teorías de Ptolomeo y de Copérnico por medio de dos personajes, esto provocó que fuera sancionado por la Inquisición y obligado a renunciar a sus ideas.

Isaac Newton y la Ley de la Gravitación Universal

Newton, el gran físico y matemático inglés, nació en 1642, año en el que murió Galileo Galilei. Después de estudiar las teorías de Kepler sobre el movimiento de los planetas, decidió investigar la causa de que éstos pudieran girar alrededor de órbitas bien definidas.

Desde tiempos remotos, el hombre trató de encontrar una explicación al porqué del peso de un cuerpo, por qué todo cuerpo suspendido en el aire al cesar la fuerza que lo sostiene cae al suelo, por qué todo cuerpo lanzado hacia arriba va disminuyendo su velocidad hasta que se anula y regresa al suelo.

Ahora sabemos que todos los fenómenos anteriores se deben a la existencia de una fuerza llamada gravedad. Aunque todavía no se conoce mucho acerca de la naturaleza de esta fuerza, el hombre trata de estudiar sus efectos sobre los cuerpos.

El primero en describir la forma en que actúa la gravedad fue Newton, quien encontró que todos los cuerpos ejercen entre sí una fuerza de atracción a la cual llamó fuerza gravitacional.

Newton explicó que la atracción gravitatoria mantenía a los planetas en sus órbitas alrededor del Sol, al igual que la misma fuerza mantiene a la Luna en órbita alrededor de la Tierra.

En 1687 Newton publicó su Ley de la Gravitación Universal, en ella expuso que la atracción gravitatoria está en función de la masa de los cuerpos y de la distancia entre ellos.

Cuanto mayor masa tenga un cuerpo mayor será la fuerza con que atraerá a los demás cuerpos. Debido a ello, un hombre tiene menor peso en la Luna que en la Tierra, pues la masa de la Tierra es mayor a la de la Luna y, por tanto, también será mayor su fuerza gravitatoria.

La fuerza gravitatoria con la cual se atraen dos cuerpos será mayor a medida que disminuya la distancia existente entre ellos.

La Ley de Gravitación Universal se enuncia de la siguiente forma:

Dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

Matemáticamente se expresa como:

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

donde: F = fuerza de atracción gravitacional en newtons (N) o dinas

G = constante de gravitación universal cuyos valores en el Sistema Internacional y en el CGS son:

SI $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$
CGS $G = 6.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{dina\ cm^2/g^2}$

m_1 y m_2 = masa de los cuerpos en kilogramos (kg) o gramos (g)

d = distancia que hay entre los centros de gravedad de ambos cuerpos en metros (m) o centímetros (cm)

Con la ecuación anterior es posible calcular la fuerza de atracción de dos cuerpos cualesquiera, como una silla y una mesa, una persona con otra, un automóvil y una bicicleta, o el Sol y la Tierra. la fuerza de atracción entre dos cuerpos de poca masa es muy pequeña, razón por la cual no es observable ningún efecto al acercar dos cuerpos. No sucede esto con la atracción de la Tierra sobre los cuerpos que están sobre su superficie o cerca de ella, pues por su gran masa los atrae hacia su centro con una gran fuerza gravitacional.

Relación entre el peso de un cuerpo y la fuerza de gravedad. Descomposición del peso en un plano inclinado

El peso de un cuerpo depende de la fuerza de gravedad, por tal motivo éste será mayor si es atraído por una fuerza gravitatoria mayor o viceversa. Por ello, un hombre que pese 686 N (70 kg) en la Tierra, en la Luna sólo pesará 114.3 N (11.6 kg); su masa será la misma, 70 kg, ya que tiene la misma cantidad de materia, pero su peso disminuye a la sexta parte. La razón es que la fuerza de gravedad en la superficie lunar es menor a la fuerza de gravedad en la superficie terrestre, pues como sabemos la Tierra tiene una mayor masa que la Luna.

El peso de un cuerpo en la Tierra será mayor si éste se encuentra al nivel del mar que si está a una cierta altura sobre él. Lo anterior se debe a que la distancia entre el cuerpo y el centro de gravedad de la Tierra es menor al nivel del mar.

Cuando se coloca un cuerpo cualquiera, como el bloque de la figura 5.4, sobre una superficie horizontal, su peso ejerce una acción vertical hacia abajo sobre dicha superficie y como reacción la superficie ejerce una fuerza igual en magnitud al peso del bloque, en la misma dirección pero con sentido contrario. Esta fuerza recibe el nombre de fuerza de reacción normal (N), toda vez que es perpendicular al plano o superficie horizontal.

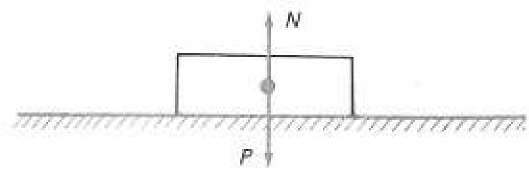


Fig. 5.4 En una superficie horizontal el peso de un cuerpo es igual a la fuerza de reacción normal (N).

En la figura 5.5 vemos un bloque colocado sobre una rampa o plano inclinado que forma un ángulo de 30° respecto al plano horizontal. El peso del bloque experimenta una descomposición vectorial en dos direcciones perpendiculares entre sí, una es normal o perpendicular al plano y la otra es paralela al mismo.

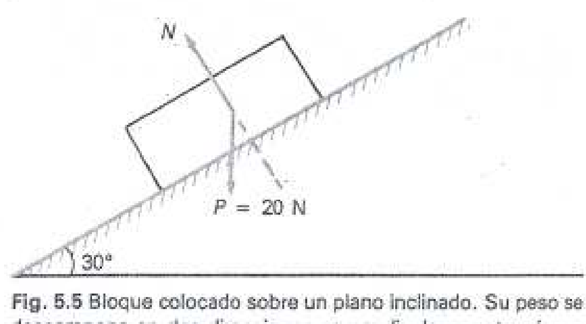


Fig. 5.5 Bloque colocado sobre un plano inclinado. Su peso se descompone en dos direcciones perpendiculares entre sí.

Para encontrar gráficamente las magnitudes de las componentes rectangulares del peso se procede de la siguiente manera: se representa el plano inclinado por una línea con su ángulo correspon-

diente respecto al plano horizontal. Se considera al centro del cuerpo como origen del plano coordinado y, a partir de él, se trazan a escala el vector vertical que representa al peso del cuerpo y después sus componentes rectangulares. Una componente es en dirección perpendicular a la línea del plano inclinado y la otra es en dirección paralela al mismo. Por último, sus valores se obtienen al medir sus longitudes de acuerdo con la escala establecida (figura 5.6).

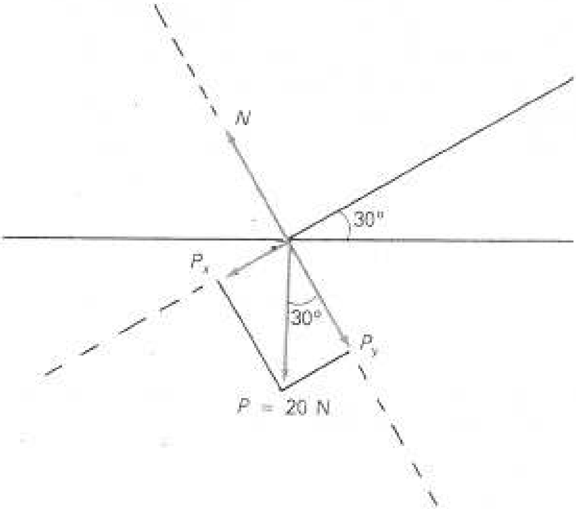


Fig. 5.6 Descomposición del peso de un cuerpo en un plano inclinado.

Como se observa, el peso del bloque es una fuerza que actúa verticalmente sobre él y se descompone en dos fuerzas menores, P_y que es perpendicular al plano y P_x, paralela al mismo. La fuerza de reacción normal (N) es igual y opuesta a la componente P_y del peso. De acuerdo con nuestra escala los valores respectivos son:

$$P_y = N = 17.3 \text{ N}$$
$$P_x = 10 \text{ N}$$

El valor de las componentes rectangulares obtenidas como resultado de descomponer al peso en un plano inclinado, lo podemos calcular analíticamente encontrando el valor del cateto adyacente para conocer P_y que es igual a N y el valor del cateto opuesto para conocer P_x, toda vez que como se ve en la figura 5.6 tenemos un triángulo rectángulo.

Por tanto:

$$P_y = P \cos 30° = 20 \text{ N} \times 0.8660 = 17.32 \text{ N}$$
como $N = P_y$
$$N = 17.32 \text{ N}$$
$$P_x = P \operatorname{sen} 30° = 20 \text{ N} \times 0.5 = 10 \text{ N}$$

Debido a la descomposición vectorial que sufre el peso de un cuerpo en un plano inclinado resulta más fácil subir un barril a un camión rodándolo por una rampa que levantarlo en forma vertical.

Relación del peso de un cuerpo, con la fuerza centrífuga de la Tierra

Cuando un cuerpo describe un movimiento circular su velocidad cambia constantemente de dirección, motivo por el cual decimos que tiene una aceleración, no obstante que la magnitud de la velocidad no cambie. La aceleración que sufre el cuerpo se debe a una fuerza que actúa en forma constante a lo largo de un radio y hacia el centro del círculo, dicha fuerza recibe el nombre de fuerza centrípeta. Si esta fuerza deja de actuar, el cuerpo saldrá disparado en forma tangencial a la curva con un movimiento rectilíneo uniforme, resultado de la inercia del cuerpo que tratará de seguir en movimiento.

Si se pone a girar una piedra atada a un cordel, éste ejerce una fuerza centrípeta constante para jalar a la piedra acelerándola hacia el centro del círculo. La piedra ejerce sobre el cordel una fuerza centrífuga que la impulsa hacia afuera, originando una tensión en el cordel que aumentará conforme sea mayor la velocidad con que gira la piedra.

La magnitud de la fuerza centrípeta es igual a la de la fuerza centrífuga pero ambas actúan en sentidos opuestos. Como la fuerza centrípeta (F_c) es una fuerza dirigida hacia el centro del círculo y es la que permite que un cuerpo gire describiendo un movimiento circular uniforme, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton su valor está dado por el producto de la masa (m) del cuerpo y la aceleración centrípeta (a_c) también llamada aceleración radial. Donde:

$$F_c = ma_c$$

De acuerdo con lo visto en la unidad 4, sección 12: Aceleración lineal y radial, sabemos que:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

donde:

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

donde: F_c = fuerza centripeta o centrífuga en newtons (N)
m = masa del cuerpo que gira en kilogramos (kg)
v = velocidad lineal del cuerpo en m/s
r = radio de la circunferencia en metros (m)

La fuerza centrífuga que produce el movimiento de la Tierra es mayor en el *Ecuador* que en los polos, esto se debe a que un punto del *Ecuador* se mueve más rápido que uno próximo a los polos. Por tanto, cuando la Tierra da una vuelta alrededor de su eje el punto sobre el *Ecuador* habrá recorrido aproximadamente 40 000 km, que es el valor de la longitud de la circunferencia en el *Ecuador*, mientras que el punto próximo a uno de los polos recorrería casi 1000 km. Debido a ello, la velocidad lineal en el *Ecuador* será mayor que cerca de los polos y consecuentemente también será mayor su fuerza centrífuga. Como la fuerza centrífuga actúa sobre los cuerpos tratando de alejarlos del centro del giro, la fuerza centrífuga de la Tierra empuja a los cuerpos alejándolos de su centro y reduciendo el efecto de la fuerza de gravedad.

En general, un cuerpo tiene mayor peso cerca de los polos que en el *Ecuador*, toda vez que la fuerza centrífuga que trata de separarlo de la superficie es menor, además de encontrarse más cerca del centro de la Tierra debido al achatamiento de sus polos.

Campo gravitacional de los cuerpos y su intensidad

Todo cuerpo por el hecho de ser materia posee un campo gravitatorio, el cual se manifiesta por la fuerza de atracción que se ejerce entre dos cuerpos cualesquiera. De donde el campo gravitacional de un cuerpo es la zona en la cual ejerce su influencia sobre otros cuerpos. A medida que aumenta la distancia, la intensidad del campo gravitatorio de un cuerpo disminuye notablemente, no obstante, se dice que se extiende hasta el infinito.

Toda masa (m) origina un campo gravitacional a su alrededor, pero evidentemente una masa pequeña producirá un campo poco intenso; es por ello que su acción no logra mover a otro cuerpo cercano a él. El Sol, estrella alrededor de la cual gravitan la Tierra y los demás astros del Sistema Solar, tiene una masa equivalente a 333 432 veces la de la Tierra, debido a ella la intensidad de su campo gravitacional es muy grande. Nuestro planeta, ya masa es de 5.9×10^{24} kg, origina un campo gravitacional a su alrededor provocando que cualquier cuerpo localizado dentro de él reciba la acción de una fuerza con dirección dirigida hacia el centro de la Tierra. En virtud de que la fuerza se ejerce sobre la masa, si utilizamos una masa de prueba es posible conocer la intensidad del campo gravitacional en cada punto del espacio. Dicha masa de prueba equivale a la unidad de masa. Por tanto, la fuerza que ejerce el campo gravitacional terrestre sobre la unidad de masa en un determinado punto, representará el valor de la intensidad del campo gravitacional en dicho punto.

Definimos como intensidad de campo gravitacional en un punto cualquiera a la fuerza por unidad de masa que actúa sobre un cuerpo colocado en ese punto.

De la Segunda Ley de Newton tenemos que:

$$F = mg \therefore g = \frac{F}{m}$$

donde: g = intensidad de campo gravitacional en un punto determinado en N/kg = m/s^2
F = fuerza ejercida por el campo en un punto determinado en newtons (N)
m = masa del cuerpo que es atraído por el campo en kilogramos (kg)

Por ejemplo, si en un lugar la aceleración de la gravedad es de 9.8 m/s^2, entonces habrá una fuerza de 9.8 N sobre un cuerpo de 1 kg colocado en dicho punto, de manera que la intensidad del campo gravitacional de la Tierra en ese punto sería de

9.8 N/kg y le provocaría al cuerpo una aceleración de 9.8 m/s^2. En general, para puntos localizados cerca de la superficie de la Tierra se considera una intensidad del campo gravitacional igual a 9.8 N/kg. Como el peso de un cuerpo representa la fuerza que sobre él ejerce el campo gravitacional, tenemos que para conocer cuál es el peso de un cuerpo cualquiera sólo debemos multiplicar la masa (m) del cuerpo por el valor de la intensidad del campo gravitacional (g): $P = mg$.

La Luna, satélite natural de la Tierra

La Luna es el cuerpo celeste (astro) más cercano a la Tierra. Gira alrededor de ella a una velocidad de 3664 km/h. Tarda 27 días con 7.716 horas en dar una vuelta alrededor de la Tierra (traslación) y es exactamente el mismo tiempo que tarda en girar sobre su propio eje (rotación), esto origina que veamos siempre un mismo lado, por ello para conocer su otra cara los rusos y estadounidenses han enviado diferentes sondas espaciales a nuestro satélite natural.

Una sonda espacial consta de equipo instrumental y de radiocomunicación, que permite efectuar investigaciones en el espacio interplanetario y en los astros del Sistema Solar. Algunas sondas están provistas de instrumentos ópticos como telescopios, cámaras fotográficas o de televisión. Las sondas más perfeccionadas se posan en la superficie de los astros, pues están provistas de cohetes de retropropulsión para frenar la caída. El lanzamiento de una sonda se realiza mediante el empleo de cohetes propulsores.

Las fotografías de la parte oculta de la Luna que han sido enviadas a la Tierra por las sondas espaciales, muestran que esa zona es bastante parecida a la ya conocida.

El diámetro de la Luna es de 3476 km y comparado con el de la Tierra, que es de 12 742.9 km, equivale al 27.27% del diámetro de ésta. La masa de la Luna es aproximadamente de 7.25×10^{22} kg y equivale al 1.229% de la masa terrestre cuyo valor es de 5.9×10^{24} kg.

La Luna al girar alrededor de la Tierra en ocasiones se encuentra más cerca de ella (perigeo) a una distancia de 356 500 km y en otras más lejos (apogeo) a una distancia de 406 700 km. La fuerza de gravedad de la Luna ejerce su efecto sobre la Tierra provocando las mareas, ascensos o descensos regulares de los océanos.

La Luna carece de luminosidad propia. Su luz se debe a que su superficie refleja la luz del sol y su cantidad varía debido a los cambios cíclicos de la posición relativa de la Luna respecto a la Tierra. Dichas variaciones hacen que su hemisferio sea visto alumbrado en forma diferente por el Sol a lo largo de una lunación. La lunación es el tiempo que transcurre entre dos lunas nuevas consecutivas, lo cual da lugar a las llamadas fases de la Luna: la luna nueva se presenta cuando todo el disco lunar queda en la oscuridad. Después de dos o tres días entra la fase de la luna creciente en la que se ve al satélite iluminándose en el borde del disco. La iluminación sigue aumentando hasta que siete días después de la luna nueva se ve la mitad del disco iluminado, esta fase se conoce como cuarto creciente. La Luna continúa su movimiento iluminándose hasta que todo el disco se ve completamente brillante, esta fase se llama luna llena. Después empieza la segunda parte del ciclo en el cual el disco va a menguar su iluminación. Cuando sólo la mitad del disco queda iluminada, tenemos la fase llamada cuarto menguante. Finalmente todo el disco queda en completa oscuridad dando inicio a un nuevo ciclo, cuya duración es de 29 días 7 horas 43 minutos 11.5 segundos y recibe el nombre de revolución sinódica, lunación o mes lunar.

La Luna carece de atmósfera, pues su fuerza de gravedad es incapaz de retener a las moléculas gaseosas; esto implica que tenga una carencia total de humedad, además de estar expuesta a los constantes bombardeos de meteoritos, mismos que al no encontrar ninguna resistencia producen cráteres en su superficie. En la Tierra, gracias a su atmósfera (capa de aire que la envuelve), las variaciones en el clima no son muy drásticas. El aire suministra energía calorífica de los lugares más calientes a los más fríos, sirve también de filtro para evitar que lleguen a la Tierra radiaciones solares en exceso y retiene una parte del calor que por radiación pierde el suelo. En la Luna, la temperatura del suelo alcanza valores mayores a 120°C cuando está expuesta a la radiación solar y desciende a menos de 150°C bajo cero cuando no la recibe. Los rayos cósmicos llegan a la superficie lunar con to-

da su energía, pues no existe nada que logre atenuarlos.

Las condiciones en la Luna obligan a los astronautas que pisan su suelo a tomar una serie de medidas tendentes a permitirles subsistir por medio de una atmósfera artificial. Para ello, deben transportar desde la Tierra el oxígeno, los alimentos y demás elementos necesarios. Para protegerse de las radiaciones cósmicas y que puedan respirar, los astronautas deben usar una vestidura hermética que cubre todo su cuerpo, misma que recibe el nombre de escafandra espacial.

El día y la noche duran dos semanas terrestres cada una. Además, sus noches son iluminadas por la luz solar que refleja la Tierra y cuya intensidad es mayor a la que ella nos envía.

El viaje del hombre a la Luna

Desde tiempos muy remotos el hombre se ha inspirado en la Luna para dar rienda suelta a sus sueños y fantasías, aparte de conferirle las más increíbles características, asociándola a sentimientos nobles, amorosos o catastróficos. Sin embargo, uno de sus sueños más ambiciosos era poder posar sus pies sobre la superficie lunar. Escritores como Julio Verne, novelista francés (1828-1905), se anticiparon a la conquista de la Luna a través de sus novelas de ficción científica, pero fue hasta el 20 de julio de 1969 cuando la ficción se hizo realidad al pisar el hombre por primera vez la superficie de la Luna.

La Astronáutica es la ciencia que se encarga de la navegación en el espacio cósmico. Se diferencia de la navegación aérea, porque ésta no se encuentra involucrada en problemas como: viajes realizados a través de espacios carentes de atmósfera o de gravedad; altas velocidades que alcanzan las astronaves o las variaciones en la aceleración a la salida y llegada de éstas.

El 4 de octubre de 1957, los rusos fueron los primeros en iniciar la era espacial mediante el lanzamiento del Sputnik I, primer satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra. Tres meses más tarde los estadounidenses lanzaron su primer satélite llamado Explorer I.

Lograr la conquista de la Luna fue una labor ardua, como lo exige cualquier tarea importante que el hombre asume. Para ello, fue necesario realizar varios lanzamientos, algunas veces mediante el uso de cápsulas espaciales tripuladas y otras mediante el envío de sondas espaciales.

El proyecto Apolo fue puesto en marcha por Estados Unidos en 1962. Dicho proyecto, tenía como finalidad colocar a un hombre sobre la Luna. Hazaña que se logró mediante la construcción de un potente cohete de tres fases capaz de poner en órbita terrestre la cápsula espacial llamada Apolo. Dicha cápsula estaba constituida por tres módulos: el de mando, servicio y alunizaje. Tres astronautas viajaron hasta colocarse en órbita alrededor de la Tierra para posteriormente entrar en órbita alrededor de la Luna. Utilizando el módulo de alunizaje, dos de ellos bajaron a la superficie lunar, mientras el otro se mantuvo en órbita. Después de realizar algunos experimentos y tomar muestras de rocas y polvo, el módulo de alunizaje con los dos tripulantes a bordo debía elevarse para realizar la fase de acoplamiento con el módulo de mando e iniciar el regreso a la Tierra.

El proyecto Apolo llegó a feliz término después de haber efectuado varios vuelos como el del Apolo VIII en el que tres astronautas dieron diez vueltas alrededor de la Luna. El Apolo IX se lanzó en marzo de 1969, tres meses después que el Apolo VIII, su objetivo era probar los módulos lunar, de servicio y de mando en una órbita terrestre, además de ensayar el acoplamiento entre los mismos.

En mayo de 1969 lanzaron el Apolo X cuyo propósito era realizar todas las fases previstas menos el verdadero descenso del hombre en la Luna. El Apolo XI se lanzó la mañana del 16 de julio de 1969 y alunizó 4 días más tarde, descendiendo Edwin E. Aldrin y Neil Armstrong. Después de dos horas y media sobre el suelo lunar, en las que se recogieron más de 20 kg de rocas y se realizaron algunos experimentos, regresaron a su módulo, dando saltos con facilidad pese al enorme peso de sus trajes y al equipo de supervivencia, pues la fuerza de gravedad de la Luna les permitía reducir su peso a la sexta parte. Pusieron a funcionar los cohetes de propulsión y se acoplaron con el de mando para finalmente iniciar su regreso a nuestro planeta.

Después del éxito obtenido con el Apolo XI se realizaron otros cinco alunizajes: en 1969, el Apolo XII; en 1971, los Apolos XIV y XV; y en 1972, los Apolos XVI y XVII. Durante estos vuelos se hicieron importantes estudios, por ejemplo las muestras de rocas y polvo permitieron a los científicos obte-

ner más información para poder encontrar las posibles causas que dieron origen al Sistema Solar.

También midieron la distancia entre la Tierra y su satélite natural por medio de un rayo laser enviado desde nuestro planeta, el cual fue reflejado por un espejo especial instalado en la Luna. Al determinar el tiempo que empleó el rayo en ir y regresar y conocer su velocidad de propagación, se calculó la distancia con una gran exactitud.

Se instaló un instrumento para registrar cualquier tipo de vibraciones sobre la superficie lunar, así como otro para medir el viento solar, producido por flujos de partículas con carga eléctrica procedentes del Sol.

Mediante diferentes magnetómetros instalados se encontró que la intensidad del campo magnético lunar equivale a la centésima parte del terrestre.

Algunas consideraciones sobre los viajes interplanetarios

Para poder realizar un viaje por el espacio cósmico, como es un viaje a la Luna, deben tomarse en cuenta las siguientes situaciones:

1. Puesto que el vuelo de la nave espacial se realiza en ausencia de atmósfera, no cuenta con el oxígeno del aire para lograr la combustión. Por tal motivo además del combustible debe transportar oxígeno.
2. El arranque de la astronave debe ser pausado, evitando aceleraciones muy grandes que pongan en peligro la resistencia del organismo humano, el cual soporta grandes velocidades pero no cambios bruscos en la aceleración.
3. Para determinar la trayectoria que seguirá una nave en su viaje a la Luna debe considerarse que su vuelo estará afectado por: la rotación y la traslación de la Tierra, por la atracción creciente de la Luna y la atracción decreciente de la Tierra, y por la atracción del Sol. Por otra parte, como las posiciones de la Luna, la Tierra y la nave cambian constantemente, la influencia de los astros también varía sobre ésta. Así la trayectoria que debe seguir la nave, considerando los efectos que sobre ella se ejercerán, debe ser calculada anticipadamente con toda precisión valiéndose del uso de computadoras.
4. Para evitar que la nave parta con una velocidad excesiva o menor de la necesaria, el lanzamiento se hace en dos fases: la primera consiste en ponerla en órbita estacionaria alrededor de la Tierra, esto sucede cuando alcanza una velocidad llamada orbital de 28 000 km/h. Durante el tiempo que dura en órbita estacionaria se revisan los instrumentos y se determina el punto de la órbita más conveniente para orientar su dirección. La segunda fase consiste en verificar constantemente las posiciones de la Tierra, la Luna, la nave y de los objetos que se estén moviendo en todas direcciones. Por medio de las computadoras se conocerá el momento preciso y la velocidad que deberá llevar la nave impulsada por el cohete propulsor para salir de la órbita terrestre e iniciar su recorrido a la Luna. La velocidad que se requiere para vencer la fuerza de gravedad terrestre es de 40 000 km/h.
5. Al alejarse de la Tierra la fuerza de atracción terrestre disminuirá sobre la nave y aumentará la de la Luna hasta llegar a un punto en que las dos fuerzas se equilibren. Dicho punto llamado muerto se encuentra aproximadamente a 57 000 km del centro de la Luna; al rebasar este punto la nave penetra en el campo gravitacional lunar, por lo que su velocidad comienza a incrementarse. Si no existiera alguna manera de frenar la nave, ésta se estrellaría contra la superficie lunar a una velocidad de 8000 km/h.
6. Para frenar la nave se usa la retropropulsión, dirigiendo el chorro de los motores hacia la superficie lunar se reduce la velocidad aproximadamente a 3000 km/h. Esta velocidad permite que la nave quede en órbita alrededor de la Luna. Posteriormente, puede descenderse hasta la superficie lunar haciendo funcionar el motor de descenso que deberá actuar después como retrocohete para amortiguar la caída.
7. El regreso a la Tierra requiere una velocidad inicial de la nave de 8600 km/h para alcanzar el punto muerto e iniciar su retorno en caída libre. La velocidad que llega a alcanzar es de unos 40 000 km/h (velocidad que requirió pa-

ra vencer la fuerza de gravedad que le permitió partir de la Tierra).

8. Al penetrar a la atmósfera terrestre la nave debe descender con una cierta inclinación, pues si lo hiciera verticalmente la fricción con el aire la desintegraría rápidamente. La inclinación permite que sea frenada por el aire, pero la fricción provoca que algunas partes de la nave alcancen temperaturas de 5000°C. Por tal motivo se recubre con un plástico especial, el cual con el calor se funde lentamente y se desprende. Por último, el descenso final a la superficie terrestre se realiza por medio de paracaídas, aprovechando la resistencia de la atmósfera.

RESOLUCION DE PROBLEMAS SOBRE LA LEY DE GRAVITACION UNIVERSAL Y FUERZA CENTRIPETA

1. Calcular la fuerza gravitacional con la que se atraen dos personas, si una de ellas tiene una masa de 60 kg y la otra de 70 kg, y la distancia que hay entre ellas es de 1.5 m.

Datos

$F = ?$
$m_1 = 60$ kg
$m_2 = 70$ kg
$d = 1.5$ m
$G = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Sustitución y resultado

$$F = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{60\text{ kg} \times 70\text{ kg}}{(1.5\text{ m})^2}$$
$$= 12\,450.66 \times 10^{-11}\text{ N}$$

2. Calcular la fuerza con la que se atraen dos cuerpos cuyos pesos son 98 N y 300 N al haber entre ellos una distancia de 50 cm. Dar el resultado en unidades del SI.

Datos

$F = ?$
$P_1 = 98$ N
$P_2 = 300$ N
$d = 50$ cm $= 0.5$ m

Fórmulas

$$P = mg \therefore m = \frac{P}{g}$$
$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Sustitución y resultados

$$m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{98\text{ kg m/s}^2}{9.8\text{ m/s}^2} = 10\text{ kg}$$

$$m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{300\text{ kg m/s}^2}{9.8\text{ m/s}^2} = 30.61\text{ kg}$$

$$F = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{10\text{ kg} \times 30.61\text{ kg}}{(0.5\text{ m})^2}$$
$$= 8166.7 \times 10^{-11}\text{ N}$$

3. ¿A qué distancia se encuentran dos masas cuyos valores son 4×10^{-2} kg y 9×10^{-3} kg, si la fuerza con la que se atraen es de 9×10^{-9} N?

Datos

$d = ?$
$m_1 = 4 \times 10^{-2}$ kg
$m_2 = 9 \times 10^{-3}$ kg
$F = 9 \times 10^{-9}$ N
$G = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \therefore$$
$$d^2 = \frac{Gm_1 m_2}{F}$$

Sustitución y resultado

$$F = G\frac{4 \times 10^{-2}\text{ kg} \times 9 \times 10^{-3}\text{ kg}}{d^2}$$

$$= G\frac{36 \times 10^{-5}\text{ kg}^2}{d^2}$$

Despejando d^2

$$d^2 = \frac{Gm_1 m_2}{F}$$

$$d^2 = \frac{6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times 36 \times 10^{-5}\text{ kg}}{9 \times 10^{-9}\text{ N}}$$

$$= 26.68 \times 10^{-7}\text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{2.668 \times 10^{-6}\text{ m}^2}$$

$$= 1.63 \times 10^{-3}\text{ m}$$

4. ¿Qué distancia debe haber entre un cuerpo de 600 g de masa y otro de 400 g para que se atraigan con una fuerza de 2×10^{-5} dinas?

Datos

$d = ?$

$m_1 = 600$ g

$m_2 = 400$ g

$F = 2 \times 10^{-5}$ dinas

$G = 6.67 \times 10^{-8} \dfrac{\text{dina cm}^2}{\text{g}^2}$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \therefore$$

$$d^2 = \frac{Gm_1 m_2}{F}$$

Sustitución y resultado

$$d^2 = \frac{6.67 \times 10^{-8} \dfrac{\text{dina cm}^2}{\text{g}^2} \times 600 \text{ g} \times 400 \text{ g}}{2 \times 10^{-5} \text{ dinas}}$$

$$= 800\,400 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$d = \sqrt{800.4 \text{ cm}^2}$$

$$= 28.29 \text{ cm}$$

5. Calcular la masa de una silla si la fuerza gravitacional con que se atrae con una mesa de 20 kg es de 40×10^{-11} N y la distancia a la que se encuentran uno del otro es de 4 m.

Datos

$m_1 = ?$

$m_2 = 20$ kg

$F = 40 \times 10^{-11}$ N

$d = 4$ m

$G = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \therefore$$

$$m_1 = \frac{Fd^2}{Gm_2}$$

Sustitución y resultado

$$m_1 = \frac{40 \times 10^{-11} \text{ N } (4 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times 20 \text{ kg}}$$

$$= 4.79 \text{ kg}$$

6. Determinar la fuerza gravitacional que ejercerá la Tierra sobre un cuerpo cuya masa es de 1 kg al estar colocado en un punto donde el radio terrestre es de 6.336×10^6 m. La masa de la Tierra es de 5.9×10^{24} kg.

Datos

$m_1 = 1$ kg

$d = 6.336 \times 10^6$ m

$m_2 = 5.9 \times 10^{24}$ kg

$F = ?$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Fórmula

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Sustitución y resultado

$$F = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{1 \text{ kg} \times 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.336 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 9.8 \text{ N}$$

Nota: La distancia entre el cuerpo y la Tierra se tomó igual al radio de la Tierra, pues se considera al centro de ésta como el punto donde se concentra su peso. En general, para calcular la fuerza de atracción gravitacional entre los cuerpos se mide la distancia a partir de sus centros de gravedad, es decir, del lugar donde se considera concentrado su peso.

7. Calcular la fuerza centrípeta de un cuerpo de 500 g que describe un movimiento circular uniforme y lleva una velocidad lineal de 2 m/s con un radio de giro de 1 m.

Datos

$F_c = ?$

$m = 500 \text{ g} = 0.5$ kg

$v = 2$ m/s

$r = 1$ m

Fórmula

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Sustitución y resultado

$$F_c = \frac{0.5 \text{ kg } (2 \text{ m/s})^2}{1 \text{ m}} = 2 \text{ kg m/s}^2 = 2 \text{ N}$$

8. Determine la velocidad de un cuerpo cuya masa es de 5 kg al describir un movimiento circular uniforme con un radio de giro de 2 m, siendo su fuerza centrífuga igual a 10 N.

Datos

$v = ?$
$m = 5\ \text{kg}$
$r = 2\ \text{m}$
$F_c = 10\ \text{N}$

Fórmula

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \therefore$$

$$v^2 = \frac{F_c r}{m}$$

Sustitución y resultado

$$v^2 = \frac{10\ \text{kg m/s}^2 \times 2\ \text{m}}{5\ \text{kg}} = 4\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$= \sqrt{4\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 2\ \text{m/s}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la fuerza gravitacional con la que se atraen un miniauto de 1200 kg con un camión de carga de 4500 kg, al estar separados a una distancia de 5 m.

Respuesta:

$$F = 1440.72 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

2. Una barra metálica cuyo peso es de 800 N se acerca a otra de 1200 N hasta que la distancia entre sus centros de gravedad es de 80 cm. ¿Con qué fuerza se atraen?

Respuesta:

$$F = 10.417 \times 10^{-7}\ \text{N}$$

3. ¿A qué distancia se encuentran dos elefantes cuyas masas son 1.2×10^3 kg y 1.5×10^3 kg, y se atraen con una fuerza gravitacional de 4.8×10^{-6} N?

Respuesta:

$$d = 5\ \text{m}$$

4. Calcular la distancia que debe haber entre un libro de 850 g y un pisapapel de 300 g para que se atraigan con una fuerza de 1.9×10^{-5} dinas.

Respuesta:

$$d = 29.92\ \text{cm}$$

5. Determine la masa de un cuerpo, si la fuerza gravitacional con que se atrae con otro de 100 kg es de 60×10^{-10} N y la distancia entre ellos es de 10 m.

Respuesta:

$$m = 89.9\ \text{kg}$$

6. Determinar la fuerza gravitacional que ejercerá la Luna sobre una roca cuya masa es de 1 kg al encontrarse en un punto donde el radio lunar es de 1.74×10^6 m. La masa de la Luna es de 7.25×10^{22} kg.

Respuesta:

$$F = 1.597\ \text{N}$$

7. Un niño sujeta una piedra que gira a una velocidad lineal de 9 m/s, la masa de la piedra es de 150 g y su radio de giro es de 1.5 m. ¿Qué fuerza centrípeta ejerce el niño para que no salga disparada la piedra?

Respuesta:

$$F_c = 8.1\ \text{N}$$

8. Determine el radio de giro de un cuerpo cuya masa es de 8 kg al describir un movimiento circular uniforme con una velocidad lineal de 10 m/s y una fuerza centrípeta de 400 N.

Respuesta:

$$r = 2\ \text{m}$$

Relación de la estática con la dinámica

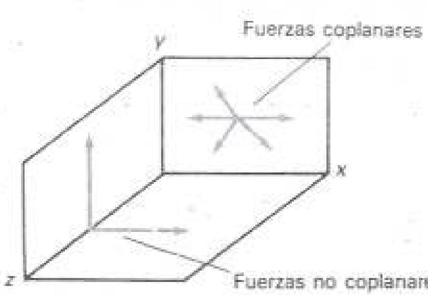
La palabra estática se deriva del griego *statikós* que significa inmóvil. En virtud de que la dinámica estudia las causas que originan el reposo o movimiento de los cuerpos, tenemos que la estática queda comprendida dentro del estudio de la dinámica y analiza las situaciones que permiten el equilibrio de los cuerpos. Los principios de la estática se sustentan en las leyes de Newton.

En general, la estática estudia aquellos casos en que los cuerpos sometidos a la acción de varias fuerzas no se mueven, toda vez que éstas se equilibran entre sí. También considera los casos en que la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento es nula y el cuerpo sigue desplazándose con movimiento rectilíneo uniforme.

En esta sección nos ocuparemos del estudio del equilibrio de los cuerpos rígidos, aquellos cuya deformación provocada por una fuerza es mínima al compararla con su tamaño. Ejemplos: vigas de madera, armaduras de acero o fierro colado, bolas de acero o vidrio, herramientas metálicas, cascos de futbol americano, bicicletas y motocicletas, entre otros.

Fuerzas coplanares y no coplanares. Principio de transmisibilidad de las fuerzas

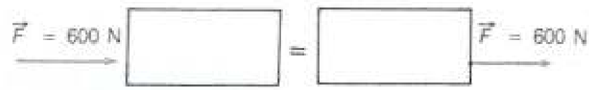
Las fuerzas pueden clasificarse en coplanares si se encuentran en el mismo plano, o sea, en dos ejes, y no coplanares si están en diferente plano, es decir, en tres ejes.



El principio de transmisibilidad del punto de aplicación de las fuerzas dice:

El efecto externo de una fuerza no se modifica cuando se traslada en su misma dirección, es decir, sobre su propia línea de acción.

Por ejemplo, si deseamos mover un cuerpo horizontalmente aplicando una fuerza, el resultado será el mismo si lo empujamos o si lo jalamos.



Sistema de fuerzas colineales

Un sistema de fuerzas colineales se forma cuando sobre un cuerpo actúan dos o más fuerzas con una misma línea de acción, es decir, en la misma dirección. Por ejemplo, si sobre un carrito aplicamos dos o más fuerzas colineales, la resultante de las mismas dependerá del sentido en que estén actuando. Veamos los siguientes tres casos:

Caso 1

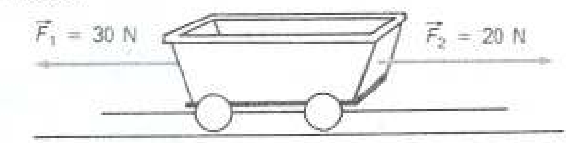


Fig. 5.7 Fuerzas colineales con sentidos contrarios.

La resultante de las dos fuerzas será igual a la suma algebraica:

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$= -30\text{ N} + 20\text{ N} = -10\text{ N}$$

Como la resultante tiene signo negativo nos indica que el carrito se moverá hacia la izquierda con una fuerza neta o resultante de 10 newtons.

Caso 2

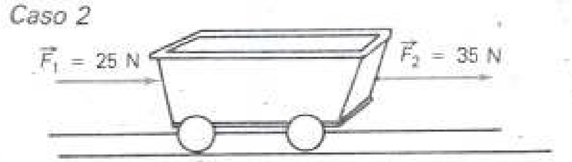


Fig. 5.8 Fuerzas colineales con el mismo sentido.

La resultante de las dos fuerzas será igual a la suma algebraica

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$= 25 \text{ N} + 35 \text{ N} = 60 \text{ N}$$

Como las dos fuerzas colineales actúan hacia la derecha su signo es positivo y producen una resultante de 60 N.

Caso 3

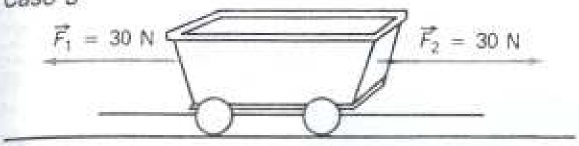


Fig. 5.9 Fuerzas colineales con magnitudes iguales y sentidos contrarios.

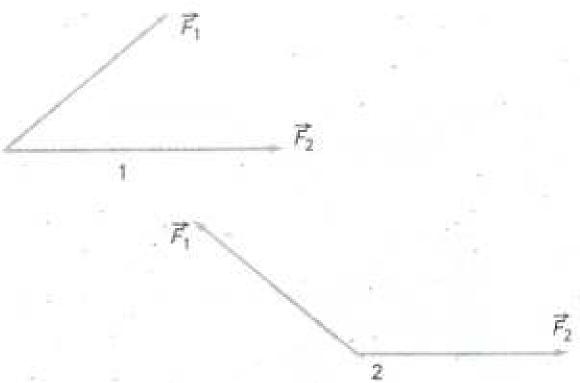
La resultante de las dos fuerzas será igual a su suma:

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$= -30 \text{ N} + 30 \text{ N} = 0$$

Puesto que al sumar las dos fuerzas la resultante es igual a cero, el carrito estará en equilibrio o en reposo, toda vez que las dos fuerzas se equilibran entre sí.

Sistema de fuerzas concurrentes

Las fuerzas concurrentes son aquellas cuyas direcciones o líneas de acción pasan por un mismo punto. También se les suele llamar angulares y concurrentes porque forman un ángulo entre ellas.



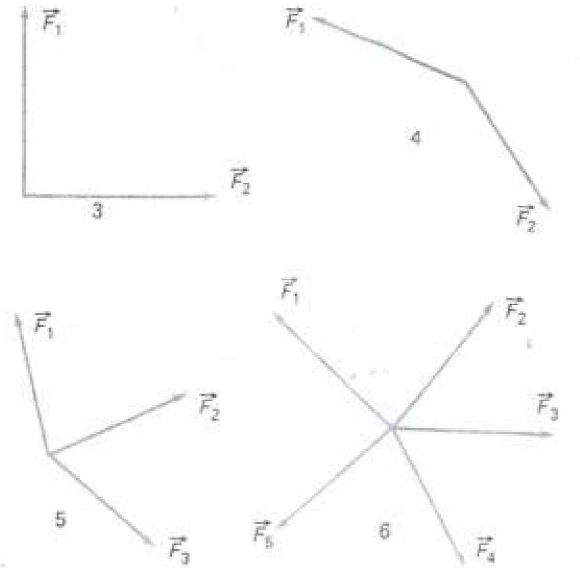


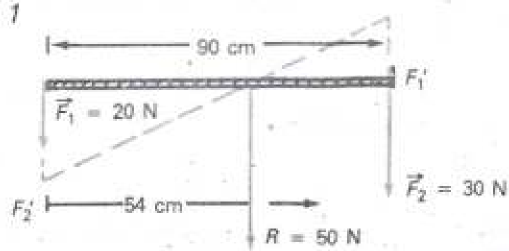
Fig. 5.10 Ejemplos de fuerzas concurrentes o angulares.

Cuando en forma gráfica se desean sumar dos fuerzas concurrentes, como los ejemplos del 1 al 4, se utiliza el método del paralelogramo. Para sumar más de dos fuerzas concurrentes, como en los ejemplos 5 y 6, se utiliza el método del polígono. (Ver en la unidad 3 la sección: Suma de dos o más vectores concurrentes.)

Fuerzas paralelas

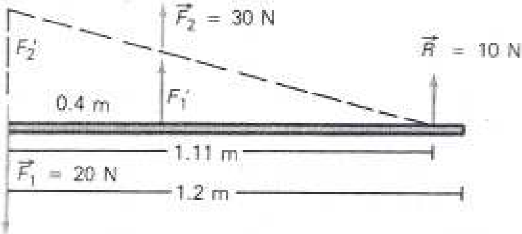
Si sobre un cuerpo rígido actúan dos o más fuerzas cuyas líneas de acción son paralelas, la resultante tendrá un valor igual a la suma de ellas con su línea de acción también paralela a las fuerzas, pero su punto de aplicación debe ser determinado con exactitud para que produzca el mismo efecto que las componentes. Veamos los siguientes ejemplos en los que se determinará en forma gráfica el punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas con igual y diferente sentido:

Caso 1



En la figura se tiene una barra de 90 cm de longitud, soportando una fuerza de 20 N y otra de 30 N. La resultante evidentemente es la suma de las dos fuerzas, o sea 50 N, pues actúan en forma paralela y con el mismo sentido. Para encontrar el punto donde debe actuar la resultante, se procede de la siguiente forma, tal como se ve en la figura: se traza una paralela de $\vec{F}_2$ sobre $\vec{F}_1$ en el mismo sentido (F_2'), después una paralela de $\vec{F}_1$ a partir del origen de $\vec{F}_2$ pero en sentido contrario (F_1'). Se traza una línea uniendo los extremos de F_1' y F_2' de tal forma que en el punto preciso en que la línea corta la barra, se tendrá el origen o punto de aplicación de la resultante a 54 cm de $\vec{F}_1$.

Caso 2



En la barra cuya longitud es de 1.2 m actúa una fuerza de 20 N hacia abajo (F_1) y otra de 30 N hacia arriba (F_2), a una distancia de 0.4 m de $\vec{F}_1$. La resultante de las dos fuerzas es la suma de las mismas: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -20 \text{ N} + 30 \text{ N} = 10 \text{ N}$, como es positiva se traza verticalmente hacia arriba.

Para encontrar el punto donde debe actuar la resultante, se procede de la siguiente forma: se traza una paralela de $\vec{F}_2$ con su mismo sentido a partir del punto de origen de $\vec{F}_1$ (F_2'), después una paralela de $\vec{F}_1$ pero con sentido contrario a partir del punto de origen de $\vec{F}_2$ (F_1'). Se traza una línea uniendo los extremos de F_1' y F_2', de tal forma que en el punto preciso en que la línea corta la barra se tiene el origen o punto de aplicación de la resultante a 1.11 m de $\vec{F}_1$.

El método analítico para encontrar el punto de aplicación de la resultante lo veremos más adelante en la parte correspondiente a la resolución de problemas.

Par de fuerzas

Se produce un par de fuerzas cuando dos fuerzas paralelas de la misma magnitud pero de sentido contrario actúan sobre un cuerpo. Su resultante es igual a cero y su punto de aplicación está en el centro de la línea que une a los puntos de aplicación de las fuerzas componentes. No obstante que la resultante es cero, un par de fuerzas produce siempre un movimiento de rotación, tal como sucede con el volante de un automóvil (figura 5.11).

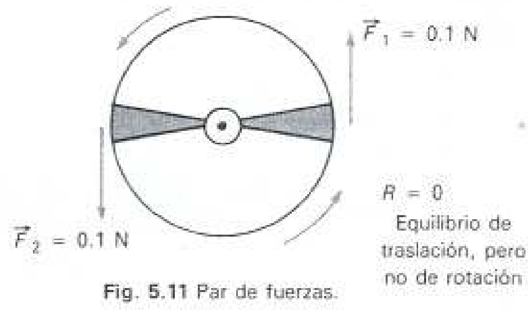


Fig. 5.11 Par de fuerzas.

La resultante es igual a la suma de las dos fuerzas: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0.1 \text{ N} + (-0.1 \text{ N}) = 0$. Sin embargo, todos sabemos que el volante gira; y la razón es que los efectos que una fuerza provoca en un movimiento de rotación, depende del punto donde se aplique. Una mayor explicación la tendremos al leer las tres siguientes secciones.

Momento de una fuerza

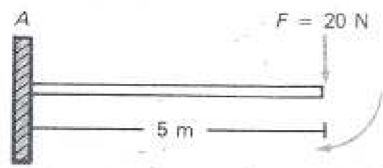
El momento de una fuerza, también llamado torca (torcer), se define como la capacidad que tiene una fuerza para hacer girar un cuerpo. También se puede definir como la intensidad con que la fuerza, actuando sobre un cuerpo, tiende a comunicarle un movimiento de rotación.

El valor del momento de una fuerza (M) se calcula multiplicando el valor de la fuerza aplicada (F) por el brazo de la palanca (r), donde:

$$M = Fr$$

Para comprender mejor el significado físico del momento de una fuerza, observemos las siguientes figuras:

1.



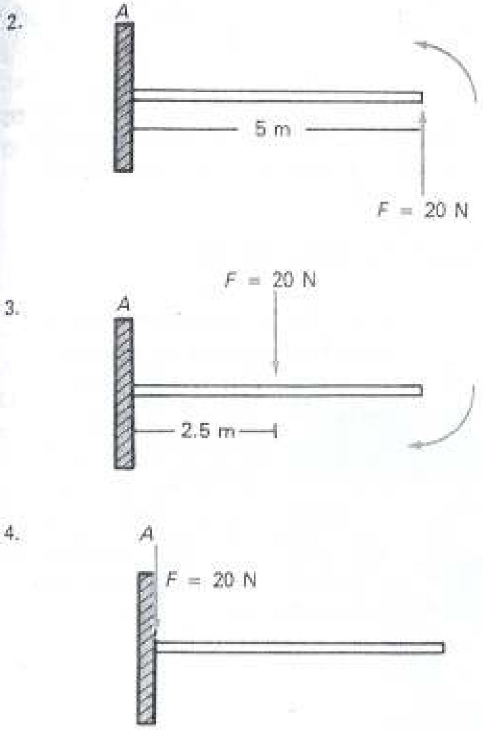


Fig. 5.12 Ejemplos de momentos de una fuerza.

1. $M = Fr = -20 \text{ N} \times 5 \text{ m} = -100 \text{ Nm}$
2. $M = Fr = 20 \text{ N} \times 5 \text{ m} = 100 \text{ Nm}$
3. $M = Fr = -20 \text{ N} \times 2.5 \text{ m} = -50 \text{ Nm}$
4. $M = Fr = 20 \text{ N} \times 0 = 0$

En los cuatro casos tenemos una viga con una longitud de 5 metros, dicha viga recibe la misma fuerza a diferentes distancias del punto de apoyo *A* excepto en el 1 y 2 en los que la distancia del punto de apoyo en la cual se aplica la fuerza es la misma, es decir, tienen igual su brazo de palanca. Como se observa, la magnitud del momento de la fuerza en el caso 1 es igual a la magnitud del momento de la fuerza en el caso 2, lo que es diferente en su efecto, pues mientras en el caso 1 el momento es negativo, en el caso 2 es positivo. Esto se debe a que por convención se considera que el momento de una fuerza es positivo cuando su tendencia es hacer girar a un cuerpo en sentido contrario al giro de las manecillas de un reloj, y negativo cuando la tendencia de la fuerza aplicada es hacer girar al cuerpo en sentido de las manecillas del reloj. Tales son los casos 2 y 1 respectivamente.

En el caso 3 se aplica la misma fuerza a la viga de 5 m de longitud, pero la fuerza de 20 N está aplicada a una distancia de 2.5 m del punto de apoyo, es decir, se ha reducido su brazo de palanca a la mitad. Por tal motivo, su momento es ahora la mitad y con signo negativo, toda vez que tiende a hacer girar a la viga en el mismo sentido de las manecillas de un reloj.

Finalmente, en el caso 4 la fuerza se está aplicando exactamente en el punto de apoyo de la viga, por lo que, no obstante que la fuerza sigue siendo la misma (20 N), su brazo de palanca es cero y no tiene ninguna capacidad para hacer girar a la viga, por tanto su momento es nulo.

Por todo lo anterior, podemos concluir que el momento de una fuerza es una magnitud vectorial cuya dirección es perpendicular al plano en que se realiza la rotación del cuerpo y su sentido dependerá de cómo se realice ésta.

Centro de gravedad, centroide y centro de masa

El centro de gravedad de un cuerpo es el punto donde se encuentra aplicada la resultante de la suma de todas las fuerzas gravitatorias que actúan sobre cada una de las partículas del mismo. Si el cuerpo es simétrico y homogéneo la resultante de todas las fuerzas gravitatorias se localizará en el centro geométrico. Si se suspende un cuerpo de su centro de gravedad queda en completo equilibrio, tanto de traslación como de rotación. Si un cuerpo no es simétrico, como es el caso de un bate de beisbol o el de una piedra, su centro de gravedad puede encontrarse fácilmente si se suspende el cuerpo en dos puntos diferentes. El cruce de las dos líneas que sucesivamente ocupan la posición vertical, es el centro de gravedad.

Por centroide se entiende el punto donde estaría el centro de gravedad, si el espacio vacío fuera ocupado por un cuerpo. Por ejemplo, un cuadrado tiene centroide, pero un pedazo de madera cuadrangular tiene centro de gravedad, lo mismo sucede con un tubo metálico, éste tiene centroide pero una barra metálica cilíndrica presenta centro de gravedad.

El centro de masa de un cuerpo se localiza en aquel punto en el cual para cualquier plano que

pasa por él los momentos de las masas a un lado del plano son iguales a los momentos de las masas del otro lado.

Con base en su centro de gravedad un cuerpo puede tener un equilibrio estable, inestable o indiferente. Para que un cuerpo apoyado esté en equilibrio se requiere que la línea de acción de su peso, o sea, la vertical que pasa por su centro de gravedad, pase también por su base de apoyo (figura 5.13).

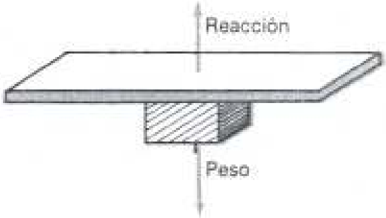


Fig. 5.13 En el dibujo se muestra un cuerpo que está en equilibrio porque en el apoyo se produce una reacción con la misma magnitud y dirección que el peso, pero con sentido contrario.

Cuando la vertical del centro de gravedad no pasa por el apoyo, el peso y la reacción dejan de ser colineales y se transforman en un par de fuerzas con su correspondiente momento de rotación, ocasionando que el cuerpo gire o caiga.

Un cuerpo está en equilibrio estable cuando al moverlo vuelve a ocupar la posición que tenía debido al efecto de la fuerza de gravedad. Cuando se mueve, su centro de gravedad sube, por ello trata de regresar a su posición inicial.

Un cuerpo tiene equilibrio inestable cuando al moverlo baja su centro de gravedad, por lo que trata de alejarse de su posición inicial buscando tener un equilibrio estable.

El equilibrio de un cuerpo es indiferente cuando en cualquier posición su centro de gravedad se mantiene a la misma altura, por lo cual no trata de conservar su posición original ni alejarse de ella.

Estable Inestable Indiferente

Fig. 5.14 Ejemplos de los tres tipos de equilibrio.

En general, la estabilidad de un cuerpo apoyado sobre su base aumenta a medida que es mayor la superficie de sustentación y disminuye al ser mayor la altura de su centro de gravedad. Por ello, los autos de carreras tienen su centro de gravedad lo más bajo posible para una mayor estabilidad.

Condiciones de equilibrio

Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento puede estar desplazándose de un punto a otro, girando sobre su propio eje, o bien, realizando ambos movimientos. Por ejemplo, cuando vemos pasar un autobús, los pasajeros efectúan un movimiento de traslación, pero las ruedas efectúan un movimiento de rotación y de traslación. En general, cualquier movimiento por complejo que sea puede ser reducido para su estudio a los dos tipos de movimiento señalados: de traslación o de rotación.

Primera condición de equilibrio

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo en equilibrio, ya sea que se encuentre en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton, le provocará una aceleración, misma que será mayor mientras mayor sea la fuerza. Por tanto para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación la fuerza neta o resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él deben ser igual a cero. En otras palabras, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en el eje de las ordenadas y en el eje de las abscisas debe ser cero.

Con lo anteriormente expuesto podemos establecer la primera condición de equilibrio que nos dice: para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero.

$$\vec{R} = 0$$

o sea:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \qquad \Sigma \vec{F}_y = 0$$

En los siguientes ejemplos, se muestran varios casos de equilibrio:

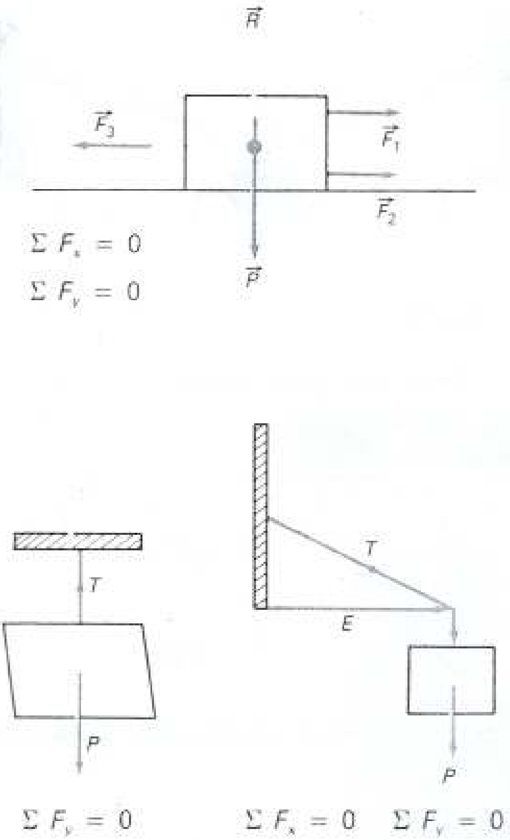


Fig. 5.15 Ejemplos de equilibrio de traslación.

Segunda condición de equilibrio

Un cuerpo puede encontrarse en equilibrio de traslación si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es cero. Sin embargo, puede estar girando sobre su propio eje, como fue señalado en la sección: Par de fuerzas, debido al efecto que le produce un par de fuerzas. Así, la rotación del volante de un automóvil se debe a la capacidad que tiene cada fuerza para hacerlo girar y como tanto la fuerza $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ lo hacen girar en el mismo sentido, sus momentos no se neutralizan (figura 5.1).

Para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación, debe cumplirse la segunda condición que dice: para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación, la suma de los momentos o torcas de las fuerzas que actúan sobre él respecto a cualquier punto debe ser igual a cero

$$\Sigma M = 0$$

En los siguientes ejemplos tenemos varios casos de equilibrio de rotación:

$\Sigma M = 0$

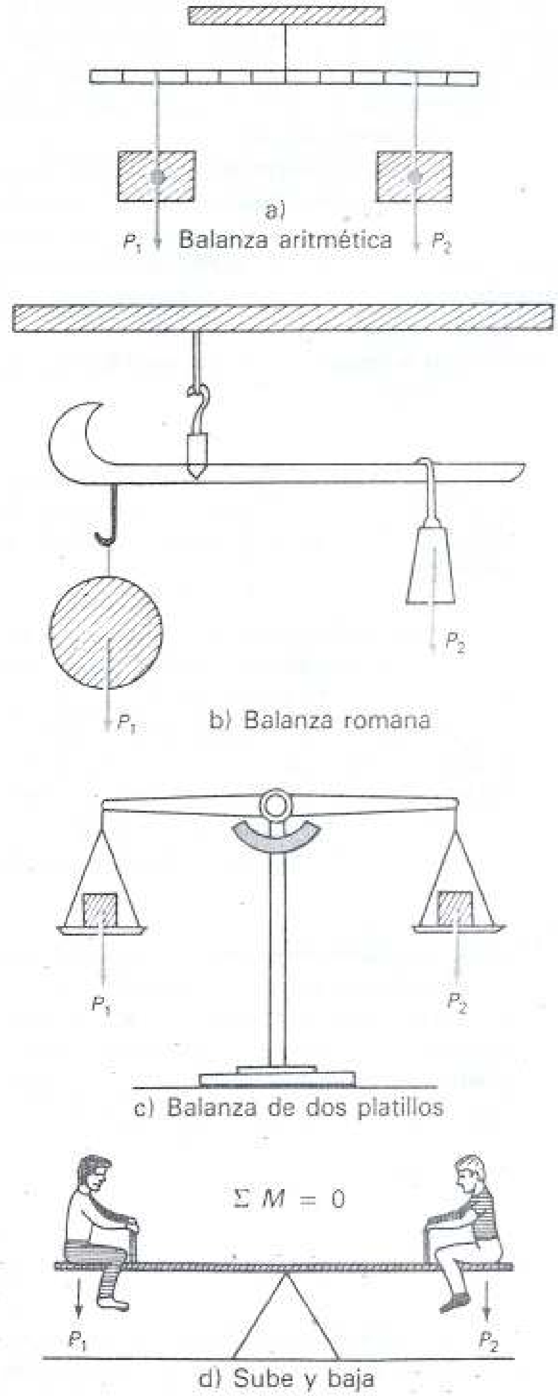


Fig. 5.16 Ejemplos de equilibrio de rotación.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE EQUILIBRIO. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Para resolver problemas de equilibrio de los cuerpos es importante aislarlos unos de otros, ello permite hacer un análisis de las fuerzas conocidas que actúan sobre un cuerpo, así como de las que se desconocen y se desea calcular.

Cuando se aísla un cuerpo sobre él aparecen únicamente las fuerzas externas que soporta, las cuales son ocasionadas por tener contacto con otros cuerpos o por atracción gravitacional. Este procedimiento gráfico para aislar un cuerpo recibe el nombre de diagrama de cuerpo libre.

Los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre son:

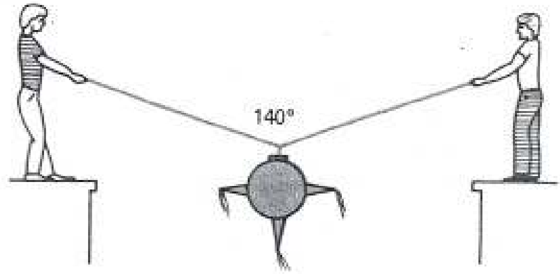
1. Hacer un dibujo que represente claramente el problema que se desea resolver (sólo si no se proporciona la figura; si aparece, siga con el paso 2).

2. Construya un diagrama de cuerpo libre sustituyendo por medio de fuerzas todo aquel efecto, que recibe el cuerpo, provocado por su contacto con otros cuerpos o por la fuerza gravitacional y que originan que se encuentre en equilibrio. Indique la magnitud, dirección y sentido de las fuerzas conocidas. Use símbolos para señalar las cantidades que se desconocen.

3. Haga un sistema de referencia utilizando ejes rectangulares y coloque al cuerpo en equilibrio en el origen del sistema de coordenadas.
4. Aplique las ecuaciones de equilibrio que necesite para encontrar las respuestas a las incógnitas buscadas. Dichas ecuaciones son:

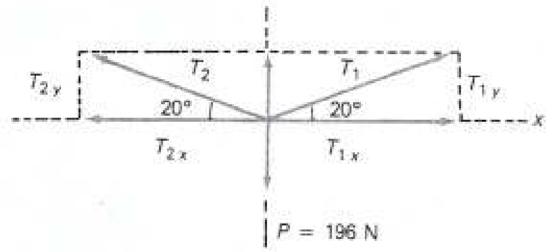
   1. $\Sigma F_x = 0$
   2. $\Sigma F_y = 0$
   3. $\Sigma M = 0$

1. Dos niños sostienen una piñata cuyo peso es de 196 N, formando un ángulo de 140° con ambas cuerdas, como se ve en la figura. Calcular la fuerza aplicada por cada niño.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como el cuerpo está en equilibrio, tenemos que:

$$\Sigma F_x = 0 = T_{1x} + (-T_{2x})$$
$$\Sigma F_y = 0 = T_{1y} + T_{2y} - P$$

Sustituyendo:

$$\Sigma F_x = T_1 \cos 20° - T_2 \cos 20° = 0$$
$$\therefore \quad T_1 \cos 20° = T_2 \cos 20°$$
$$T_1 = T_2$$

$$\Sigma F_y = T_1 \text{ sen } 20° + T_2 \text{ sen } 20° - 196 \text{ N} = 0$$

$$\therefore \quad T_1 \text{ sen } 20° + T_2 \text{ sen } 20° = 196 \text{ N}$$

como $T_1 = T_2 = T$

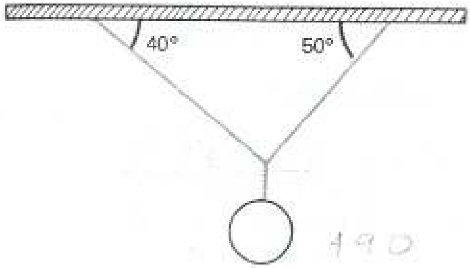
$$2\,T \text{ sen } 20° = 196 \text{ N}$$

$$T = \frac{196 \text{ N}}{2 \text{ sen } 20°} = \frac{196 \text{ N}}{2 \times 0.3420} = 286.54 \text{ N}$$

Donde la fuerza aplicada por cada niño es de 286.54 N

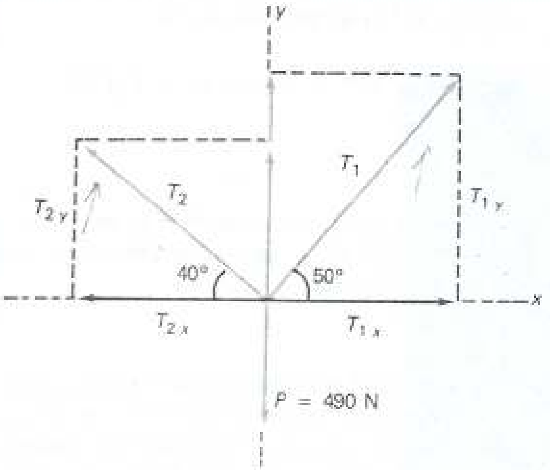
2. Un cuerpo de 490 N se encuentra suspendido del techo por medio de dos cuerdas como se ve en

la figura. Determine la tensión en cada una de ellas.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como el cuerpo está en equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 = T_{1x} + (-T_{2x})$$
$$\Sigma F_y = 0 = T_{1y} + T_{2y} + (-P)$$

Sustituyendo:

$$\Sigma F_x = T_1 \cos 50° - T_2 \cos 40° = 0$$
$$\therefore \quad T_1\, 0.6428 = T_2\, 0.7660$$
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{0.7660}{0.6428} = 1.192$$

Despejando a T_1 tenemos:

$$T_1 = T_2\, 1.192$$

Para encontrar los valores de T_1 y T_2, trabajaremos con la suma de fuerzas en eje y:

$$\Sigma F_y = T_1 \text{ sen } 50° + T_2 \text{ sen } 40° - 490 \text{ N} = 0$$
$$\therefore \quad T_1\, 0.7660 + T_2\, 0.6428 = 490 \text{ N}$$

Como desconocemos T_1 y T_2, expresamos en esta última ecuación a T_1 en términos de T_2, esto es:

$$T_1 = T_2\, 1.192$$
$$\therefore T_2\, 1.192 \times 0.7660 + T_2\, 0.6428 = 490 \text{ N}$$

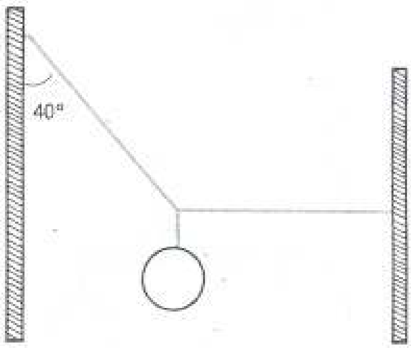
Como T_2 es factor común tenemos:

$$T_2\,(1.192 \times 0.7660 + 0.6428) = 490 \text{ N}$$
$$T_2\,(0.9131 + 0.6428) = 490 \text{ N}$$
$$T_2 = \frac{490 \text{ N}}{1.5559} = 314.93 \text{ N}$$

como $T_1 = T_2\, 1.192$

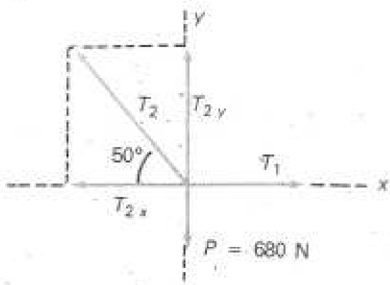
$$T_1 = 314.93 \text{ N} \times 1.192 = 375.39 \text{ N}$$

3. Un cuerpo de 680 N está sujeto por dos cuerdas, como se ve en la figura. Calcular la tensión en cada una de ellas.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como el cuerpo está en equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 = T_1 - T_{2x}$$
$$\Sigma F_y = 0 = T_{2y} - P$$

Sustituyendo:

$$\Sigma F_x = T_1 - T_2 \cos 50° = 0$$
$$\therefore \quad T_1 = T_2 \cos 50°$$

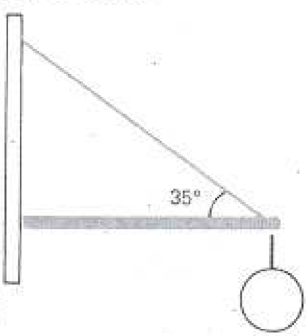
Para encontrar T_1 y T_2 tenemos que trabajar con la suma de fuerzas en el eje de las y:

$$\Sigma F_y = T_2 \text{ sen } 50° - 680 \text{ N} = 0$$
$$\therefore T_2 \text{ sen } 50° = 680 \text{ N}$$
$$T_2 = \frac{680 \text{ N}}{0.7660} = 887.73 \text{ N}$$

Sustituyendo este valor en T_1 tenemos:

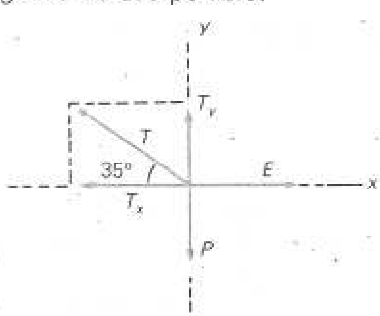
$$T_1 = T_2 \cos 50° = 887.73 \text{ N} \times 0.6428$$
$$= 570.63 \text{ N}$$

4. Un cuerpo cuyo peso es de 500 N está suspendido de una armadura, como se ve en la figura. Determinar el valor de la tensión de la cuerda y el empuje de la barra.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como el cuerpo está en equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 = E + (-T_x)$$
$$\Sigma F_y = 0 = T_y + (-P)$$

Sustituyendo:

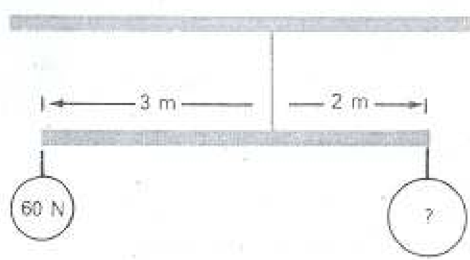
$$\Sigma F_x = E - T \cos 35° = 0$$
$$\therefore \quad E = T \cos 35°$$
$$\Sigma F_y = T \text{ sen } 35° - P = 0$$
$$\therefore \quad T \text{ sen } 35° = P$$
$$T = \frac{P}{\text{sen } 35°} = \frac{500 \text{ N}}{0.5736} = 871.68 \text{ N}$$

Sustituyendo el valor de la tensión para encontrar el del empuje tenemos:

$$E = T \cos 35° = 871.68 \text{ N} \times 0.8192$$
$$= 714.08 \text{ N}$$

5. Sobre una barra uniforme de 5 m se coloca un peso de 60 N a 3 m del punto de apoyo como se ve en la figura.
Calcular:

a) El peso que se debe aplicar en el otro extremo para que la barra quede en equilibrio.
b) La tensión que soporta el cable que sujeta la barra. Considere despreciable el peso de la barra.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:

a) Para que el cuerpo esté en equilibrio de traslación y de rotación tenemos que:

$$\Sigma F = 0 = T + (-P_1) + (-P_2) \ldots (1)$$
$$\Sigma M_0 = 0 = M_{p_1} + (-M_{p_2}) = 0 \ldots (2)$$

Sustituyendo en la ecuación 1:

$$\Sigma F = T - 60 \text{ N} - P_2 = 0$$
$$\therefore \quad T = 60 \text{ N} + P_2$$

b) Para calcular el valor de la tensión debemos conocer el peso que equilibrará al sistema, de donde al sustituir en la ecuación 2:

$$\Sigma M_0 = P_1 r_1 - P_2 r_2 = 0$$
$$\therefore \quad P_1 r_1 = P_2 r_2$$

$$P_2 = \frac{P_1 r_1}{r_2} = \frac{60 \text{ N} \times 3 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 90 \text{ N}$$

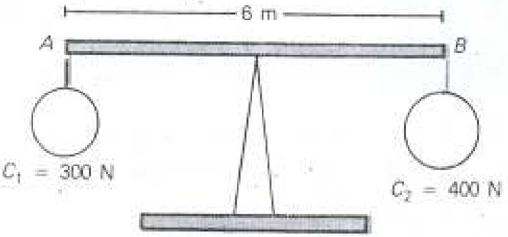
Por tanto, el peso que equilibra es de 90 N y la tensión del cable es:

$$T = P_1 + P_2 = 60 \text{ N} + 90 \text{ N} = 150 \text{ N}$$

6. Una viga uniforme de peso despreciable soporta dos cargas como se ve en la figura.

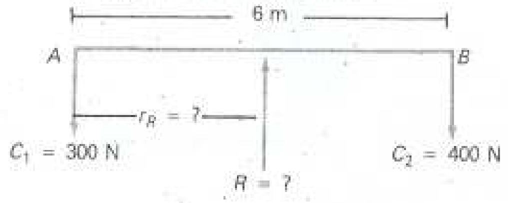
Calcular:

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza de reacción (R) que se ejerce para equilibrar a la viga?
b) ¿Dónde debe colocarse la fuerza de reacción respecto al punto A?



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



a) Para que el cuerpo esté en equilibrio:

$$\Sigma F = 0 = R + (-C_1) + (-C_2) \ldots (1)$$
$$\Sigma M_A = 0 = R r_R + (-C_2 r_{C_2}) \ldots (2)$$

Sustituyendo en 1:

$$\Sigma F = R - 300 \text{ N} - 400 \text{ N} = 0$$
$$\therefore \quad R = 700 \text{ N}$$

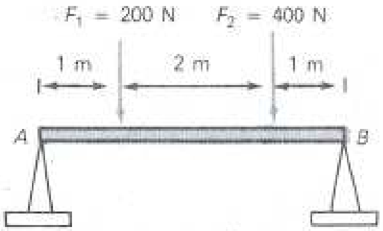
b) Sustituyendo en 2 y tomando momentos respecto al punto A:

$$\Sigma M_A = 700 \text{ N } r_R - 400 \text{ N } 6 \text{ m} = 0$$
$$\therefore \quad 700 \text{ N } r_R = 400 \text{ N } 6 \text{ m}$$

$$r_R = \frac{400 \text{ N } 6 \text{ m}}{700 \text{ N}} = 3.43 \text{ m}$$

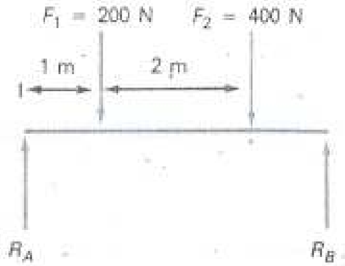
Por tanto, la reacción tiene un valor de 700 N, que equivale a la suma de las dos cargas y queda colocada a 3.43 m del punto A.

7. Una viga de 4 m de longitud soporta dos cargas, una de 200 N y otra de 400 N, como se ve en la figura. Determinar los esfuerzos de reacción a que se encuentran sujetos los apoyos, considerar despreciable el peso de la viga.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Para que la viga esté en equilibrio de traslación y de rotación tenemos que:

$$\Sigma F = 0 = R_A + R_B + (-F_1) + (-F_2) = 0 \ldots (1)$$

$$\Sigma M_A = 0 = R_B \times 4\text{ m} + (-F_2 \times 3\text{ m}) + (-F_1 \times 1\text{ m}) = 0 \ldots (2)$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2, donde se consideran los momentos respecto al punto A tenemos:

$$\Sigma M_A = R_B \times 4\text{ m} - 400\text{ N} \times 3\text{ m} - 200\text{ N} \times 1\text{ m} = 0$$

$$\Sigma M_A = R_B \times 4\text{ m} - 1200\text{ Nm} - 200\text{ Nm} = 0$$

$$\therefore \quad R_B \times 4\text{ m} = 1400\text{ Nm}$$

$$R_B = \frac{1400\text{ Nm}}{4\text{ m}} = 350\text{ N}$$

Para calcular la reacción en el apoyo A se hace lo mismo, pero ahora tomando momentos respecto al punto B; toda vez que cuando un cuerpo está en equilibrio la suma de sus momentos en cualquier punto es igual a cero, por lo que $\Sigma M_B = 0$. Sin embargo, es más sencillo calcular la reacción en B partiendo de la ecuación 1, misma que al sustituir valores queda:

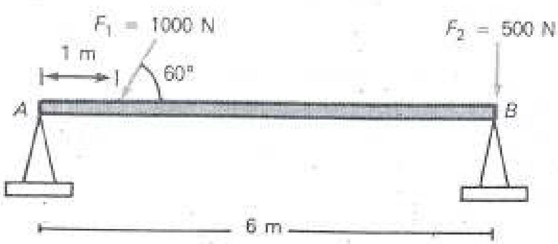
$$\Sigma F = R_A + 350\text{ N} - 200\text{ N} - 400\text{ N} = 0$$

$$\therefore \quad R_A + 350\text{ N} = 600\text{ N}$$

$$R_A = 600\text{ N} - 350\text{ N} = 250\text{ N}$$

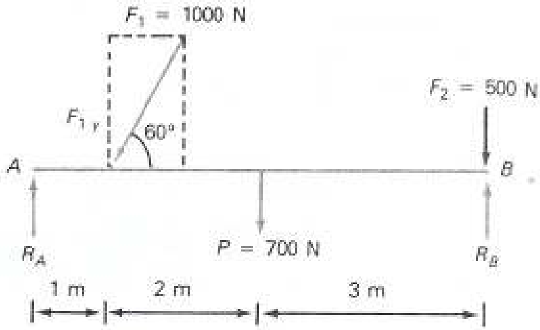
Como se observa, la suma de $R_A + R_B$, es igual a 600 N, valor igual a las fuerzas que soportan: $F_1 + F_2 = 600$ N.

8. Una viga de 6 m de longitud, cuyo peso es de 700 N, soporta una carga de 1000 N que forma un ángulo de 60° y otra de 500 N, como se ve en la figura. Determinar la reacción en el apoyo A y B.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como la fuerza F_1 forma un ángulo de 60° respecto al eje horizontal debemos calcular el valor de su componente rectangular sobre el eje vertical, pues es la única que tiene capacidad de hacer girar al cuerpo debido a que la componente rectangular horizontal tiene su línea de acción sobre el plano de la viga y, por tanto, su momento es igual a cero. Por otra parte, el peso de la viga se considera concentrado en su centro de gravedad, esto es, a la mitad de su longitud. Al aplicar las condiciones de equilibrio tenemos:

$$\Sigma F = 0 = R_A + R_B + (-F_{1y}) + (-P) + (-F_2) \ldots (1)$$

$$\Sigma M_A = 0 = R_B \times 6\text{ m} + (-F_2 \times 6\text{ m}) + (-P \times 3\text{ m}) + (-F_{1y} \times 1\text{ m}) \ldots (2)$$

Sustituyendo valores en la ecuación 2:

$$\Sigma M_A = R_B \times 6\text{ m} - 500\text{ N} \times 6\text{ m} - 700 \times 3\text{ m} - 1000\text{ N sen } 60° \times 1\text{ m} = 0$$

$$\Sigma M_A = R_B \times 6\text{ m} - 3000\text{ Nm} - 2100\text{ Nm} - 866\text{ Nm} = 0$$

$$\Sigma M_A = R_B \times 6\text{ m} - 5966\text{ Nm} = 0$$

$$\therefore \quad R_B \times 6\text{ m} = 5966\text{ Nm}$$

$$R_B = \frac{5966\text{ Nm}}{6\text{ m}} = 994.33\text{ N}$$

Para calcular R_A sustituimos el valor de R_B en la ecuación 1:

$$\Sigma F = R_A + 994.33\text{ N} - 1000\text{ N} \times 0.866 - 700\text{ N} - 500\text{ N} = 0$$

$$\Sigma F = R_A + 994.3\text{ N} - 2066\text{ N} = 0$$

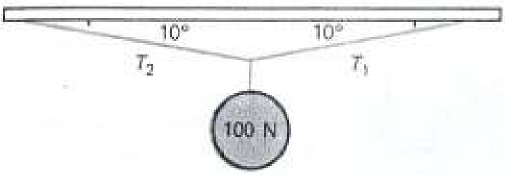
$$\therefore \quad R_A + 994.3\text{ N} = 2066\text{ N}$$

$$R_A = 2066\text{ N} - 994.3\text{ N} = 1071.7\text{ N}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Encontrar la tensión que soporta cada una de las cuerdas que sostienen diferentes pesos de acuerdo con las siguientes figuras:

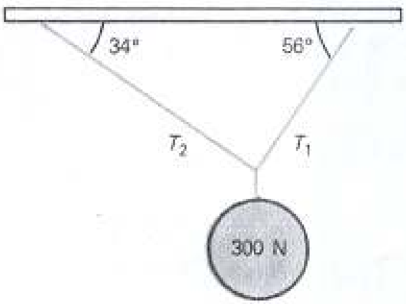
a)



Respuesta:

$$T_1 = T_2 = 288.02\text{ N}$$

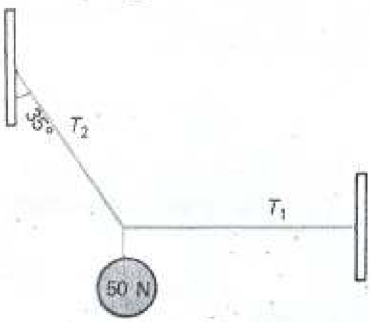
b)



Respuestas:

$$T_1 = 248.71\text{ N}$$
$$T_2 = 167.77\text{ N}$$

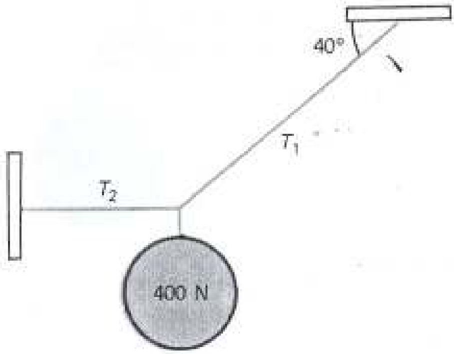
c)



Respuestas:

$$T_1 = 35\text{ N}$$
$$T_2 = 61.03\text{ N}$$

d)

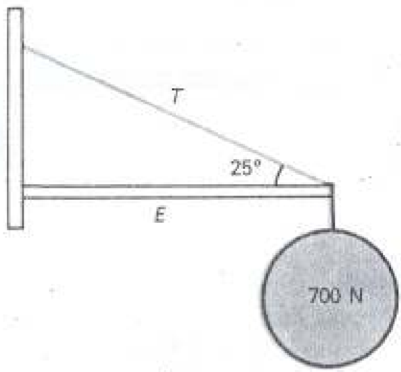


Respuestas:

$$T_1 = 622.28\text{ N}$$
$$T_2 = 476.67\text{ N}$$

2. Calcular el valor de la tensión y el empuje de la barra en las siguientes armaduras:

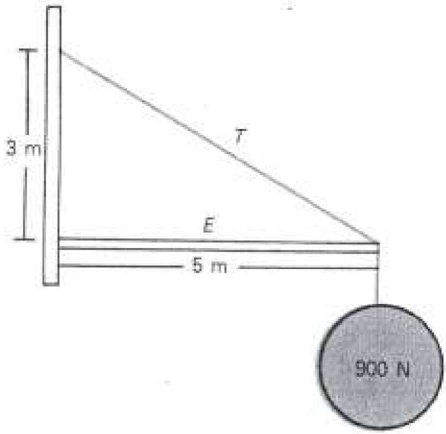
a)



Respuestas:

$$T = 1656.02\text{ N}$$
$$E = 1500.85\text{ N}$$

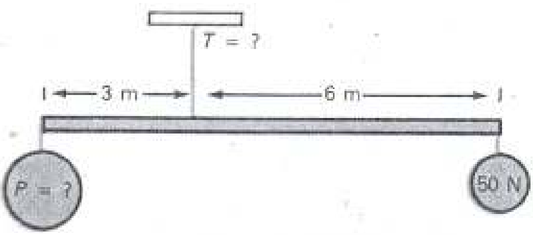
b)



Respuestas:

$\measuredangle = 31°$
$T = 1747.57$ N
$E = 1498.02$ N

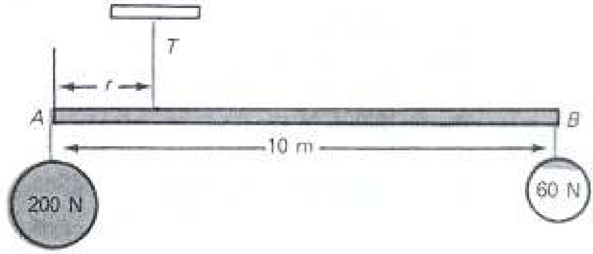
3. Calcule el valor del peso que se debe aplicar para que la barra quede en equilibrio y determinar el valor de la tensión en la cuerda que sujeta a la barra, si el peso de ésta es despreciable:



Respuestas:

$P = 100$ N
$T = 150$ N

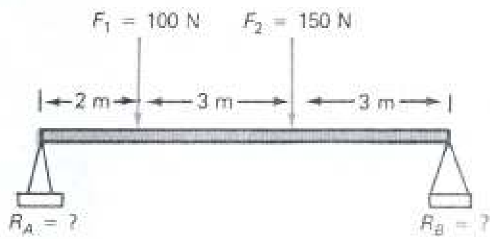
4. Calcular la tensión en la cuerda que sostiene a la siguiente viga y a qué distancia se encuentra del punto A. Considere despreciable el peso de la viga.



Respuestas:

$T = 260$ N
$r = 2.307$ m

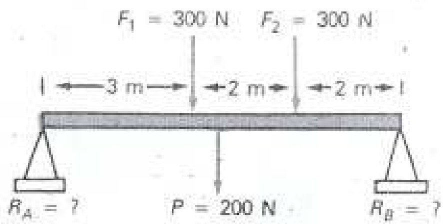
5. Encontrar los esfuerzos de reacción a que se encuentran sujetos los apoyos en la siguiente viga. Considere despreciable el peso de la viga.



Respuestas:

$R_A = 131.25$ N
$R_B = 118.75$ N

6. Encontrar los esfuerzos de reacción en cada uno de los apoyos en la siguiente viga, misma que tiene un peso de 200 N.



Respuestas:

$$R_A = 357.14\ \text{N}$$
$$R_B = 442.86\ \text{N}$$

7. Calcular la reacción en el apoyo *A* y *B* de la siguiente viga, cuyo peso es de 400 N.

Respuestas:

$$R_A = 242.9\ \text{N}$$
$$R_B = 294.7\ \text{N}$$

5 FRICCION

Siempre que se quiere desplazar un cuerpo que está en contacto con otro se presenta una fuerza llamada fricción que se opone a su deslizamiento.

La fricción es una fuerza tangencial, paralela a las superficies que están en contacto. Existen dos clases de fuerza de fricción: estática y dinámica o de movimiento.

La fuerza de fricción estática es la reacción que presenta un cuerpo en reposo oponiéndose a su deslizamiento sobre otra superficie.

La fuerza de fricción dinámica tiene un valor igual a la que se requiere aplicar para que un cuerpo se deslice a velocidad constante sobre otro.

La fuerza de fricción estática será en cualquier situación un poco mayor que la de fricción dinámica, ya que se requiere aplicar más fuerza para lograr que un cuerpo inicie su movimiento, que la necesaria para que lo conserve después a velocidad constante.

Un experimento sencillo para estudiar las características de la fricción consiste en colocar sobre una mesa horizontal un bloque de peso conocido, al cual se le ata un hilo, mismo que tiene en su otro extremo un dinamómetro, como se ve en la figura 5.17.

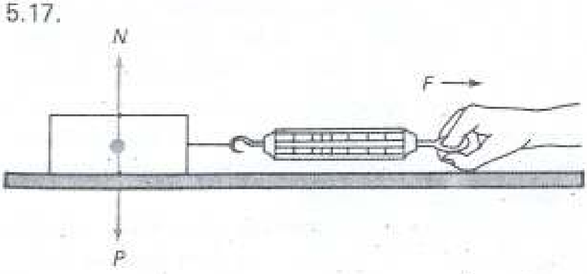


Fig. 5.17 Experimento para estudiar la fricción.

Se jala poco a poco el dinamómetro y se observa que la fuerza aplicada por la mano va aumentando hasta que llega un momento en que si se incrementa un poco más, el bloque comenzará a deslizarse sobre la superficie. Por tanto, observamos que la fuerza de fricción estática no es constante, sino que a medida que jalamos el cuerpo aumenta. La fuerza máxima estática (*Fme*) se alcanza un instante antes de que el cuerpo inicie su deslizamiento.

Si le colocamos al bloque una pesa encima, cuyo valor sea igual al peso del bloque, tendremos que al aumentar el peso se ejercerá sobre la mesa una mayor acción y como reacción, el valor de la normal (*N*) será igual al peso del bloque más el de la pesa. Si ahora jalamos nuevamente el sistema bloque-pesa se observará que el dinamómetro señala una fuerza máxima estática al doble que cuando se tenía al bloque solo. Si se triplica el peso del bloque la normal también se triplicará y la fuerza máxima estática registrada en el dinamómetro señalará el triple.

Por lo anterior, podemos concluir que la fuerza máxima estática (*Fme*) es directamente proporcional a la fuerza normal que tiende a mantener unidas ambas superficies debido al peso, donde: $Fme \propto N$ que escrito en forma de ecuación nos queda:

$$Fme = \mu_e N$$

donde: Fme = fuerza máxima de fricción estática en newtons (N)

N = fuerza normal que tiende a mantener unidas las superficies en con-

tacto debido al peso en newtons (N)

μ_e = constante de proporcionalidad llamada coeficiente de fricción estático, sin unidades

Si de la ecuación anterior despejamos μ_e tenemos:

$$\mu_e = \frac{Fme}{N} \quad \text{(adimensional)}$$

Por definición, el coeficiente de fricción estático es la relación entre la fuerza máxima de fricción estática y la normal. Como se observa, es adimensional, o sea que carece de unidades, ya que es el resultado de dividir dos fuerzas.

Para estudiar ahora la fuerza de fricción dinámica (F_d) le quitamos las pesas al bloque a fin de registrar la fuerza que se necesita para moverlo con velocidad constante. Observaremos que la fuerza de fricción dinámica actuará siempre en la misma dirección pero en sentido contrario al movimiento del bloque, es decir, en sentido contrario a la velocidad, provocando una aceleración negativa y consecuentemente un frenado. Una vez iniciado el movimiento la fuerza de fricción dinámica se mantiene constante, independientemente de que la velocidad sea grande o pequeña. Si se aumenta el peso del bloque al doble y al triple se observa también que la fuerza de fricción dinámica es directamente proporcional a la normal entre las superficies, por lo que puede escribirse:

$$F_d = \mu_d N$$

donde: F_d = fuerza de fricción dinámica en newtons (N)

N = fuerza normal entre las superficies debido al peso en newtons (N)

μ_d = coeficiente de fricción dinámico, sin unidades

Al despejar a μ_d tenemos:

$$\mu_d = \frac{F_d}{N} \quad \text{(adimensional)}$$

Por definición, el coeficiente de fricción dinámico es la relación entre la fuerza de fricción dinámica y la fuerza normal que tiende a mantener unidas dos superficies. **Es adimensional.**

Al continuar con nuestro experimento podemos cambiar la superficie por la que se desliza el bloque, colocando un vidrio, una cartulina, una tela o una placa metálica. Observaremos que la fricción depende del grado de rugosidad de la superficie, es decir, que en las superficies lisas la fricción es menor.

Finalmente, apoyamos el bloque sobre una de sus caras de menor área y comprobaremos que la fuerza de fricción es prácticamente independiente de la superficie de deslizamiento, por tanto, obtendremos aproximadamente los mismos valores de la fuerza de fricción para un cuerpo que se desliza sobre una superficie plana, si es arrastrado por cualquiera de sus caras.

Ventajas y desventajas de la fricción

La fuerza de fricción se manifiesta en nuestra vida diaria prácticamente en todo momento, pues se presenta cuando caminamos, ya que sin la fricción de los zapatos con el suelo nos resbalaríamos. También gracias a la fricción es posible la escritura; sostener cualquier objeto con las manos; lavar pisos, paredes o ropa; frenar un vehículo, pues al aplicar el freno el roce de las balatas con el tambor de los neumáticos y el roce de éstos con el suelo permiten detenerlo si se desea; cuando llueve o cae granizo la fricción con el aire evita que las gotas de agua o los trozos de hielo caigan con más fuerza sobre nosotros; pulir metales, brillantes o pedrería para joyería; los meteoritos que penetran a nuestra atmósfera se desintegran por el calor producido al rozar con el aire, ello nos evita los graves riesgos a los que estaríamos expuestos si de repente cayera sobre nosotros una gran masa proveniente del espacio.

La fricción no siempre está ofreciéndonos ventajas, pues debido a ella se presentan los siguientes inconvenientes: se produce un considerable desgaste en la ropa, zapatos, neumáticos, piezas metálicas, pisos, alfombras, paredes, etc.; una gran parte de la energía suministrada a las máquinas se pierde por el calor no aprovechable que se produce por la fricción.

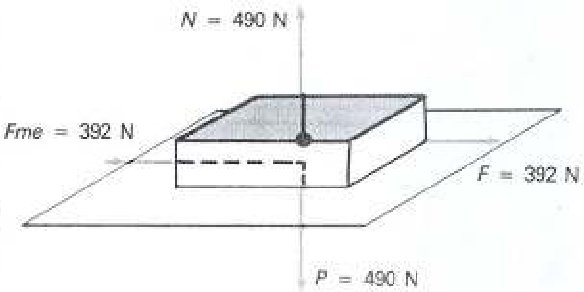
Actualmente, el hombre ha encontrado varias formas para reducir la fricción y para ello usa aceites, lubricantes, cojinetes de bolas o baleros, pues

el rozamiento es menor en superficies rodantes que en las deslizantes. Asimismo, emplea superficies lisas en lugar de rugosas.

De lo anterior podemos concluir que la fricción se puede aumentar o disminuir cuando sea conveniente.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE FRICCION

1. Un instante antes de que una viga de madera de 490 N comience a deslizarse sobre una superficie horizontal de cemento, se aplica una fuerza máxima de fricción estática de 392 N, como se ve en la figura. Calcular el coeficiente de fricción estático entre la madera y el cemento.



Datos

$P = N = 490$ N
$Fme = 392$ N
$\mu_e = ?$

Fórmula

$$\mu_e = \frac{Fme}{N}$$

Sustitución y resultado

$$\mu_e = \frac{392\ \text{N}}{490\ \text{N}} = 0.8$$

2. Para que un bloque de madera de 60 N iniciara su deslizamiento con una velocidad constante sobre una mesa de madera, se aplicó una fuerza de 21 N. Calcular el coeficiente de fricción dinámico entre las dos superficies.

Datos

$P = N = 60$ N
$F_d = 21$ N
$\mu_d = ?$

Fórmula

$$\mu_d = \frac{F_d}{N}$$

Sustitución y resultado

$$\mu_d = \frac{21\ \text{N}}{60\ \text{N}} = 0.35$$

3. Calcular la fuerza que se necesita aplicar a un cuerpo de 500 N para deslizarlo horizontalmente con una velocidad constante sobre una superficie cuyo coeficiente de fricción dinámico es de 0.4

Datos

$F = ?$
$P = 500$ N
$\mu_d = 0.4$

Solución:

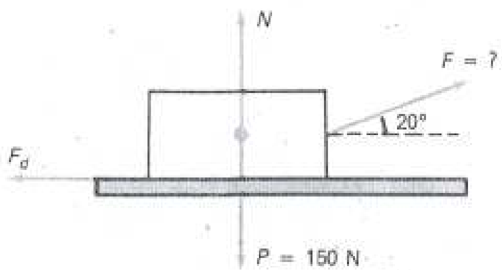
Como la fuerza que se requiere aplicar es de la misma magnitud que la fuerza de fricción dinámica pero de sentido contrario, tenemos que:

$$F_d = \mu_d N$$

donde:

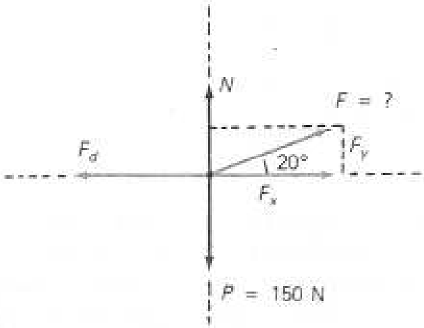
$$F_d = 0.4 \times 500\ \text{N} = 200\ \text{N}$$

4. Calcular la fuerza que se debe aplicar para deslizar al bloque de la siguiente figura a velocidad constante, si tiene un peso de 150 N y el coeficiente de fricción dinámico es de 0.3.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como se observa, la fuerza que se aplica al bloque tiene un ángulo de 20° respecto a la horizontal, por tal motivo su componente horizontal F_x es la que desplaza al bloque y tendrá un valor igual pero de sentido opuesto a la fuerza de fricción F_d. Por otra parte, la componente vertical de la fuerza, o sea, F_y, al actuar sobre el cuerpo con sentido hacia arriba contribuye a levantarlo reduciendo la fuerza de fricción entre las superficies, por lo que la fuerza normal será igual al peso del bloque menos la componente F_y de la fuerza. Si se resuelve tenemos:

$\Sigma F_x = F_x - F_d = 0 \ldots (1)$
$\Sigma F_y = N + (-P) + F_y = 0 \ldots (2)$

De la ecuación 1:

$F_x = F_d = \mu_d N \ldots (3)$

De la ecuación 2:

$N = P - F_y \ldots (4)$

Sustituyendo 4 en 3:

$F_x = \mu_d (P - F_y) \ldots (5)$

como: $F_x = F \cos 20° = F\, 0.9397 \ldots (6)$
$F_y = F \text{ sen } 20° = F\, 0.3420 \ldots (7)$

Sustituyendo 6 y 7 en 5:

$F\, 0.9397 = 0.3\,(150\text{ N} - F\, 0.3420)$
$F\, 0.9397 = 45\text{ N} - F\, 0.1$
$F\, 0.9397 + F\, 0.1 = 45\text{ N}$
$F\, 1.0397 = 45\text{ N}$

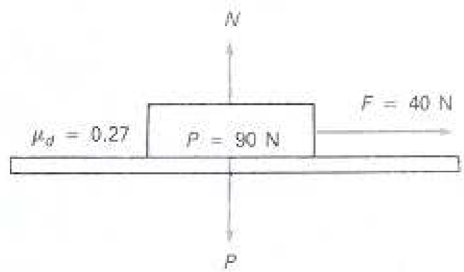
$$F = \frac{45\text{ N}}{1.0397} = 43.28\text{ N}$$

Donde la fuerza que se debe aplicar al bloque es de 43.28 N con un ángulo de 20° respecto a la horizontal para que se desplace con una velocidad constante.

5. Se aplica una fuerza de 40 N durante 5 segundos, sobre un bloque de 90 N para desplazarlo sobre una superficie horizontal, con un coeficiente de fricción dinámico de 0.27.

Calcular:

a) La aceleración del bloque.
b) La velocidad que llevará a los 5 segundos.
c) La distancia que recorre el bloque al cabo de los 5 segundos.



Datos

$F = 40$ N
$t = 5$ s
$P = 90$ N
$\mu_d = 0.27$
a) $a = ?$
b) $v_{5\,s} = ?$
c) $d_{5\,s} = ?$

Solución:

a) La aceleración que recibe el cuerpo se debe a la fuerza resultante (F_R) que actúa sobre él y cuyo valor es:

$F_R = F - F_d$
como $F_d = \mu_d N$
$F_R = 40\text{ N} - 0.27 \times 90\text{ N}$
$= 40\text{ N} - 24.3\text{ N} = 15.7\text{ N}$

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{F_R}{\frac{P}{g}} = \frac{15.7\text{ N}}{\frac{90\text{ N}}{9.8\text{ m/s}^2}} = 1.71\text{ m/s}^2$$

b) Como la aceleración es constante la velocidad a los 5 segundos será:

$$v = at = 1.71 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ s} = 8.55 \text{ m/s}$$

c) La distancia recorrida a los 5 segundos es:

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{1.71 \text{ m/s}^2 (5 \text{ s})^2}{2} = 21.38 \text{ m}$$

6. Una motocicleta cuyo peso es de 1800 N se mueve a una velocidad de 60 km/h. Al aplicar los frenos se detiene a una distancia de 25 m. Calcular la fuerza de fricción promedio que la detiene.

Datos

$P = 1800$ N
$v_0 = 60$ km/h
$d = 25$ m
$F = ?$

Solución:

Como las unidades deben estar en el mismo sistema de unidades convertimos la velocidad a m/s:

$$v_0 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 16.66 \text{ m/s}$$

La fuerza de fricción que detiene a la motocicleta es igual a:

$$F = ma$$

como $m = \dfrac{P}{g}$

$$F = \frac{P}{g} a \ldots (1)$$

Puesto que desconocemos el valor de la aceleración, la calculamos a partir de una de las ecuaciones usadas para la velocidad final, vista en la unidad 4, sección 9: Deducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V. para movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

$$v_f^2 = v_0^2 + 2\,ad$$

Cuando la motocicleta se detiene $v_f = 0$; donde: $0 = v_0^2 + 2\,ad$, despejando a la aceleración tenemos:

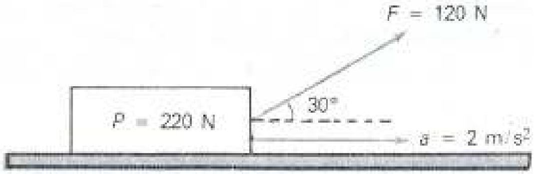
$$a = -\frac{v_0^2}{2\,d} = -\frac{(16.66 \text{ m/s})^2}{2 \times 25 \text{ m}} = -5.55 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo en la ecuación 1:

$$F = \frac{1800 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} \times -5.55 \text{ m/s}^2 = -1019.39 \text{ N}$$

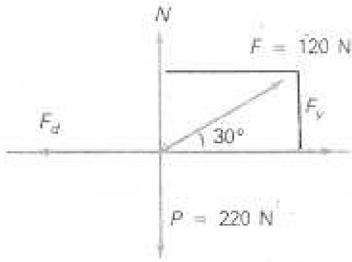
Por tanto, la fuerza de fricción promedio que detiene a la motocicleta es de 1019.39 N

7. Se aplica una fuerza de 120 N formando un ángulo de 30° con la horizontal sobre un bloque de 220 N, como se ve en la figura. Si el bloque adquiere una aceleración de 2 m/s², calcular el coeficiente de fricción dinámico.



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



Como el bloque recibe una aceleración de 2 m/s² es evidente que la fuerza resultante (F_R) que la provoca equivale a la diferencia entre la componente (F_x) de $F = 120$ N y la fuerza de fricción dinámica (F_d), donde:

$$\Sigma F_x = F_R = F_x - F_d = ma \ldots (1)$$

$$F_R = ma = \frac{P}{g} a = \frac{220 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} \times 2 \text{ m/s}^2 = 44.90 \text{ N}$$

$$F_x = F\cos 30° = 120\text{ N} \times 0.8660$$
$$= 103.92\text{ N}$$

como $F_R = F_x - F_d$

despejamos F_d:

$$F_d = F_x - F_R = 103.92\text{ N} - 44.90\text{ N}$$
$$= 59.02\text{ N}$$

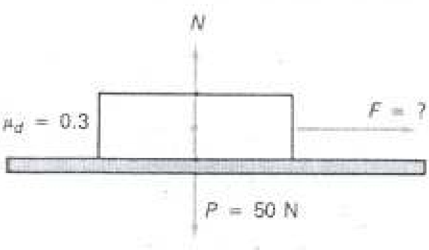
como $\mu_d = \dfrac{F_d}{N}$, tenemos que N vale:

$$N = P - F_y$$
$$= 220\text{ N} - 120\text{ N} \times \text{sen } 30°$$
$$= 220\text{ N} - 120\text{ N} \times 0.5$$
$$= 160\text{ N}$$
$$\therefore\ \mu_d = \frac{59.02\text{ N}}{160\text{ N}} = 0.369$$

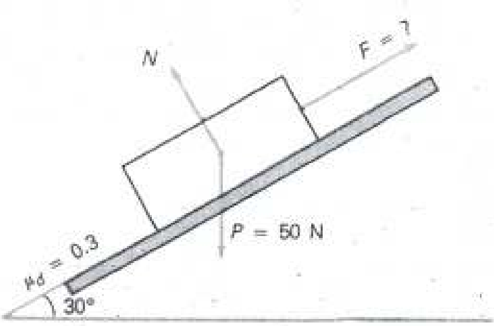
8. Un bloque de 50 N se desliza sobre una tabla existiendo un coeficiente de fricción dinámica de 0.3. Calcular la fuerza que se debe aplicar al bloque para que se mueva con una velocidad constante si:

a) La tabla se encuentra sobre una superficie horizontal [figura (a)].
b) La tabla forma un ángulo de 30° respecto al plano horizontal [figura (b)].

(a)



(b)



Solución:

a) Como la fuerza que se aplica para que el bloque se mueva a velocidad constante es igual a la fuerza de fricción dinámica, tenemos:

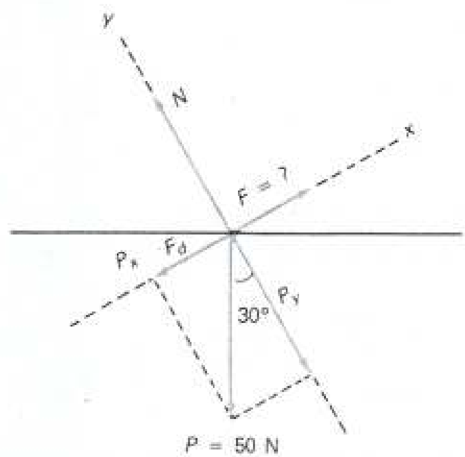
$$F = F_d = \mu_d N$$

Dado que el bloque está apoyado horizontalmente y la fuerza para moverlo es paralela al plano, el valor de la normal es igual al peso del bloque.

Sustituyendo tenemos:

$$F = F_d = 0.3 \times 50\text{ N} = 15\text{ N}$$

b) Diagrama de cuerpo libre:



Como se observa, el peso del bloque es una fuerza que actúa verticalmente sobre él y se descompone en dos fuerzas menores, una perpendicular al plano P_y y otra paralela a P_x. La fuerza normal que tiende a mantener unido el bloque a la tabla será igual y opuesta a la componente P_y del peso, ya que su componente P_x actúa paralelamente al plano oponiéndose al movimiento ascendente del bloque, tal como se opone la fuerza de fricción dinámica. Por tanto, de acuerdo con las ecuaciones de equilibrio tenemos:

$$\Sigma F_y = N + P_y = 0 \ldots (1)$$
$$\Sigma F_x = F + P_x + F_d = 0 \ldots (2)$$

El valor de las componentes del peso son:

$$P_x = P \text{ sen } 30° = 50 \text{ N} \times 0.5 = 25 \text{ N}$$
$$P_y = P \cos 30° = 50 \text{ N} \times 0.8660 = 43.3 \text{ N}$$

De acuerdo con la ecuación 1 tenemos:

$$N = P_y = 43.3 \text{ N}$$

Por tanto, la fuerza de fricción dinámica es:

$$F_d = \mu_d N = 0.3 \times 43.3 \text{ N} = 12.99 \text{ N}$$

Por lo que al sustituir valores en la ecuación 2 tenemos:

$$F + (-25 \text{ N}) + (-12.99 \text{ N}) = 0$$

$F = 37.99$ N (valor de la fuerza necesaria para que el bloque ascienda con una velocidad constante)

Nota: Si tuvo dificultad para comprender como se descompone el peso del cuerpo en un plano inclinado, consulte la sección 4: Relación entre el peso de un cuerpo y la fuerza de gravedad y descomposición del peso en un plano inclinado.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un bloque de madera de 20 N es jalado con una fuerza máxima estática de 12 N; al tratar de deslizarlo sobre una superficie horizontal de madera, ¿cuál es el coeficiente de fricción estático entre las dos superficies?

Respuesta:

$$\mu_e = 0.6$$

2. Se aplica una fuerza de 85 N sobre un cuerpo para deslizarlo a velocidad constante sobre una superficie horizontal. Si la masa del cuerpo es de 21.7 kg, ¿cuál es el coeficiente de fricción dinámico?

Respuesta:

$$\mu_d = 0.4$$

3. Se requiere mover un bloque de 30 N sobre una superficie horizontal a una velocidad constante, si el coeficiente de fricción dinámico es de 0.5, determine la fuerza que se necesita para moverlo y la aceleración que adquirirá el bloque si se le aplica el doble de la fuerza calculada.

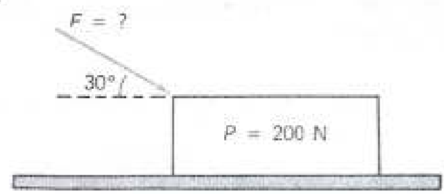
Respuestas:

$$F = 15 \text{ N}$$
$$a = 9.8 \text{ m/s}^2$$

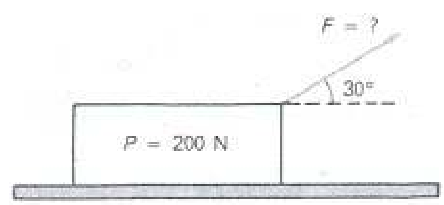
4. Calcular la fuerza que se debe aplicar para deslizar un bloque de 200 N con velocidad constante sobre una superficie con coeficiente de fricción igual a 0.4, al presentarse las siguientes situaciones:

a) Se empuja el bloque con un ángulo de 30° [figura (a)].
b) Se jala el bloque con un ángulo de 30° [figura (b)].

(a)



(b)



Respuestas:

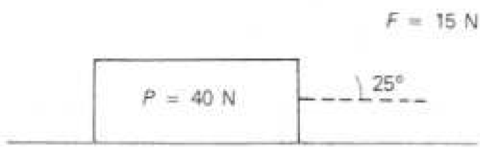
a) $F = 121.2$ N
b) $F = 75.05$ N

5. Un camión de carga cuyo peso es de 98 000 N viaja a una velocidad de 70 km/h, el conductor aplica los frenos y lo detiene a una distancia de 100 m. ¿Cuál es la fuerza de fricción promedio que lo detiene?

Respuesta:

$$F = 18\,900 \text{ N}$$

6. Sobre un bloque de 40 N se aplica una fuerza de 15 N formando un ángulo de 25° con la horizontal, como se ve en la figura. Si el bloque adquiere una aceleración de 1.5 m/s^2, calcular el coeficiente de fricción dinámico.



Respuesta:

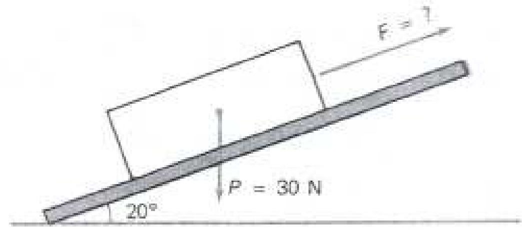
$$\mu_d = 0.22$$

7. Un bloque de 30 N se desliza sobre una tabla al existir un coeficiente de fricción dinámico de 0.4. Determinar la fuerza que se debe aplicar al bloque para que se mueva con una velocidad constante cuando:

a) La tabla se encuentra sobre una superficie horizontal [figura (a)].
b) La tabla forma un ángulo de 20° respecto al plano horizontal [figura (b)].

(a)

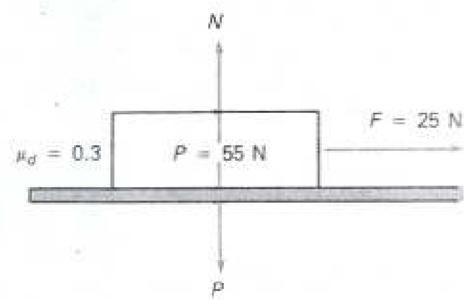
(b)



Respuestas:

a) $F = 12$ N
b) $F = 21.53$ N

8. Se aplica una fuerza de 25 N durante 4 segundos sobre un bloque de 55 N para desplazarlo en una superficie horizontal con un coeficiente de fricción dinámico de 0.3. Calcular la velocidad que adquiere el bloque a los 4 segundos y la distancia recorrida en ese tiempo.



Respuestas:

$v = 6.06$ m/s
$d = 12.112$ m

6 TRABAJO MECANICO

En nuestra vida diaria es muy común escuchar a alguien decir que le costó mucho trabajo encontrar tal o cual herramienta, prenda de vestir, libro, calle o cualquier otra cosa. De igual forma, se dice que triunfar en la vida, obtener un diploma y destacar como técnico especializado o profesional en alguna de las ramas del conocimiento humano, requiere esfuerzo, dedicación y trabajo constante. Pero entonces, ¿qué es trabajo? Si esta pregunta se la hacemos a diferentes personas nos encontraremos con una gran diversidad de respuestas, pues lo que para unos es trabajo para otros es una diversión, pasatiempo, objeto de estudio o tema de interés. Por fortuna desde el punto de vista de la Física, el

trabajo sólo tiene una interpretación y es la siguiente:

El trabajo es una magnitud escalar producido sólo cuando una fuerza mueve un cuerpo en su misma dirección. Su valor se calcula multiplicando la magnitud de la componente de la fuerza localizada en la misma dirección en que se efectúa el movimiento del cuerpo, por el desplazamiento que éste realiza.

$$T = F \cos \theta \, d$$

o bien:

$$T = Fd \cos \theta$$

donde: T = trabajo realizado en Nm = joule = J
$F \cos \theta$ = componente de la fuerza en la dirección del movimiento en newtons (N)
d = desplazamiento en metros (m)

Si la fuerza que mueve el cuerpo se encuentra totalmente en la misma dirección en que se efectúa el desplazamiento, el ángulo θ es igual a cero y el $\cos \theta = \cos 0° = 1$, donde el trabajo será igual a:

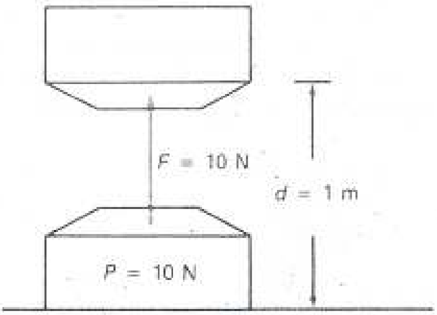
$$T = Fd$$

Se realiza un trabajo de un joule (1 J) cuando al aplicar una fuerza de un newton a un cuerpo, éste se desplaza un metro. De donde:

1 J = Nm

RESOLUCION DE PROBLEMAS EN LOS QUE SE REALIZA TRABAJO MECANICO

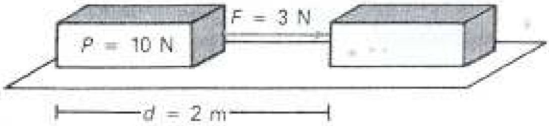
1. En la siguiente figura vemos a un cuerpo cuyo peso es de 10 N y se levanta a una altura de 1 m. ¿A cuánto equivale el trabajo realizado?



Solución:

$$T = Fd = 10 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 10 \text{ J}$$

2. Si el mismo cuerpo es empujado ahora en forma horizontal con una fuerza de 3 N suficiente para vencer la fuerza de fricción y desplazarlo 2 m con velocidad constante, ¿a cuánto es igual el trabajo realizado?



Solución:

$$T = Fd = 3 \text{ N} \times 2 \text{ m} = 6 \text{ J}$$

3. En la siguiente figura tenemos al mismo cuerpo anterior, pero ahora es jalado por una fuerza de 6 N que forma un ángulo de 30° respecto a la dirección del desplazamiento. ¿Cuál será el valor del trabajo realizado si el desplazamiento del cuerpo es de 2 m?

Solución:

Al observar la figura vemos que la fuerza de 6 N, puesto que está formando un ángulo de 30° respecto al desplazamiento, debe descomponerse en sus dos componentes rectangulares que son F_x y F_y. Como el cuerpo se mueve horizontalmente, de acuerdo con la definición del trabajo sólo la componente horizontal de la fuerza, o sea F_x, es la que produce un trabajo, por tanto el valor de éste será

$$T = Fd \cos 30° = 6 \text{ N} \times 2 \text{ m} \times 0.8660 = 10.39 \text{ J}$$

4. Si ahora le aplicamos al cuerpo anterior una fuerza de 6 N, primero con un ángulo de 20° respecto a la dirección del desplazamiento, des-

pués con un ángulo de 10° y finalmente con un ángulo de 0°, calcular:

a) ¿Cuál es el valor del trabajo realizado en cada caso si el desplazamiento del cuerpo siempre es de 2 m?
b) ¿Cuál será el ángulo más apropiado para que la fuerza realice un mayor trabajo?
c) Si aplicáramos la fuerza con un ángulo de 90° respecto a la dirección en que se efectuaron los desplazamientos, ¿cuánto valdría el trabajo?

Solución:

a) Cálculo del trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 20° respecto a la dirección del desplazamiento:

$$T = Fd \cos 20° = 6 \text{ N} \times 2 \text{ m} \times 0.9397 = 11.28 \text{ J}$$

Trabajo realizado cuando la fuerza forma un ángulo de 10° respecto a la dirección del desplazamiento:

$$T = Fd \cos 10° = 6 \text{ N} \times 2 \text{ m} \times 0.9848 = 11.82 \text{ J}$$

Trabajo realizado cuando la fuerza actúa en la misma dirección en que se efectúa el desplazamiento.

$$T = Fd = 6 \text{ N} \times 2 \text{ m} = 12 \text{ J}$$

b) Como se observa, la fuerza realiza un mayor trabajo a medida que se aplica cada vez con un ángulo menor respecto al desplazamiento del cuerpo. El mayor trabajo se obtiene cuando la dirección en que se aplica la fuerza es la misma que tiene el desplazamiento ($\theta = 0°$).
c) Si aplicamos la fuerza con ángulo de 90°, su dirección es perpendicular al desplazamiento del cuerpo y, por tanto, el trabajo realizado será cero, toda vez que $\cos 90° = 0$.

5. Una persona cuyo peso es de 588 N sube por una escalera que tiene una longitud de 17 metros hasta llegar a una altura de 10 m.

Calcular:

a) ¿Qué trabajo realizó?
b) Si la longitud de la escalera aumenta o varía su inclinación, ¿cambia el valor del trabajo que es necesario realizar para alcanzar una altura de 10 m?

Solución:

a) Puesto que para poder subir, la persona debe realizar una fuerza igual a su peso a fin de alcanzar la altura de 10 m, el trabajo será:

Datos

$T = ?$
$P = 588 \text{ N}$
$d = 10 \text{ m}$

Sustitución y resultado

$$T = Fd = 588 \text{ N} \times 10 \text{ m} = 5880 \text{ N}$$

b) El trabajo necesario para que la persona suba a una altura de 10 m es independiente de la longitud o de la inclinación de la escalera, pues desde el punto de vista físico lo único importante es la fuerza que se efectuará verticalmente hacia arriba y la altura que alcanzará el cuerpo.

6. Una persona levanta una pesa de 1470 N desde el suelo hasta una altura de 1.9 m.

Calcular:

a) ¿Qué trabajo realiza?
b) Si mantiene la pesa a la misma altura y camina sobre el suelo 3 m, ¿realiza trabajo?

Solución:

a) Como la fuerza que se necesita aplicar para elevar la pesa a velocidad constante es igual y opuesta al peso de la misma, tenemos:

Datos

$P = 1470 \text{ N}$
$d = 1.9 \text{ m}$
$T = ?$

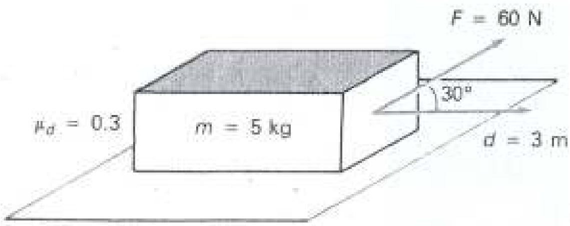
Sustitución y resultado

$$T = Fd = 1470\ \text{N} \times 1.9\ \text{m} = 2793\ \text{J}$$

b) No realiza ningún trabajo, ya que éste se produce sólo cuando un cuerpo se mueve en la misma dirección en que actúa la fuerza. Así, como el peso de la pesa está dirigido verticalmente hacia abajo, la fuerza para sostenerlo actúa verticalmente hacia arriba y como el desplazamiento es horizontal no existe componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Por tanto, para realizar trabajo se necesita levantar más la pesa.

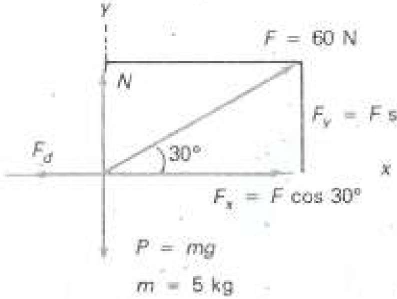
7. Un bloque cuya masa es de 5 kg es jalado por una fuerza de 60 N con un ángulo de 30°, como se ve en la figura. Si el desplazamiento del bloque es de 3 m y existe un coeficiente de fricción dinámico con el suelo de 0.3, calcular:

a) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque?
b) ¿Cuál es el valor del trabajo resultante?



Solución

Diagrama de cuerpo libre:



a) Como se observa, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son F y F_d debido a la fricción P y N. Dado que el cuerpo se desplaza horizontalmente las únicas fuerzas que producen trabajo son la componente horizontal de F o sea F_x y la fuerza causada por la fricción F_d, localizada en la misma dirección del desplazamiento. Donde el trabajo realizado por la componente horizontal (F_x) de la fuerza de 60 N es:

$$T_{F_x} = Fd\cos 30° = 60\ \text{N} \times 3\ \text{m} \times 0.8660 = 155.88\ \text{J}$$

Para calcular el trabajo realizado por la fuerza de fricción dinámica, misma que como sabemos actúa en sentido contrario al desplazamiento del cuerpo, tenemos que:

$$F_d = \mu_d N;\ \text{pero } N \text{ es igual a:}$$
$$\begin{aligned} N &= P - F_y = mg - F\ \text{sen}\ 30° \\ &= 5\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m/s}^2 - 60\ \text{N} \times 0.5 \\ &= 49\ \text{N} - 30\ \text{N} = 19\ \text{N} \end{aligned}$$
$$F_d = 0.3 \times 19\ \text{N} = 5.7\ \text{N}$$

Trabajo realizado por F_d:

$$T_{F_d} = -F_d d = -5.7\ \text{N} \times 3\ \text{m} = -17.1\ \text{J}$$

El signo del trabajo es negativo porque se realiza en sentido contrario al desplazamiento.

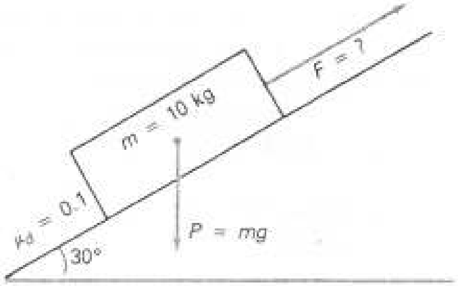
b) El trabajo resultante (T_R) de las dos fuerzas es:

$$T_R = T_{F_x} + T_{F_d} = 155.88\ \text{J} + (-17.1\ \text{J}) = 138.78\ \text{J}$$

8. Determinar:

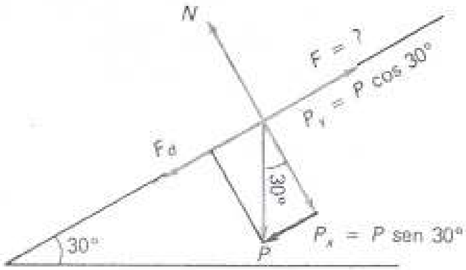
a) La fuerza que se debe aplicar para jalar un bloque cuya masa es de 10 kg, a velocidad constante, sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, como se ve en la figura, si el coeficiente de fricción dinámico es 0.1.

b) Si se le aplica al bloque el doble de la fuerza calculada, ¿cuál será el valor del trabajo resultante sobre él si se desplaza 3 m?



Solución:

Diagrama de cuerpo libre:



a) Para que el bloque ascienda con velocidad constante sobre el plano inclinado, se debe aplicar una fuerza que sea igual a la fuerza de fricción dinámica más la fuerza producida por la componente horizontal del peso P_x pero de sentido contrario, donde:

$$\Sigma F_x = F + F_d + P_x = 0 \ldots (1)$$
$$\therefore F = F_d + P_x \ldots (2)$$

Cálculo de P_x y P_y:

$$P_x = P \text{ sen } 30° = mg \text{ sen } 30°$$
$$= 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.5 = 49 \text{ N}$$
$$P_y = P \cos 30° = mg \cos 30°$$
$$= 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.8660$$
$$= 84.87 \text{ N}$$

Cálculo de la fuerza de fricción dinámica:

$$F_d = \mu_d N$$

Como $N = P_y$

$$F_d = 0.1 \times 84.87 \text{ N} = 8.49 \text{ N}$$

Sustituyendo en la ecuación 2:

$$F = 8.49 \text{ N} + 49 \text{ N} = 57.49 \text{ N}$$

b) Si aplicamos ahora al bloque el doble de la fuerza calculada, esto es 114.98 N, el trabajo resultante realizado sobre él será:

$$T_R = F_R d = (114.98 \text{ N} - 57.49 \text{ N}) \times 3 \text{ m}$$
$$= 172.47 \text{ J}$$

9. Calcular el trabajo útil realizado por una bomba que descarga 500 litros de aceite en un tanque de almacenamiento que se encuentra a 7 m de altura. El peso específico del aceite es 7840 N/m³.

Datos

$T = ?$
$V = 500$ litros
$h = 7$ m
$Pe = 7840 \text{ N/m}^3$

Solución:

$$T = Fd$$

Como la fuerza requerida para subir el aceite es igual a su peso, tenemos:

$$Pe = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}} = \frac{P}{V} \therefore P = PeV$$

$$V = 500 \text{ litros} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ litros}} = 0.5 \text{ m}^3$$

$$P = 7840 \text{ N/m}^3 \times 0.5 \text{ m}^3 = 3920 \text{ N} = F$$

Sustituyendo en $T = Fd$, tenemos:

$$T = 3920 \text{ N} \times 7 \text{ m} = 27\,440 \text{ J}$$

10. Una bomba de uso doméstico eleva 50 litros de agua por minuto hasta una altura de 9 m, determinar el trabajo útil hecho por la bomba en 30 minutos. El peso específico del agua es de 9.8×10^3 N/m^3.

Datos

$V = 50$ litros/min
$h = 9$ m
$T = ?$
$t = 30$ min
$Pe_{H_2O} = 9.8 \times 10^3$ N/m^3

Solución:

Volumen de agua subido en 30 minutos:

$$V = 50 \text{ litros/min} \times 30 \text{ min} = 1500 \text{ litros}$$

$$V = 500 \text{ litros} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ litros}} = 0.5 \text{ m}^3$$

Peso del agua subida:

$$P = PeV = 9.8 \times 10^3 \text{ N/m}^3 \times 1.5 \text{ m}^3 = 14.7 \times 10^3 \text{ N}$$

Como la fuerza que se requiere aplicar para subir 1.5 m^3 de agua es igual a su peso, tenemos:

$$T = Fd = 14.7 \times 10^3 \text{ N} \times 9 \text{ m} = 132.3 \times 10^3 \text{ J}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una persona levanta una silla cuyo peso es de 49 N hasta una altura de 0.75 m. ¿Qué trabajo realiza?

Respuesta:

$$T = 36.75 \text{ J}$$

2. Determinar el trabajo realizado al desplazar un bloque 3 m sobre una superficie horizontal, si se desprecia la fricción y la fuerza aplicada es de 25 N.

Respuesta:

$$T = 75 \text{ J}$$

3. ¿Qué peso tendrá un cuerpo si al levantarlo a una altura de 1.5 m se realiza un trabajo de 88.2 joules?

Respuesta:

$$P = 58.8 \text{ N}$$

4. Un ladrillo tiene una masa de 1 kg, ¿a qué distancia se levantó del suelo si se realizó un trabajo de 19.6 J?

Respuesta:

$$d = 2 \text{ m}$$

5. Un viajero levanta su petaca de 196 N hasta una altura de 0.5 m.

Calcular:

a) ¿Qué trabajo realiza?
b) Si se queda parado durante 2 minutos, sosteniendo la petaca a la misma altura, ¿cuánto vale el trabajo realizado?
c) Si camina 5 m sin variar la altura de la petaca, ¿cuánto vale el trabajo realizado?

Respuestas:

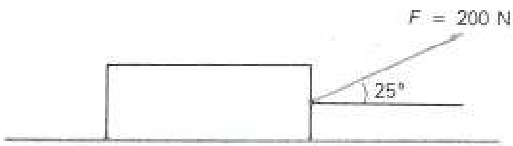
a) $T = 98$ J
b) $T = 0$
c) $T = 0$

6. Se aplica una fuerza en forma horizontal sobre un cuerpo cuyo peso es de 18 N desplazándolo 6 m. Puesto que la fuerza aplicada es capaz de vencer a la fuerza de fricción y de mover al cuerpo a velocidad constante, ¿cuánto trabajo realiza?

Respuesta:

$$T = 108 \text{ J}$$

7. a) Calcular el trabajo realizado por una fuerza de 200 N que forma un ángulo de 25° respecto a la horizontal, al desplazar 2 metros al cuerpo que se ve en la siguiente figura.
b) Calcular el trabajo si la fuerza es paralela al desplazamiento.
c) Determinar el trabajo si la fuerza es perpendicular al desplazamiento.



Respuestas:

a) T = 362.52 J
b) T = 400 J
c) T = 0

8. Una persona cuyo peso es de 686 N sube por una escalera que tiene una longitud de 25 m hasta llegar a una altura de 15 m.

Calcular:

a) ¿Qué trabajo realizó?
b) ¿Qué trabajo realiza si sube a la misma altura de 15 m, pero usando una escalera cuya longitud es de 35 m?

Respuestas:

a) T = 10 290 J
b) T = 10 290 J

9. Una persona levanta un bulto de cemento de 490 N desde el suelo hasta colocarlo sobre su hombro a una altura de 1.45 m.

Calcular:

a) ¿Qué trabajo realiza?
b) Si se queda parado 30 segundos, ¿cuánto trabajo realiza?
c) Si mantiene el bulto a la misma altura y camina 5 m, ¿cuánto trabajo realiza?

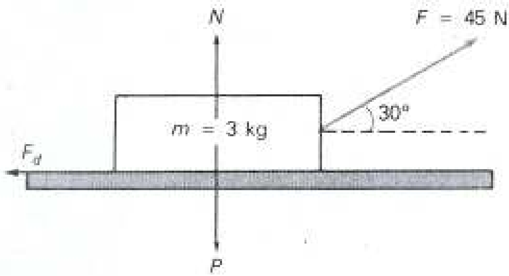
Respuestas:

a) T = 710.5 J
b) T = 0
c) T = 0

10. Un bloque cuya masa es de 3 kg es jalado por una fuerza de 45 N con un ángulo de 30°, como se ve en la figura, desplazándolo 5 m. Considerando que el coeficiente de fricción dinámico con el suelo es de 0.25.

Calcular:

a) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el bloque?
b) ¿Cuál es el valor del trabajo resultante?



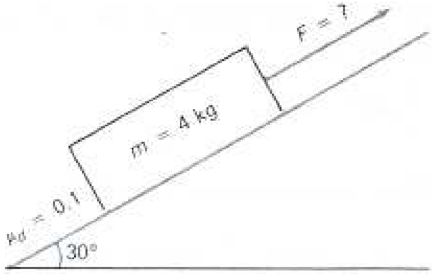
Respuestas:

a) $T_F = 194.85$ J
$T_{F_d} = -8.62$ J
b) $T_R = 186.23$ J

11. Se requiere jalar, a una velocidad constante, un bloque cuya masa es de 4 kg sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal.

Determinar:

a) La fuerza que se debe aplicar si se tiene un coeficiente de fricción dinámico de 0.1.
b) El trabajo resultante sobre el bloque, al aplicarle el doble de la fuerza calculada y desplazarse 5 m.



Respuestas:

a) $F = 23$ N
b) $T_R = 115$ J

12. Una bomba descarga 1500 litros de aceite en un tanque de almacenamiento que se encuentra a 12 m de altura sobre ella; el peso específico del aceite es de 6250 N/m³, ¿cuál es el trabajo útil que realiza la bomba?

Respuesta:

$T = 112\,500$ J

13. Una bomba eleva 200 litros de agua por minuto hasta una altura de 8 m de ella, ¿qué trabajo útil realiza al funcionar durante 15 minutos? El peso específico del agua es de 9.8×10^3 N/m³.

Respuesta:

$T = 235.2$ J

7 ENERGIA

En términos generales la energía se define como la capacidad que tienen los cuerpos para realizar un trabajo. En estas condiciones se tiene que la unidad usada en el Sistema Internacional para cuantificar la energía es la misma que se emplea para medir el trabajo, es decir, el joule. Como ya explicamos, se realiza un trabajo de un joule cuando al aplicar una fuerza de un newton a un cuerpo, éste se desplaza un metro:

$$1\ \text{J} = \text{Nm} = (\text{kg m/s}^2)\ \text{m} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$$

Existen varias clases de energía, como son:

Energía radiante

Es la energía producida por ondas electromagnéticas que se caracterizan por su propagación en el vacío a una velocidad de 300 000 km/s, tal es el caso de las ondas hertzianas, los rayos gamma, X, ultravioleta, infrarrojos o luminosos.

Energía nuclear

Es originada por la energía que mantiene unidas a las partículas en el núcleo de los átomos. Misma que es liberada en forma de energía calorífica y radiante cuando se produce una reacción de fusión, caracterizada por la unión de dos núcleos ligeros, para formar uno mayor. O bien, cuando se produce una reacción de fisión al desintegrarse el núcleo de un elemento de peso atómico elevado.

Energía química

Se produce cuando las sustancias reaccionan entre sí alterando su constitución íntima, como es el caso de la energía obtenida en los explosivos o en las pilas eléctricas.

Energía eléctrica

Se produce cuando a través de un conductor se logra un movimiento o flujo de electrones. La corriente eléctrica genera luz, calor o magnetismo.

Energía calorífica

Se produce por la combustión de carbón, madera, petróleo, gas natural y otros combustibles.

Energía hidráulica

Se aprovecha cuando la corriente de agua mueve un molino o la caída de agua de una presa mueve una turbina.

Energía eólica

Es la producida por el movimiento del aire y se aprovecha en los molinos de viento o en los aerogeneradores de alta potencia para producir electricidad.

Energía mecánica

La energía mecánica es la que poseen los cuerpos cuando por su velocidad o posición son capaces de realizar un trabajo. Se divide en energía cinética y potencial. Dada la importancia que para la mecánica tienen estas dos energías nos encargamos de su estudio en forma más detallada.

Energía cinética

Es la que posee cualquier cuerpo que se encuentre en movimiento. Por ejemplo una persona caminando o corriendo; un avión en vuelo o adquiriendo velocidad para su despegue; la corriente de agua; un automóvil en movimiento; un pájaro volando y, como ya mencionamos, todo aquello que se mueva.

Para que un cuerpo adquiera energía cinética es necesario realizar un trabajo sobre él, de tal forma que una fuerza constante al actuar sobre el cuerpo lo desplace aumentando su velocidad, acelerándolo desde el reposo hasta una cierta velocidad. Por tanto, el trabajo realizado por la fuerza al actuar sobre el cuerpo será igual al cambio en la energía cinética del mismo:

Energía cinética (Ec) = Trabajo (T)

De la igualdad entre la energía cinética y el trabajo, deduciremos la expresión matemática de la primera:

$$Ec = T = Fd \ldots (1)$$

De la Segunda Ley de Newton tenemos que:

$$F = ma \ldots (2)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en 1 tenemos:

$$Ec = mad \ldots (3)$$

De acuerdo con lo visto en la unidad 4, sección 9: Deducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V., recordamos que cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la distancia la calculamos con la expresión:

$$d = \frac{1}{2} at^2 \ldots (4)$$

Sustituyendo la ecuación 4 en 3:

$$Ec = ma \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} m (at)^2 \ldots (5)$$

También sabemos que cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la velocidad que adquiere al cabo de cierto tiempo es:

$$v = at \ldots (6)$$

Si elevamos al cuadrado la ecuación 6 tenemos:

$$v^2 = (at)^2 \ldots (7)$$

Por lo que al sustituir la ecuación 7 en 5 nos queda:

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$

De donde podemos concluir que la energía cinética de un cuerpo es igual a un medio del producto de su masa por el cuadrado de la velocidad que lleva.

La unidad usada en el Sistema Internacional para la energía cinética la podemos encontrar sustituyendo en la ecuación de la energía cinética la unidad de masa (kg) y la unidad de velocidad (m/s) elevada al cuadrado.

$$Ec = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{joule} = \text{J}$$

Cuando un cuerpo se encuentra en movimiento es capaz de realizar un trabajo, el cual será igual al cambio que experimenta en su energía cinética:

$$T = \Delta Ec = Ec_f - Ec_i$$

Energía potencial

Es la que posee todo cuerpo cuando en función de su posición o estado es capaz de realizar un trabajo. Por ejemplo, cuando comprimimos un resorte realizamos un trabajo, mismo que se convierte en energía potencial almacenada. Sin embargo, al sol-

tar el resorte, éste es capaz de efectuar un trabajo igual al que se realizó para comprimirlo. Lo mismo sucederá si en lugar de comprimirlo lo estiramos.

Otro caso es el de las presas en las que el agua almacenada tiene energía potencial capaz de llevar a cabo un trabajo al abrir las compuertas.

Cuando levantamos un cuerpo a una cierta altura (h) debemos efectuar un trabajo, igual al producto de la fuerza aplicada por la altura a la que fue desplazado. Este trabajo se convierte en energía potencial del cuerpo, el cual, al caer, será capaz de realizar un trabajo del mismo valor sobre cualquier objeto en el que caiga.

De acuerdo con lo anterior, el trabajo (T) es igual a la energía potencial (Ep):

$$Ep = T = Fh$$

Como la fuerza que se debe aplicar a un cuerpo para elevarlo a una cierta altura es igual a su peso, tenemos que:

$$F = P = mg$$

Donde la energía potencial es igual a:

$$Ep = mgh$$

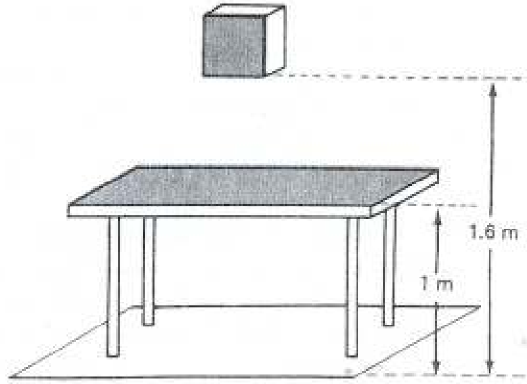
$$Ep = \text{kg m/s}^2\ \text{m} = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{joule} = \text{J}$$

Es importante destacar que la energía potencial de un cuerpo localizado a cierta altura depende del nivel que se tome como referencia. Así, por ejemplo, si un bloque de madera de 2 kg de masa está sobre una mesa cuya altura es de 1 metro y el bloque se levanta a una altura de 0.6 m de la mesa, el bloque tendrá una energía potencial respecto a la mesa igual a:

$$Ep = mgh = 2\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m/s}^2 \times 0.6\ \text{m} = 11.76\ \text{J}$$

Pero respecto al suelo, su altura es de 1.6 m, por lo que considerando este nivel de referencia su energía potencial es de:

$$Ep = mgh = 2\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m/s}^2 \times 1.6\ \text{m} = 31.36\ \text{J}$$



Conservación de la energía

Si construimos un disparador de esferas metálicas, usando un tubo y un resorte, observaremos que para comprimir éste debemos realizar un trabajo, mismo que se convertirá en energía potencial del resorte. Cuando accionamos el disparador y apuntamos en dirección vertical hacia arriba, la esfera saldrá disparada con una energía cinética igual al trabajo desarrollado por el resorte. Al subir, la esfera realizará un trabajo contra la gravedad y su velocidad disminuirá, por lo cual su energía cinética será menor, pero al mismo tiempo su energía potencial irá en aumento al elevar su altura con respecto al suelo. Cuando la esfera logra su altura máxima, su velocidad en ese instante es cero y toda la energía cinética es transformada en potencial. Al iniciar su descenso, la fuerza de gravedad realiza un trabajo sobre la esfera provocando que su velocidad se incremente al aumentar su energía cinética y reducir su energía potencial. No obstante, la energía mecánica total de la esfera, es decir, la energía cinética más la potencial en cualquier instante de su trayectoria es la misma. Esto se debe a que la esfera y la Tierra interactúan como consecuencia de la fuerza gravitacional, constituyendo un sistema conservativo, toda vez que cualquier trabajo que realice un cuerpo en contra de la fuerza de gravedad de la Tierra se recupere íntegramente cuando el cuerpo descienda. Por tal motivo, se dice que la fuerza de gravedad es una fuerza conservativa.

Cuando la esfera está a punto de chocar con el resorte como consecuencia de su caída, tendrá en ese instante la misma velocidad y energía con la cual fue disparada. La energía cinética que lleva se trans-

formará en trabajo al chocar con el resorte comprimiéndolo nuevamente.

Si repetimos el experimento, pero ahora en lugar de que la esfera caiga sobre el resorte dejamos que caiga sobre la superficie de la Tierra, la energía de la esfera se transformará en trabajo realizado al incrustarse y hacer un hoyo en el suelo.

Finalmente, dispararemos otra vez la esfera haciendo que al caer choque con una superficie metálica resistente al impacto, ¿qué sucederá con la energía cinética de la esfera? Al chocar, la energía cinética se transformará en sonido y energía calorífica, aumentando la temperatura de la superficie metálica y de la esfera.

Cuando la energía se transforma en calor y ya no es posible recuperarla para transformarla en otra clase de energía, decimos que se ha degradado.

Con base en lo expuesto podemos concluir enunciando la Ley de la Conservación de la Energía que dice:

La energía existente en el Universo es una cantidad constante que no se crea ni se destruye, únicamente se transforma.

8 POTENCIA MECANICA

La potencia mecánica se define como la rapidez con que se realiza un trabajo. Se mide en watts (W) y se dice que existe una potencia mecánica de un watt cuando se realiza un trabajo de un joule en un segundo:

$$1\ W = \frac{J}{s}$$

Por ejemplo, mientras una persona sube por una escalera un bulto de cemento de 50 kg a un departamento que se encuentra en reparación en el quinto piso de un edificio, otra, utilizando una polea, sube otro bulto de 50 kg hasta el mismo piso en un menor tiempo, ¿quién realiza mayor trabajo? Puesto que cada quien elevó un bulto de 50 kg a la misma altura el trabajo realizado es el mismo, sólo que uno lo efectuó en menor tiempo.

El hombre siempre ha buscado realizar su trabajo en el menor tiempo posible, de ahí la necesidad de introducir un nuevo concepto que señale claramente con qué rapidez se hace un trabajo, este concepto recibe el nombre de potencia. Por definición:

$$P = \frac{T}{t}$$

donde: P = potencia en J/s = watts (W)
T = trabajo realizado en joules (J)
t = tiempo en que se realiza el trabajo en segundos (s)

Como se observa, la unidad usada en el Sistema Internacional para medir potencia es el watt y significa un trabajo de un joule realizado en un segundo. (En honor al escocés James Watt, 1736-1819, famoso por la construcción de una máquina de vapor.)

No obstante, todavía se emplean las siguientes unidades prácticas: el caballo de fuerza (hp) y el caballo de vapor (cv)

$$1\ hp = 746\ W$$
$$1\ cv = 736\ W$$

Como el trabajo es igual a:

$$T = Fd$$

y como la potencia es:

$$P = \frac{T}{t} = \frac{Fd}{t}$$

pero $\frac{d}{t} = v$, entonces:

$$P = Fv$$

Esta expresión permite calcular la potencia si se conoce la velocidad que adquiere el cuerpo, misma que tendrá una dirección y un sentido igual a la de la fuerza que recibe.

Para conocer la eficiencia (η) o rendimiento de una máquina que produce trabajo, tenemos la expresión:

$$\eta = \frac{\text{Trabajo producido por la máquina}}{\text{Trabajo suministrado a la máquina}} \times 100$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE ENERGIA Y POTENCIA MECANICAS

1. Calcular en joules la energía cinética que lleva una bala de 8 g si su velocidad es de 400 m/s.

Datos

$Ec = ?$
$m = 8 \text{ g} = 0.008 \text{ kg}$
$v = 400 \text{ m/s}$

Fórmula

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$

Sustitución y resultado

$$Ec = \frac{1}{2}\, 0.008 \text{ kg } (400 \text{ m/s})^2$$
$$= 640 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 640 \text{ J}$$

2. ¿Cuál es la energía cinética de un balón de futbol si pesa 4.5 N y lleva una velocidad de 15 m/s?

Datos

$Ec = ?$
$P = 4.5 \text{ N}$
$v = 15 \text{ m/s}$

Fórmulas

$$m = \frac{P}{g}$$
$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$

Sustitución y resultados

$$m = \frac{4.5 \text{ kg m/s}^2}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.46 \text{ kg}$$

$$Ec = \frac{1}{2}\, 0.46 \text{ kg } (15 \text{ m/s})^2 = 51.75 \text{ J}$$

3. Calcular la masa de un cuerpo cuya velocidad es de 10 m/s y su energía cinética, de 1000 J.

Datos

$m = ?$
$v = 10 \text{ m/s}$
$Ec = 1000 \text{ J}$

Fórmula

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$
$$\therefore m = \frac{2\,Ec}{v^2}$$

Sustitución y resultado

$$m = \frac{2 \times 1000 \text{ kg m}^2/\text{s}^2}{(10 \text{ m/s})^2} = 20 \text{ kg}$$

4. Determinar la velocidad que lleva un cuerpo cuya masa es de 3 kg, si su energía cinética es de 200 J.

Datos

$v = ?$
$m = 3 \text{ kg}$
$Ec = 200 \text{ J}$

Fórmula

$$Ec = \frac{1}{2} mv^2$$
$$\therefore v = \sqrt{\frac{2\,Ec}{m}}$$

Sustitución y resultado

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 200 \text{ kg m}^2/\text{s}^2}{3 \text{ kg}}} = \sqrt{133.33 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$
$$= 11.55 \text{ m/s}$$

5. Calcular la energía potencial de una piedra de 2.5 kg si se eleva a una altura de 2 m.

Datos

$Ep = ?$
$m = 2.5 \text{ kg}$
$h = 2 \text{ m}$
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Fórmula

$$Ep = mgh$$

Sustitución y resultado

$$Ep = 2.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m}$$
$$= 49 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 49 \text{ J}$$

6. ¿A qué altura se debe encontrar una silla de 5 kg para que tenga una energía potencial de 90 J?

Datos

$h = ?$
$m = 5 \text{ kg}$
$Ep = 90 \text{ J}$

Fórmula

$$Ep = mgh$$
$$\therefore h = \frac{Ep}{mg}$$

Sustitución y resultado

$$h = \frac{90 \text{ kg m}^2/\text{s}^2}{5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 1.84 \text{ m}$$

7. Un cuerpo de 4 kg se encuentra a una altura de 5 m.

Calcular:

a) ¿Cuál es su energía potencial?
b) ¿Cuánto vale su energía cinética en el preciso instante en que el cuerpo está a punto de chocar con el suelo, al caer libremente?

Datos $\qquad v = \sqrt{2\,gh}$

Datos	*Fórmulas*
$m = 4$ kg	
$h = 5$ m	
a) $Ep = ?$	a) $Ep = mgh$
b) $Ec = ?$	
$g = 9.8$ m/s^2	b) $Ec = \frac{1}{2} mv^2$

Sustitución y resultados

a) $Ep = 4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ m} = 196 \text{ J}$

Para calcular la energía cinética primero determinamos la velocidad que llevará antes de chocar contra el suelo:

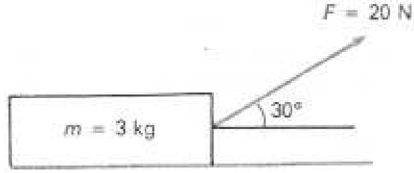
$$v = \sqrt{2\,gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ m}}$$
$$= 9.9 \text{ m/s}$$

b) $Ec = \frac{1}{2} mv^2$

$$Ec = \frac{1}{2}\, 4 \text{ kg } (9.9 \text{ m/s})^2 = 196 \text{ J}$$

Como podemos observar, los valores de energía potencial y cinética son los mismos, pues al caer el cuerpo toda su energía potencial se transforma en energía cinética.

8. A un bloque de 3 kg se le aplica una fuerza constante de 20 N, formando un ángulo de 30° respecto a la horizontal, como se ve en la figura. Si a partir del reposo se ha desplazado 4 m, ¿qué velocidad llevará en ese instante? Considere nulo el rozamiento.



Datos

$m = 3$ kg
$F = 20$ N, $\measuredangle = 30°$
$d = 4$ m
$v = ?$

Solución:

Como el trabajo que realiza la fuerza es igual a la energía cinética que adquiere el bloque tenemos:

$$T = Ec$$
$$Fd = \cos 30° = \frac{1}{2} mv^2$$
$$\therefore v = \sqrt{\frac{2\,Fd \cos 30°}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 20 \text{ kg m/s}^2 \times 4 \text{ m} \times 0.8660}{3 \text{ kg}}}$$
$$= \sqrt{46.19 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 6.8 \text{ m/s}$$

9. Un automóvil lleva una energía cinética de 3×10^5 J y se detiene después de recorrer 30 m. Calcular la fuerza media que ha actuado para detenerlo.

Datos	*Fórmulas*
$Ec = 3 \times 10^5$ J	$Ec = T$
$d = 30$ m	$Ec = Fd$
$F = ?$	$F = \frac{Ec}{d}$

Solución:

Como la energía cinética perdida por el automóvil es igual al trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento, tenemos que:

$Ec = T$

$3 \times 10^5 \text{ J} = Fd$

$$\therefore F = \frac{3 \times 10^5 \text{ Nm}}{30 \text{ m}} = 0.1 \times 10^5 \text{ N}$$

$$= 1 \times 10^4 \text{ N}$$

10. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de 0.4 kg con una velocidad de 30 m/s.

Calcular:

a) El valor inicial de la energía cinética y potencial.
b) Las energías cinética y potencial a 15 m de altura.
c) Demuestre que la energía mecánica se conserva.

Datos	*Fórmulas*
$m = 0.4$ kg	$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2\,gh}$
$v_0 = 30$ m/s	
$g = -9.8$ m/s^2	a) $Ec = \frac{1}{2}mv^2$
a) $Ec_i = ?$	$Ep = mgh$
$Ep_i = ?$	
b) $Ec_{15\text{ m}} = ?$	b) $Ec_{15\text{ m}} = \frac{1}{2}mv^2$
$Ep_{15\text{ m}} = ?$	$Ep_{15\text{ m}} = mgh$
	c) $E_T = Ec + Ep$

Solución:

a) $Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0.4 \text{ kg } (30 \text{ m/s})^2$

$= 180$ J

$Ep = mgh = 0.4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0$

$= 0$

b) Para calcular la energía cinética cuando ha ascendido 15 m, debemos calcular la velocidad que lleva de acuerdo con la fórmula de velocidad del movimiento rectilíneo uniformemente variado:

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2\,gh}$$

$$v_f = \sqrt{(30 \text{ m/s})^2 + 2\,(-9.8 \text{ m/s}^2 \times 15 \text{ m})}$$

$$= \sqrt{606 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 24.62 \text{ m/s}$$

$$\therefore Ec_{15\text{ m}} = \frac{1}{2}0.4 \text{ kg } (24.62 \text{ m/s})^2$$

$$= 121.23 \text{ J}$$

$$Ep_{15\text{ m}} = mgh$$

$$= 0.4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 15 \text{ m}$$

$$= 58.8 \text{ J}$$

c) Como observamos, la energía mecánica total al inicio del movimiento era igual a la energía cinética inicial, o sea, 180 J, y al ascender 15 m ha perdido energía cinética pero ha ganado energía potencial. La energía mecánica a los 15 m es:

$$E_T = Ec + Ep = 121.2 \text{ J} + 58.8 \text{ J}$$

$$= 180 \text{ J}$$

Misma energía con la que partió.

11. Un bloque se desliza sobre el suelo con una velocidad inicial de 10 m/s teniendo un coeficiente de fricción dinámico de 0.3.

Calcular:

a) ¿Qué distancia recorre el bloque antes de detenerse?

b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?

Datos

$v_0 = 10$ m/s

$\mu_d = 0.3$

$d = ?$

$t = ?$

Solución:

a) Como la energía cinética que pierde el bloque es igual al trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento, tenemos:

$$Ec = T_{F_d} \ldots (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = F_d d \ldots (2)$$

$$\therefore d = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{F_d} \ldots (3)$$

Como F_d es la fuerza de fricción dinámica su valor está dado por la expresión:

$$F_d = \mu_d N$$

como $N = P$

$$F_d = \mu_d P = 0.3\ P \ldots (4)$$

La masa del bloque es:

$$m = \frac{P}{g} \ldots (5)$$

Sustituyendo 4 y 5 en 3 tenemos:

$$d = \frac{\frac{1}{2}\frac{P}{g}v_0^2}{0.3\ P} = \frac{v_0^2}{2\ g\ 0.3}$$

$$= \frac{(10\ \text{m/s})^2}{2 \times 9.8\ \text{m/s}^2 \times 0.3} = 17\ \text{m}$$

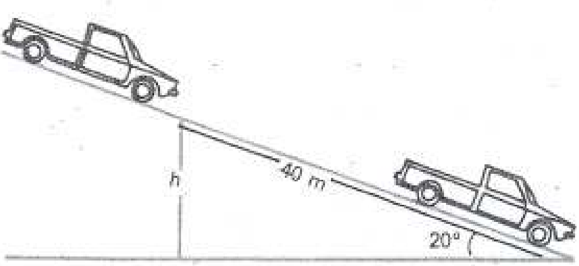
b) El tiempo que tarda en detenerse, lo calculamos a partir de la velocidad media:

$$v_m = \frac{v_f + v_0}{2} = \frac{0 + 10\ \text{m/s}}{2} = 5\ \text{m/s}$$

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore t = \frac{d}{v_m} = \frac{17\ \text{m}}{5\ \text{m/s}}$$

$$t = 3.4\ \text{s}$$

12. Una camioneta cuyo peso es de 19 600 N baja por una pendiente que forma un ángulo de 20° con la horizontal, como se ve en la figura, a una velocidad de 60 km/h. El conductor aplica los frenos y logra detener a la camioneta después de que recorrió 40 metros. ¿Qué fuerza media realizaron los frenos para detenerla?



Solución:

Como la camioneta tiene energía potencial y energía cinética debido a su altura y velocidad, respectivamente, cuando ésta se detiene ambas energías se han transformado en trabajo realizado contra la fuerza de fricción que la detiene, donde:

$$T = Ep_{perdida} + Ec_{perdida} \ldots (1)$$

$$Ep_{perdida} = mgh = Ph = P\ (40\ \text{m sen } 20°)$$
$$= 19\ 600\ \text{N} \times 13.68\ \text{m} = 268\ 128\ \text{J}$$

$$Ec_{perdida} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{19\ 600\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2}\right)(16.66\ \text{m/s})^2$$
$$= 277\ 555.6\ \text{J}$$

Sustituyendo los valores de $Ep_{perdida}$ y $EC_{perdida}$ en la ecuación 1, tenemos que el trabajo realizado contra la fuerza de fricción es igual a:
$T = 268\ 128\ \text{J} + 277\ 555.6\ \text{J} = 545\ 683.6\ \text{J}$

Como $T = Fd$, la fuerza media que ejercen los frenos es igual a: $F = \frac{T}{d}$

$$\therefore F = \frac{545\ 683.6\ \text{Nm}}{40\ \text{m}} = 13\ 642.1\ \text{N}$$

13. Calcular la potencia de una grúa que es capaz de levantar 30 bultos de cemento hasta una altura de 10 m en un tiempo de 2 segundos, si cada bulto tiene una masa de 50 kg.

Datos

$P = ?$
$m = 30 \times 50$ kg
$= 1500$ kg
$h = 10$ m
$t = 2$ s

Fórmula

$$P = \frac{T}{t} = \frac{Fd}{t}$$

Solución:

Para elevar los 30 bultos a velocidad constante, debe desarrollarse una fuerza igual a su peso, donde:

$$F = P = mg = 1500 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2$$
$$= 14\,700 \text{ N}$$

$$\therefore P = \frac{14\,700 \text{ N} \times 10 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 73\,500 \text{ W}$$

14. Calcular el tiempo que requiere un motor de un elevador cuya potencia es de 37 500 W, para elevar una carga de 5290 N hasta una altura de 70 m.

Datos

$t = ?$
$P = 37\,500$ W
$F = 5290$ N
$h = 70$ m

Fórmula

$$P = \frac{Fd}{t} \therefore t = \frac{Fd}{P}$$

Sustitución y resultado

$$t = \frac{5290 \text{ N} \times 70 \text{ m}}{37\,500 \dfrac{\text{Nm}}{\text{s}}} = 9.87 \text{ s}$$

15. La potencia de un motor eléctrico es de 50 hp. ¿A qué velocidad constante puede elevar una carga de 9800 N?

Datos

$P = 50$ hp
$v = ?$
$F = 9800$ N

Fórmula

$$P = Fv$$
$$\therefore v = \frac{P}{F}$$

Sustitución y resultado

$$50 \text{ hp} \times \frac{746 \text{ W}}{1 \text{ hp}} = 37\,300 \text{ W}$$

$$v = \frac{37\,300 \text{ Nm/s}}{9800 \text{ N}} = 3.81 \text{ m/s}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar la energía cinética de una pelota de beisbol cuya masa es 100 g y lleva una velocidad de 30 m/s.

Respuesta:

$$Ec = 45 \text{ J}$$

2. Un cuerpo cuyo peso es de 19.6 N lleva una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?

Respuesta:

$$Ec = 100 \text{ J}$$

3. Determine la masa de un cuerpo cuya energía cinética es 400 J y lleva una velocidad de 30 m/s.

Respuesta:

$$m = 0.88 \text{ kg}$$

4. Calcular la velocidad de un cuerpo cuya masa es de 4 kg y tiene una energía cinética de 100 J.

Respuesta:

$$v = 7.07 \text{ m/s}$$

5. Un libro de 1.5 kg se eleva a una altura de 1.3 m. ¿Cuál es su energía potencial?

Respuesta:

$$Ep = 19.11 \text{ J}$$

6. Calcular la altura a la que debe estar una persona, cuya masa es de 60 kg, para que su energía potencial sea de 5000 J.

Respuesta:

$$h = 8.5 \text{ m}$$

7. Una viga de 980 N se eleva a una altura de 20 m.

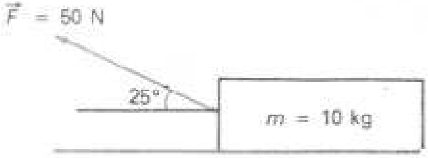
Calcular:

a) ¿Qué trabajo se realiza para elevar la viga?
b) ¿Cuál es su energía potencial a los 20 m de altura?
c) ¿Cuál sería su energía cinética al chocar contra el suelo si se dejara caer libremente?

Respuestas:

a) $T = 19\,600$ J
b) $Ep = 19\,600$ J
c) $Ec = 19\,600$ J

8. Se aplica sobre un cuerpo de 10 kg una fuerza constante de 50 N con un ángulo de 25°, como se ve en la figura. Si a partir del reposo se ha desplazado 6 m, ¿cuál será su velocidad en ese instante? Considere nula la fricción.



Respuesta:

$v = 7.37$ m/s

9. Una camioneta lleva una energía cinética de 4×10^4 J y se detiene después de recorrer 20 m. Calcular la fuerza media que ha actuado para detenerla.

Respuesta:

$F = 0.2 \times 10^4 \text{ N} = 2 \times 10^3 \text{ N}$

10. Un cuerpo de 0.2 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25 m/s.

Calcular:

a) ¿Cuánto vale su energía cinética y su energía potencial al inicio de su ascenso?
b) ¿Cuánto vale su energía cinética y potencial cuando ha subido 10 m?

Respuestas:

a) $Ec = 62.5$ J
$Ep = 0$
b) $Ec = 42.9$ J
$Ep = 19.6$ J

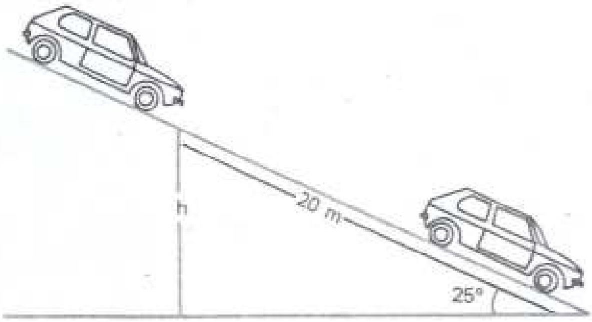
11. Un bloque se desliza sobre el suelo con una velocidad inicial de 15 m/s. Si el coeficiente de fricción dinámico entre el bloque y el suelo es de 0.2, calcular:

a) ¿Cuál es la distancia que recorre el bloque antes de detenerse?
b) ¿En qué tiempo se detiene?

Respuestas:

a) $d = 57.4$ m
b) $t = 7.65$ s

12. Un automóvil cuyo peso es de 17 640 N, desciende por una pendiente que forma un ángulo de 25° respecto a la horizontal, como se ve en la figura, a una velocidad de 10 m/s. En ese instante el conductor pisa el freno y detiene el automóvil a una distancia de 20 m. ¿Qué fuerza media realizaron los frenos para detenerlo?



Respuesta:

$F = 11\,956.4$ N

13. Determinar en watts y en caballos de fuerza, la potencia que necesita un motor eléctrico para poder elevar una carga de 20×10^3 N a una altura de 30 m en un tiempo de 15 segundos.

Respuesta:

$P = 4 \times 10^4 \text{ W} = 53.62 \text{ hp}$

14. Un motor cuya potencia es de 70 hp eleva una carga de 6×10^3 N a una altura de 60 m. ¿En qué tiempo la sube?

Respuesta:

$$t = 6.89 \text{ s}$$

15. Calcular la velocidad con la que un motor de 40 hp eleva una carga de 15 000 N.

Respuesta:

$$v = 1.99 \text{ m/s}$$

9 IMPULSO MECANICO

El impulso mecánico que recibe un cuerpo es igual al producto de la fuerza aplicada por el intervalo de tiempo en el cual ésta actúa.

Para que un cuerpo en reposo se ponga en movimiento es necesario que exista un agente externo, dicho agente es la fuerza aplicada durante un tiempo determinado.

Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo en un cierto tiempo, se dice que éste ha recibido un impulso.

El impulso es una magnitud vectorial cuya dirección corresponde a la de la fuerza recibida.

Matemáticamente el impulso se expresa por:

$$I = Ft$$

donde: I = impulso en N s
F = fuerza aplicada en newtons (N)
t = tiempo en que la fuerza actúa en segundos (s)

10 CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La cantidad de movimiento o ímpetu de un cuerpo es igual al producto de su masa por su velocidad.

Como resultado del impulso que recibe un cuerpo, éste cambia su velocidad, motivo por el cual se dice que ha experimentado una variación en su cantidad de movimiento o ímpetu.

La cantidad de movimiento o ímpetu es una magnitud vectorial cuya dirección corresponde a la de la velocidad.

Matemáticamente la cantidad de movimiento se expresa por:

$$C = mv$$

donde: C = cantidad de movimiento en kg m/s
m = masa del cuerpo en kilogramos (kg)
v = velocidad del cuerpo en m/s

11 RELACION ENTRE EL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Como hemos observado, el impulso y la cantidad de movimiento se encuentran estrechamente ligados, ya que uno genera al otro. Esta relación se manifiesta matemáticamente a partir de la Segunda Ley de Newton, veamos:

Puesto que la expresión matemática de la Segunda Ley de Newton es:

$$F = ma \ldots (1)$$

y la aceleración de un cuerpo está dada por:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \ldots (2)$$

sustituyendo 2 en 1 tenemos:

$$F = m\,\frac{v_f - v_0}{t} \ldots (3)$$

Al pasar t al otro miembro nos queda:

$$Ft = m\,(v_f - v_0) \ldots (4)$$

que es igual a:

$$Ft = mv_f - mv_i \ldots (5)$$

La ecuación 5 señala que el impulso (Ft) que recibe un cuerpo es igual al cambio en su cantidad de movimiento ($mv_f - mv_i$). Si el cuerpo parte del reposo:

$$Ft = mv \ldots (6)$$

12 CHOQUE ELASTICO Y CHOQUE INELASTICO

Los choques entre los cuerpos pueden ser elásticos o inelásticos, dependiendo de si se conserva o no la energía cinética al efectuarse el choque.

Un choque es elástico cuando se conserva la energía cinética. Tal es el caso de los choques entre átomos y moléculas en un gas. Otro ejemplo que para fines prácticos se considera elástico es el que se realiza entre dos esferas de vidrio o de acero.

Un choque es inelástico cuando no se conserva la energía cinética. Esto se debe a que durante el choque parte de la energía se transforma en calor u ocasiona una deformación en los cuerpos. En un choque completamente inelástico los cuerpos quedan unidos después del choque, por tanto, su velocidad final será la misma. Un ejemplo es el de una bala que se incrusta en un bloque de madera.

13 LEY DE LA CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento señala lo siguiente: cuando dos o más cuerpos chocan, la cantidad de movimiento es igual antes y después del choque. Esto significa que si dos o más cuerpos chocan, el resultado de la suma vectorial correspondiente a las cantidades de movimiento de los cuerpos después del choque es igual a la suma de los vectores que corresponde a las cantidades de movimiento de los cuerpos antes de él.

Efectuemos el análisis del choque de frente de dos esferas de acero cuyas masas son m_1 y m_2, representando por U_1 y U_2 las velocidades que llevan antes del choque, y por v_1 y v_2 las velocidades que llevan después del mismo, como se ve en las figuras:

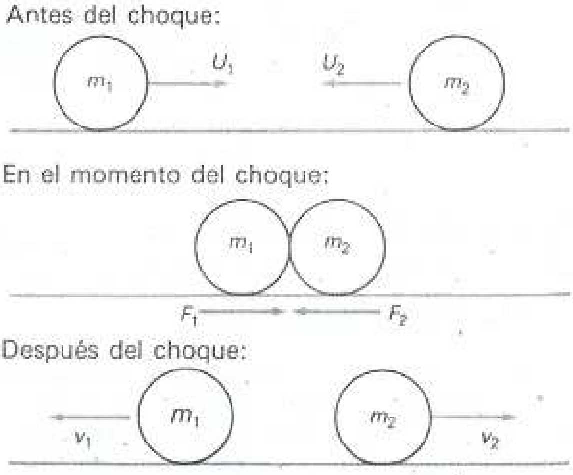


Fig. 5.18 Análisis gráfico del choque de dos cuerpos.

Antes del choque, tanto la masa 1 como la masa 2 tienen una cantidad de movimiento igual al producto de su masa por su velocidad, de manera que la cantidad de movimiento total antes del choque es:

$$m_1U_1 + m_2U_2 \ldots (1)$$

En el momento del choque la masa 2 recibe un impulso debido a la fuerza 1 cuyo valor es:

$$F_1t = m_1v_1 - m_1U_1 \ldots (2)$$

La masa 1 también recibe un impulso causado por la fuerza 2 cuyo valor es:

$$F_2t = m_2v_2 - m_2U_2 \ldots (3)$$

Al considerar positivo el impulso de la fuerza (por ser hacia la derecha) y negativo el de la fuerza 2 (por ser hacia la izquierda), tenemos que en el momento del choque:

$$F_1t = -F_2t \ldots (4)$$

Sustituyendo estas expresiones por el cambio en la cantidad de movimiento a que dan origen (ecuaciones 2 y 3) tenemos:

$$m_1v_1 - m_1U_1 = -(m_2v_2 - m_2U_2) \ldots (5)$$

Reagrupando términos

$$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \ldots (6)$$

donde: $m_1U_1 + m_2U_2 =$ cantidad de movimiento antes del choque

$m_1v_1 + m_2v_2 =$ cantidad de movimiento después del choque

La ecuación 6 nos señala claramente la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento, pues se observa que antes del choque y después de él la cantidad de movimiento es la misma.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

1. Un balón de 0.45 kg es pateado por un jugador, imprimiéndole una velocidad de 10 m/s. Si el tiempo que lo pateó fue de 0.04 s, ¿cuál fue la fuerza ejercida sobre el balón?

Datos

$m = 0.45$ kg
$v = 10$ m/s
$t = 0.04$ s
$F = ?$

Fórmula

$$Ft = mv \therefore F = \frac{mv}{t}$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{0.45 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}}{0.04 \text{ s}}$$

$$= 112.5 \text{ kg m/s}^2 = 112.5 \text{ N}$$

2. Una pelota de 0.4 kg lleva una velocidad de 5 m/s y es golpeada por un jugador que sale en la misma dirección pero en sentido contrario con una velocidad de 10 m/s. La duración del golpe fue de 0.03 s. Calcular la fuerza ejercida sobre la pelota.

Datos

$m = 0.4$ kg
$v_0 = 5$ m/s
$v_f = 10$ m/s
$t = 0.03$ s
$F = ?$

Fórmula

$$Ft = m(v_f - v_0)$$

$$\therefore F = \frac{m(v_f - v_0)}{t}$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{0.4 \text{ kg } [10 \text{ m/s} - (-5 \text{ m/s})]}{0.03 \text{ s}}$$

El signo de la velocidad inicial es negativo por ir en sentido contrario.

$$F = \frac{0.4 \text{ kg} \times 15 \text{ m/s}}{0.03 \text{ s}} = 200 \text{ N}$$

3. Calcular el impulso que debe darse a un automóvil de 1800 kg de masa para que desarrolle una velocidad de 70 km/h.

Datos *Fórmula*

$I = Ft = ?$ $I = Ft = mv$
$m = 1800$ kg
$v = 70$ km/h

Conversión de unidades

$$70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 19.44\text{ m/s}$$

Sustitución y resultado

$$Ft = 1800\text{ kg} \times 19.44\text{ m/s}$$
$$= 34\,992\text{ kg m/s}$$

4. Calcular el tiempo en que debe aplicarse una fuerza de 20 N para que un cuerpo de 3 kg varíe su velocidad de 4 m/s a 8 m/s.

Datos *Fórmula*

$t = ?$ $Ft = m\,(v_f - v_0)$
$F = 20$ N
$m = 3$ kg $\therefore t = \dfrac{m\,(v_f - v_0)}{F}$
$v_0 = 4$ m/s
$v_f = 8$ m/s

Sustitución y resultado

$$t = \frac{3\text{ kg }(8\text{ m/s} - 4\text{ m/s})}{20\text{ kg m/s}^2}$$
$$= \frac{3\text{ kg} \times 4\text{ m/s}}{20\text{ kg m/s}^2} = 0.6\text{ s}$$

5. ¿Cuál es la cantidad de movimiento de un cuerpo cuyo peso es de 147 N, si lleva una velocidad de 40 km/h?

Datos *Fórmulas*

$C = ?$ $C = mv$
$P = 147$ N
$v = 40$ km/h $P = mg \therefore m = \dfrac{P}{g}$

Conversión de unidades

$$40\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 11.1\text{ m/s}$$

Sustitución y resultado

$$C = \frac{P}{g}\,v = \frac{147\text{ kg m/s}^2}{9.8\text{ m/s}^2} \times 11.1\text{ m/s}$$
$$= 166.5\text{ kg m/s}$$

6. Un automóvil cuya masa es de 1950 kg lleva una velocidad de 20 m/s. Al frenar la disminuye a 10 m/s en un tiempo de 4 segundos. ¿Qué valor tiene la fuerza retardadora promedio?

Datos *Fórmula*

$m = 1950$ kg $Ft = m\,(v_f - v_0)$
$v_0 = 20$ m/s
$v_f = 10$ m/s $\therefore F = \dfrac{m\,(v_f - v_0)}{t}$
$t = 4$ s
$F = ?$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{1950\text{ kg }(10\text{ m/s} - 20\text{ m/s})}{4\text{ s}}$$
$$= -4875\text{ N}$$

El signo de la fuerza es negativo, ya que actúa en contra del movimiento.

7. Una persona de 70 kg de masa corre a una velocidad de 7 m/s.

Calcular:

a) ¿Cuál es su cantidad de movimiento?
b) ¿Qué velocidad debe llevar una persona de 60 kg para tener la misma cantidad de movimiento que la persona de 70 kg?

Datos *Fórmulas*

$m_1 = 70$ kg a) $C = mv$
$v_1 = 7$ m/s
a) $C = ?$ b) $v = \dfrac{C}{m}$
$m_2 = 60$ kg
b) $v_2 = ?$

Sustitución y resultado

a) $C = 70\ kg \times 7\ m/s = 490\ kg\ m/s$

b) $v_2 = \dfrac{C}{m_2} = \dfrac{490\ kg\ m/s}{60\ kg} = 8.16\ m/s$

8. Un proyectil de 2 kg es disparado por un cañón cuya masa es de 350 kg. Si el proyectil sale con una velocidad de 450 m/s, ¿cuál es la

Datos

$m_1 = 2\ kg$
$m_2 = 350\ kg$
$v_1 = 450\ m/s$
$v_2 = ?$

Fórmula

$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

Solución:

Como el proyectil y el cañón están en reposo antes del disparo, la cantidad de movimiento inicial es cero, donde:

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$-m_1v_1 = m_2v_2$$
$$\therefore v_2 = -\frac{m_1v_1}{m_2} = -\frac{2\ kg \times 450\ m/s}{350\ kg}$$
$$= -2.57\ m/s$$

El signo menos indica que el cañón se mueve en sentido contrario al movimiento del proyectil.

9. Un cuerpo cuya masa es de 0.2 kg lleva una velocidad de 3 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 0.1 kg de masa y que va a una velocidad de 2 m/s. Considerando al choque completamente inelástico, ¿qué velocidad llevarán los dos cuerpos después del choque al permanecer unidos?

Datos

$m_1 = 0.2\ kg$
$U_1 = 3\ m/s$
$m_2 = 0.1\ kg$
$U_2 = 2\ m/s$
$v = ?$

Fórmula

$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

Solución:

Como van en sentido contrario y después del choque tienen la misma velocidad: $v_1 = v_2 = v$, por tanto:

$$m_1U_1 + (-m_2U_2) = (m_1 + m_2)\,v$$

Despejando v:

$$v = \frac{m_1U_1 - m_2U_2}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{0.2\ kg \times 3\ m/s - 0.1\ kg \times 2\ m/s}{0.2\ kg + 0.1\ kg}$$
$$= 1.33\ m/s$$

10. Se dispara una bala de 0.015 kg en forma horizontal, incrustándose en un trozo de madera de 12 kg que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.6 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala?

Datos

$m_1 = 0.015\ kg$
$m_2 = 12\ kg$
$U_1 = ?$
$U_2 = 0$
$v = 0.6\ m/s$

Fórmula

$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

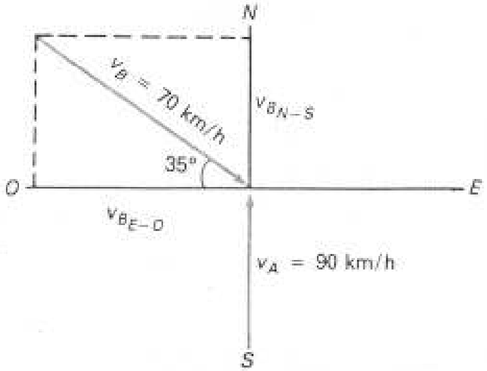
Solución:

Como el trozo de madera está en reposo, la única cantidad de movimiento inicial se debe a la bala y como después del impacto los dos cuerpos llevan la misma velocidad (v), la fórmula se reduce a:

$$m_1U_1 = (m_1 + m_2)\,v \therefore U_1 = \frac{(m_1 + m_2)\,v}{m_1}$$

$$U_1 = \frac{(0.015\ kg + 12\ kg)\ 0.6\ m/s}{0.015\ kg}$$
$$= 480.6\ m/s$$

11. Un automóvil A de 1800 kg que viaja al Norte a una velocidad de 90 km/h, choca con otro automóvil B de 2000 kg que viaja a una velocidad de 70 km/h y lleva un ángulo de 35° respecto al Este, como se ve en la figura. Si después del impacto ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad, calcular el valor de ésta y la dirección que llevarán después del choque.



Solución:

Conversión de unidades

Automóvil A:

$$v = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 25\ \text{m/s}$$

Automóvil B:

$$v = 70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$
$$= 19.44\ \text{m/s}$$

Cálculo de la cantidad de movimiento total de los dos automóviles, $N-S$ y $E-O$.

a) Componentes $N-S$ de la cantidad de movimiento (C) para los dos automóviles:

Automóvil A:

$$C_{A_{N-S}} = m_A v_A = 1800\ \text{kg} \times 24\ \text{m/s}$$
$$= 45\,000\ \text{kg m/s}$$

Automóvil B:

$$C_{B_{N-S}} = m_B v_{B_{N-S}}$$
$$= -2000\ \text{kg} \times 19.44\ \text{m/s} \times \text{sen}\ 35°$$
$$= -22\,301.6\ \text{kg m/s}$$

Cantidad de movimiento total $N-S$:

$$C_{N-S} = C_{A_{N-S}} + C_{B_{N-S}}$$
$$= 45\,000\ \text{kg m/s} - 22\,301.6\ \text{kg m/s}$$
$$= 22\,698.4\ \text{kg m/s}$$

b) Componentes $E-O$ de la cantidad de movimiento (C) para los dos automóviles:

Automóvil A:

$$C_{A_{E-O}} = 0$$

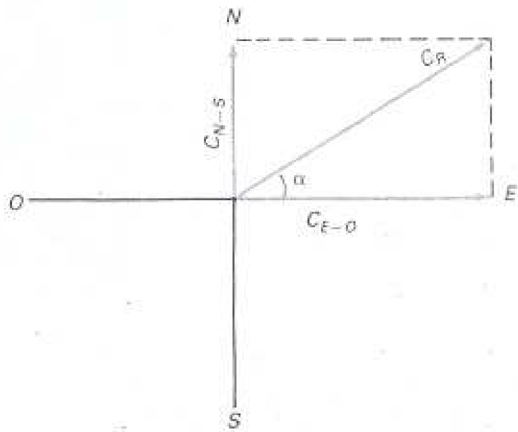
Automóvil B:

$$C_{B_{E-O}} = m_B v_{B_{E-O}}$$
$$= 2000\ \text{kg} \times 19.44\ \text{m/s} \times \cos 35°$$
$$=$$

Cantidad de movimiento total $E-O$:

$$C_{E-O} = 31\,850.5\ \text{kg m/s}$$

Como se observa, hay una cantidad de movimiento total $N-S$ de 22 698.4 kg m/s al Norte y una cantidad de movimiento total $E-O$ de 31 850.5 kg m/s al Este, como se ve en la figura:



Por tanto, la cantidad de movimiento resultante C_R de los dos automóviles es:

$$C_R = \sqrt{C_{N-S}^2 + C_{E-O}^2}$$
$$= \sqrt{(22\,698.4\ \text{kg m/s})^2 + (31\,850.5\ \text{kg m/s})^2}$$
$$= 39\,110.9\ \text{kg m/s}$$

Para conocer la velocidad que adquieren después del choque los dos automóviles (v_{AB}) tenemos:

$$C_R = m_T v_{AB}$$

$$\therefore v_{AB} = \frac{C_R}{m_T} = \frac{39\ 110.9 \text{ kg m/s}}{1800 \text{ kg} + 2000 \text{ kg}}$$

$$= 10.29 \text{ m/s}$$

Cálculo del ángulo α que llevará la velocidad:

$$\tan \alpha = \frac{22\ 698.4 \text{ kg m/s}}{31\ 850 \text{ kg m/s}} = 0.7126$$

$$\alpha = 35.47° = 35° \ 28' \text{ respecto al Este.}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la cantidad de movimiento que tiene un cuerpo, cuya masa es de 10 kg y lleva una velocidad de 5 m/s.

   Respuesta:

   $$C = 50 \text{ kg m/s}$$

2. ¿Qué impulso recibe un cuerpo al aplicarle una fuerza de 30 N durante 4 segundos?

   Respuesta:

   $$I = 120 \text{ N s}$$

3. ¿Qué impulso debe dársele a un camión, cuya masa es 5000 kg, para que adquiera una velocidad de 60 km/h?

   Respuesta:

   $$I = C = 83\ 339 \text{ kg m/s}$$

4. Una pelota de 0.2 kg es pateada durante 0.03 s adquiriendo una velocidad de 7 m/s. ¿Qué fuerza recibió?

   Respuesta:

   $$F = 46.66 \text{ N}$$

5. Un jugador de beisbol lanza una pelota que pesa 0.1 kg a una velocidad de 15 m/s, al ser bateada sale en la misma dirección pero en sentido contrario a una velocidad de 20 m/s. Si la duración del golpe es de 0.03 s, ¿con qué fuerza fue impulsada?

   Respuesta:

   $$F = 116.66 \text{ N}$$

6. Determine el tiempo durante el cual debe aplicarse una fuerza de 50 N para que un cuerpo de 10 kg cambie su velocidad de 2 m/s a 5 m/s.

   Respuesta:

   $$t = 0.6 \text{ s}$$

7. ¿Cuál es la cantidad de movimiento de un cuerpo cuyo peso es de 98 N y su velocidad es de 20 km/h?

   Respuesta:

   $$C = 55.5 \text{ kg m/s}$$

8. Una camioneta cuya masa es de 3500 kg lleva una velocidad de 22 m/s. Al frenar, la velocidad disminuye a 15 m/s en un tiempo de 5 segundos. ¿Cuál es el valor de la fuerza promedio que disminuye la velocidad?

   Respuesta:

   $$F = -4900 \text{ N}$$

9. Un automóvil de 1900 kg de masa lleva una velocidad de 16 m/s.

   Calcular:

   a) ¿Cuál es su cantidad de movimiento?
   b) ¿Qué velocidad debe llevar un camión de 5000 kg para tener la misma cantidad de movimiento que el automóvil?

Respuestas:

a) $C = 30\ 400$ kg m/s
b) $v = 6.08$ m/s

10. Un proyectil de 3 kg es disparado por un cañón cuya masa es de 290 kg. Si el proyectil sale con una velocidad de 400 m/s, ¿cuál es la velocidad de retroceso del cañón?

Respuesta:

$v = -4.14$ m/s

11. Un cuerpo de 3 kg lleva una velocidad de 5 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 4 kg que va a una velocidad de 2 m/s. Calcular la velocidad que llevarán ambos cuerpos después del choque, considerando que éste es completamente inelástico y, por tanto, se moverán unidos.

Respuesta:

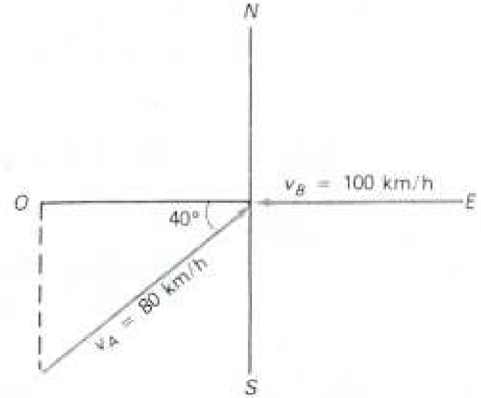
$v = 1$ m/s

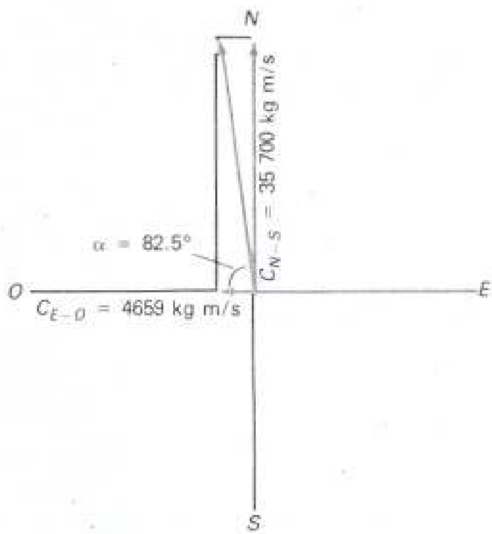
12. Se dispara una bala de 0.01 kg en forma horizontal incrustándose en un bloque de madera de 10 kg que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.5 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala?

Respuesta:

$U_1 = 500.5$ m/s

13. Una camioneta cuya masa es 2500 kg viaja a una velocidad de 80 km/h en dirección Noreste con un ángulo de 40° respecto al Este, como se ve en la figura, choca con un automóvil de 1700 kg que viaja al Oeste con una velocidad de 100 km/h. Después del impacto, ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcular el valor de dicha velocidad y su dirección.





Respuestas:

$v = 8.57$ m/s
$\alpha = 82.5° = 82°30'$ hacia el Norte

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 9

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Objetivo: Comprobar experimentalmente los efectos de la fuerza y la masa sobre la aceleración de los cuerpos.

Consideraciones teóricas

Un cambio en la velocidad de un cuerpo efectuado en la unidad de tiempo recibe el nombre de aceleración. Así, el efecto de una fuerza desequilibrada sobre un cuerpo produce una aceleración. Cuanto mayor sea la magnitud de la fuerza aplicada mayor será la aceleración; por tanto, podemos decir que la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada. La relación $\frac{F}{a}$ es un valor constante para cada cuerpo en particular y recibe el nombre de masa inercial, ya que es una medida cuantitativa de la inercia. Cuando una fuerza constante se aplica a un cuerpo se observa que la aceleración experimentada por dicho cuerpo es inversamente proporcional a su masa.

Material empleado

Un ticómetro, un carro de Hall, un dinamómetro de 250 g, un soporte universal, una regla graduada, unas pinzas de sujeción, una polea simple con vástago, un marco de pesas, una tira de papel para ticómetro, un hilo y una cinta adhesiva.

Desarrollo de la actividad experimental

PRIMERA PARTE

1. Monte un dispositivo como el de la figura 5.10. Para ello, determine la masa del carro de Hall y la del dinamómetro, agregue las pesas necesarias para que la masa fija total del conjunto sea de 120 gramos.
2. Sujete el dinamómetro al carro de Hall.
3. Adhiera un extremo de la tira de papel al carro cuidando que pase por las grapas del ticómetro. En el otro extremo de la mesa fije la polea al soporte universal con las nueces o pinzas de sujeción.
4. Con un hilo resistente una el extremo móvil del dinamómetro con una pesa de 20 g, la cual será la que proporcione la fueza desequilibrada que mueva al conjunto carro, dinamómetro, pesas. Cuide que el sistema formado por el ticómetro, tira de papel, carro de Hall, dinamómetro, hilo y polea, se encuentren alineados para evitar cualquier obstrucción.

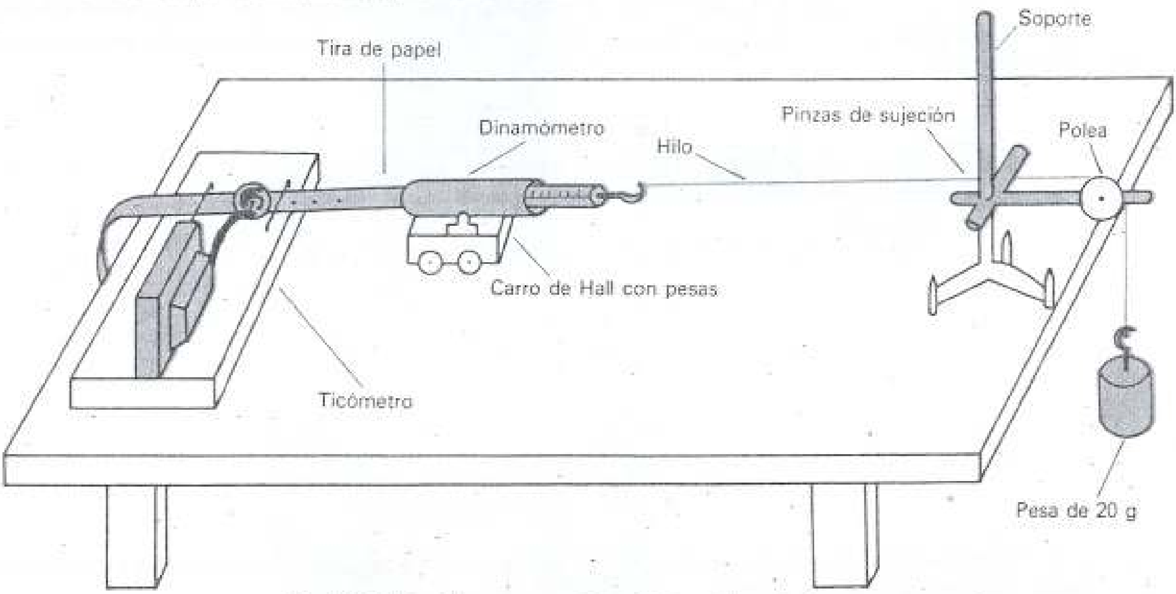


Fig. 5.19 Dispositivo para estudiar la Segunda Ley de Newton.

5. Al tener listo el sistema, ponga a funcionar el ticómetro e inmediatamente después deje libre la pesa de 20 g.
6. Observe cuidadosamente la lectura que marca el dinamómetro mientras el carro está en movimiento y registre su valor.
7. Cuando el carro de Hall esté a punto de chocar con el soporte deténgalo y quite la pesa. Retire la tira de papel, la cual deberá tener claramente marcados los puntos y determine la aceleración media que tuvo el carro. Para ello, pregunte la frecuencia del vibrador del ticómetro y determine la distancia recorrida por cada décima de segundo. Copie y llene el cuadro siguiente con los datos respectivos:

Cuadro 5.1 DISTANCIAS-TIEMPOS (EXPERIMENTALES)

Tiempo (s)	Distancia (cm)	Tiempo ^{2} (s^2)
0.1		
0.2		
0.3		
0.4		
0.5		
0.6		

Con los datos del cuadro 5.1 grafique la distancia en función del tiempo al cuadrado. Una los puntos obtenidos y determine la pendiente de la recta. Recuerde que en un gráfico d vs t^2 la pendiente de la recta representa 1/2 de la aceleración del móvil. Por tanto, para obtener la aceleración que tuvo el carro sólo multiplique el valor de la pendiente obtenida por 2, toda vez que: $a = 2\ d/t^2$. Registre el valor de la aceleración del carro; si tiene alguna duda respecto a lo descrito repase la unidad 4, sección 9: Gráficas desplazamiento-tiempo, desplazamiento-tiempo al cuadrado, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo, para el M.R.U.V. de este libro, así como las actividades experimentales 5 y 6.
8. Repita la misma operación, pero en lugar de una pesa de 20 g coloque una de 40 g, después de 60 g, 80 g y finalmente una de 100 g. En el cuadro 5.2 registre para cada caso la fuerza desequilibrada o neta que recibe el carro y que se lee en el dinamómetro, así como la aceleración media experimentada por este mismo.

Cuadro 5.2 FUERZAS-ACELERACIONES (EXPERIMENTALES)

F = fuerza ($\vec{g}$) (Leída en el dinamómetro.)	a = aceleración (cm/s^2)	F/a ($\vec{g}$ /cm/s^2)

9. Con los datos del cuadro 5.2 construya una gráfica fuerza contra aceleración y determine la pendiente de la recta obtenida al unir los puntos.

Cuestionario

1. ¿Cómo define usted la aceleración de un móvil?
2. ¿Qué se entiende por aceleración media de un móvil?
3. ¿Cuál es la frecuencia del vibrador del ticómetro?
4. ¿Qué consideración hizo para determinar el tiempo en el experimento?
5. ¿Cómo define la fuerza?
6. ¿Qué se entiende por fuerza neta o fuerza resultante?
7. ¿Por qué la fuerza neta que recibe el carro la leímos en el dinamómetro, en lugar de considerar el valor de la pesa suspendida?
8. ¿Cómo define a la fricción?
9. ¿Qué entiende por fuerza de fricción estática y por fuerza de fricción dinámica?
10. ¿Qué representa la pendiente de la recta obtenida al unir los puntos en un gráfico fuerza contra aceleración?
11. ¿Cuál fue el valor de la pendiente de la recta que obtuvo al graficar fuerza contra aceleración con los datos del cuadro 5.2? ¿El valor obtenido es el mismo que se obtiene al dividir F/a en la tercera columna del cuadro 5.2? Sí o no y por qué.

SEGUNDA PARTE

Estudiaremos ahora la relación entre la masa del carro y su aceleración, manteniendo constante la fuerza que recibe el mismo. Por tanto, nuestro dispositivo será el mismo que usamos en la primera parte.

1. Determine la masa del conjunto carro de Hall-dinamómetro sin ninguna pesa y anote su valor.
2. Adhiera al carro un extremo de la tira de papel, cuidando que dicha tira pase por las grapas del ticómetro.
3. Por medio del hilo una el extremo móvil del dinamómetro con una pesa de 100 g.
4. Al tener listo el sistema ponga a funcionar el ticómetro e inmediatamente después deje libre la pesa de 100 g.
5. Observe cuidadosamente la lectura que marca el dinamómetro mientras el carro está en movimiento y registre su valor.
6. Cuando el carro de Hall esté a punto de chocar con el soporte deténgalo y quite la pesa. Retire la tira de papel con los puntos marcados y, siguiendo el mismo procedimiento señalado en el punto 7 de la primera parte, determine la aceleración media que experimenta el carro.
7. Repita los mismos pasos, del 1 al 6, pero agréguele al carro de Hall una pesa de 20 g, después una de 40 g, 60 g y 80 g, de tal manera que se puedan determinar cinco aceleraciones para cinco masas diferentes, manteniendo la misma fuerza recibida por el carro a través de la pesa de 100 g. En el cuadro 5.3 registre para cada caso la masa total y el valor de la aceleración que experimenta el carro.

Cuadro 5.3 MASAS-ACELERACIONES (EXPERIMENTALES)

m = masa del carro (g)	a = aceleración del carro (cm/s^2)	$1/m$ (g^{-1})	ma (g cm/s^2)

8. Con los datos del cuadro 5.3 construya una gráfica de aceleración contra masa: a vs m, y otra de aceleración contra el inverso de la masa: a vs $1/m$.

Cuestionario

1. ¿Cómo varia la aceleración del carro al aumentar su masa y recibir la misma fuerza?
2. ¿Qué obtuvo como resultado de graficar la aceleración del carro contra su masa?
3. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta obtenida al graficar los valores de aceleración contra el inverso de la masa? ¿Qué significado fisico tiene la pendiente de la recta?
4. ¿Cuál es el enunciado de la Segunda Ley de Newton?

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 10

EQUILIBRIO DE FUERZAS PARALELAS

Objetivo: Experimentar con el momento de una fuerza y explicar las condiciones de equilibrio de las fuerzas paralelas.

Consideraciones teóricas

Las fuerzas paralelas son aquellas que actúan sobre un cuerpo rigido con sus lineas de acción en forma paralela, como se ve en las figuras siguientes:

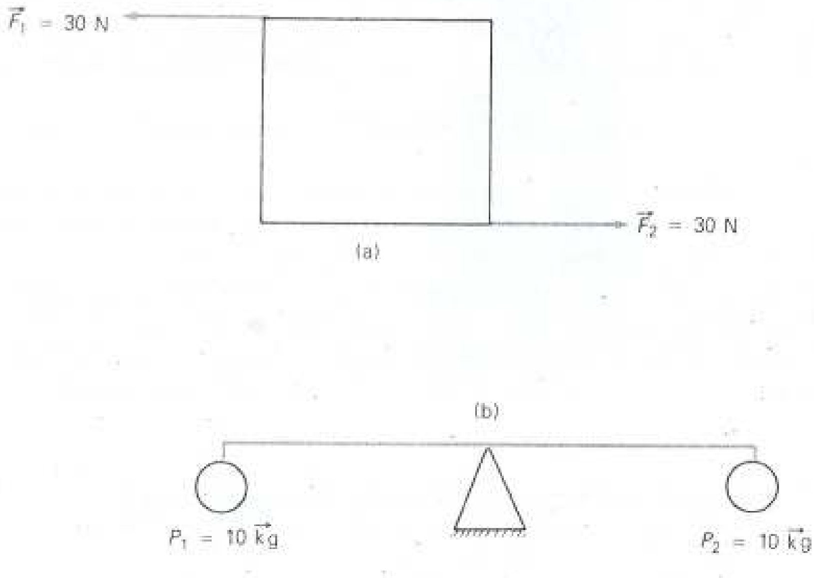


Fig. 5.20 Ejemplos de fuerzas paralelas.

La resultante de dos o más fuerzas paralelas tiene un valor igual a la suma de ellas con su línea de acción también paralela a las fuerzas. Cuando dos fuerzas paralelas de la misma magnitud pero de sentido contrario actúan sobre un cuerpo, se produce el llamado par de fuerzas en el que su resultante es igual a cero y su punto de aplicación está en el centro de la línea que une a los puntos de aplicación de las fuerzas componentes.

No obstante que la resultante es cero, un par de fuerzas produce siempre un movimiento de rotación, tal como sucede con el volante de un automóvil o como la figura 5.20.

El momento de una fuerza, también llamado torca (torcer), se define como la capacidad que tiene una fuerza para hacer girar un cuerpo. El valor del momento de una fuerza (M) se calcula multiplicando el valor de la fuerza aplicada (F) por el brazo de palanca (r), donde $M = Fr$. El momento de una fuerza es una magnitud vectorial cuya dirección es perpendicular al plano en que se realiza la rotación del cuerpo y su sentido depende de cómo se realice ésta.

Cualquier movimiento por complejo que sea puede ser reducido para su estudio en dos tipos de movimiento: de traslación y de rotación. Primera condición de equilibrio: para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero. Donde: $\vec{R} = 0$, es decir, $\Sigma \vec{F}_x = 0$ y $\Sigma \vec{F}_y = 0$.

La segunda condición de equilibrio señala: para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación la suma de los momentos o torcas de las fuerzas que actúan sobre él respecto a cualquier punto debe ser igual a cero. Donde: $\Sigma M = 0$.

Por convención se considera que el momento de una fuerza es positivo cuando su tendencia es hacer girar a un cuerpo en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj, y es negativo cuando la tendencia de la fuerza aplicada es hacer girar al cuerpo en sentido de las manecillas del reloj (figura 5.21).

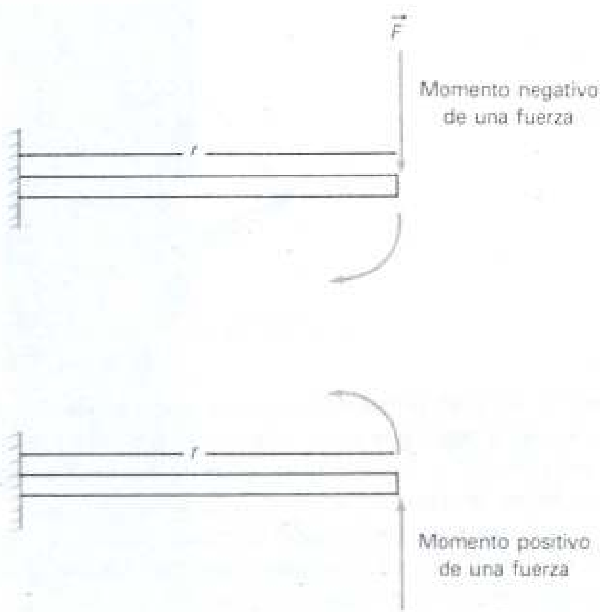


Fig. 5.21 Momento positivo y negativo de una fuerza.

Material empleado

Una balanza aritmética, un marco de pesas e hilo.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 5.22. Verifique que la regla graduada de la balanza aritmética en ausencia de cuerpos suspendidos se encuentre balanceada al mantener una posición horizontal.

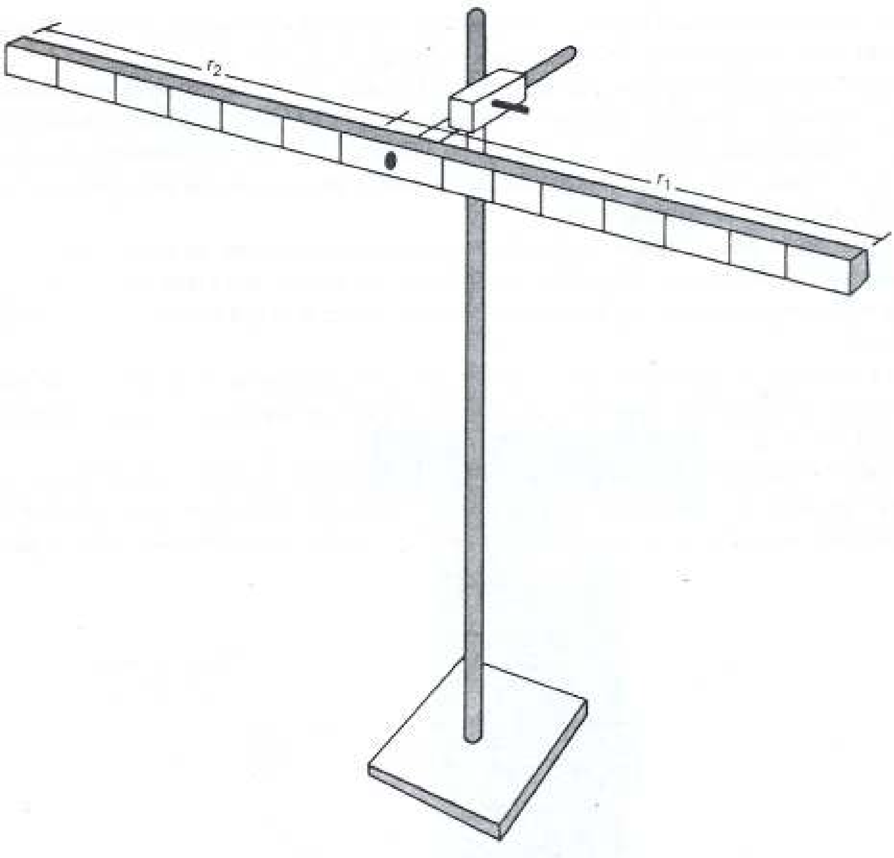


Fig. 5.22 Balanza aritmética.

na pesa de 50 g en el brazo derecho a una distancia r_1 de 30 cm del punto de equilibrio. ovocará que la regla gire en el mismo sentido que las manecillas del reloj. Equilibre dicha una pesa de 100 g, la cual deberá ser colocada a la izquierda del punto de equilibrio de note su brazo de palanca r_2 en el cuadro 5.4.
pesas anteriores y ahora coloque una pesa de 200 g del lado izquierdo a una distancia r_2 el punto de equilibrio. La pesa provocará que la regla gire en sentido contrario a las maneci-oj. Equilibre dicha fuerza con una pesa de 50 g que deberá ser colocada a la derecha del equilibrio de la regla. Anote su brazo de palanca r_1 en el cuadro 5.4.
pesas anteriores y coloque ahora una pesa de 20 g del lado derecho a una distancia r_2 de punto de equilibrio. Equilibre dicha fuerza colocando una pesa de 30 g a la izquierda del equilibrio de la regla. Anote su brazo de palanca r_2 en el cuadro 5.4.

Cuadro 5.4 EQUILIBRIO DE ROTACION (EXPERIMENTAL)

F_1 ($\vec{g}$)	r_1 (cm)	F_1r_1 ($\vec{g}$ cm)	F_2 ($\vec{g}$)	r_2 (cm)	F_2r_2 ($\vec{g}$ cm)	$\frac{F_1r_1}{F_2r_2}$

Cuestion

1. Puest
que la

2. Al div

3. Demu
es igu

RESUM

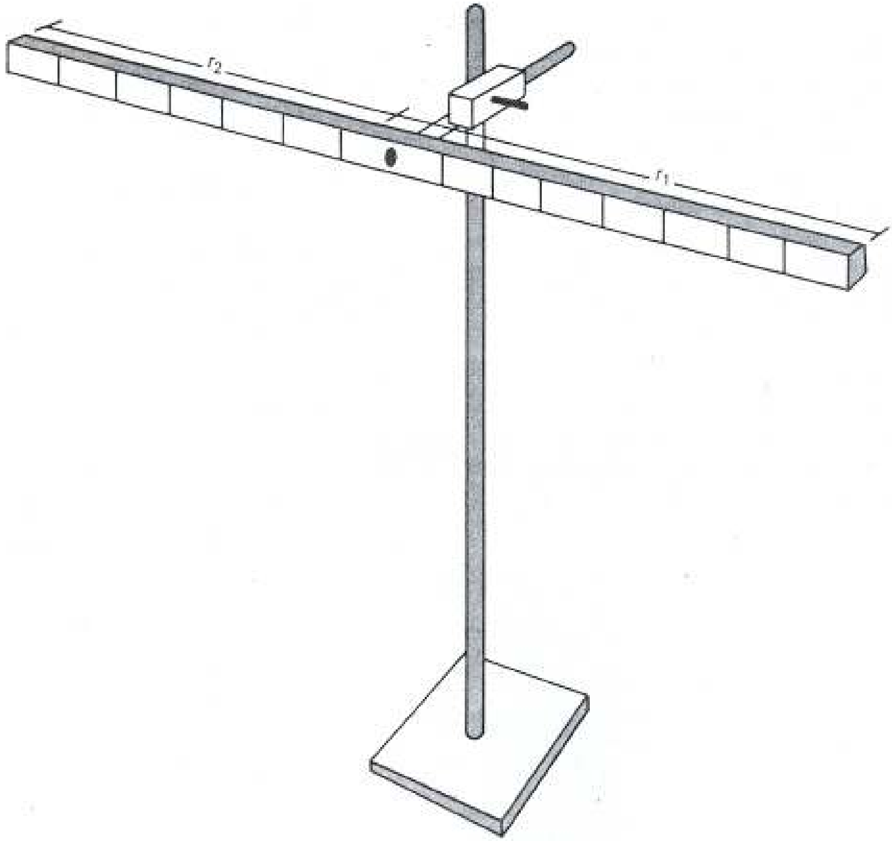


Fig. 5.22 Balanza aritmética.

2. Cuelgue una pesa de 50 g en el brazo derecho a una distancia r_1 de 30 cm del punto de equilibrio. La pesa provocará que la regla gire en el mismo sentido que las manecillas del reloj. Equilibre dicha fuerza con una pesa de 100 g, la cual deberá ser colocada a la izquierda del punto de equilibrio de la regla. Anote su brazo de palanca r_2 en el cuadro 5.4.
3. Retire las pesas anteriores y ahora coloque una pesa de 200 g del lado izquierdo a una distancia r_2 de 10 cm del punto de equilibrio. La pesa provocará que la regla gire en sentido contrario a las manecillas del reloj. Equilibre dicha fuerza con una pesa de 50 g que deberá ser colocada a la derecha del punto de equilibrio de la regla. Anote su brazo de palanca r_1 en el cuadro 5.4.
4. Retire las pesas anteriores y coloque ahora una pesa de 20 g del lado derecho a una distancia r_2 de 30 cm del punto de equilibrio. Equilibre dicha fuerza colocando una pesa de 30 g a la izquierda del punto de equilibrio de la regla. Anote su brazo de palanca r_2 en el cuadro 5.4.

Cuadro 5.4 EQUILIBRIO DE ROTACION (EXPERIMENTAL)

F_1 ($\vec{g}$)	r_1 (cm)	F_1r_1 ($\vec{g}$ cm)	F_2 ($\vec{g}$)	r_2 (cm)	F_2r_2 ($\vec{g}$ cm)	$\frac{F_1r_1}{F_2r_2}$

Cuestionario

1. Puesto que la balanza aritmética se encontraba en equilibrio de traslación, ¿cómo se puede explicar que la resultante de las fuerzas que actuaban sobre ellas era cero?
2. Al dividir $\frac{F_1r_1}{F_2r_2}$ para cada caso, ¿qué valor obtuvo y qué le representa ese valor obtenido?
3. Demuestre que al haber un equilibrio de rotación en cada uno de los casos, la suma de los momentos es igual a cero.

RESUMEN

1. La *dinámica* estudia las causas que originan el reposo o el movimiento de los cuerpos. La estática analiza las situaciones que permiten el equilibrio de los cuerpos, queda comprendida dentro del estudio de la dinámica.
2. La causa que provoca el movimiento de los cuerpos es la fuerza. Aunque el concepto de fuerza es intuitivo, en general podemos decir que una *fuerza* es todo aquello capaz de deformar un cuerpo o de variar su estado de reposo o de movimiento. El efecto que una fuerza produce sobre un cuerpo depende de su magnitud, así como de su dirección y sentido, por tal motivo la fuerza es una magnitud vectorial. La unidad de fuerza en el Sistema Internacional es el newton (N) y en el CGS es la dina.

   $$1\ \text{N} = 1 \times 10^5\ \text{dina}$$

3. En términos generales, las fuerzas pueden clasificarse según su origen y características en: *fuerzas gravitacionales*, cuya causa está en función de la masa de los cuerpos y de la distancia que hay entre ellos; mientras mayor masa tenga un cuerpo mayor será la fuerza gravitacional con que atraerá a los demás cuerpos. *Fuerzas electromagnéticas*, su origen se debe a las cargas eléctricas, las cuales cuando se encuentran en reposo ejercen entre ellas fuerzas electrostáticas y cuando están en movimiento producen fuerzas electromagnéticas. *Fuerzas nucleares*, se supone que son ocasionadas por medio de mesones entre las partículas del núcleo y son las que mantienen unidas a las partículas que constituyen el núcleo atómico.
4. *Primera Ley de Newton o Ley de la Inercia:* todo cuerpo se mantiene en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es cero.
5. La tendencia que presenta un cuerpo en reposo a permanecer inmóvil, o la de un cuerpo en movimiento a tratar de no detenerse, recibe el nombre de *inercia*. Toda la materia posee inercia, y una medida cuantitativa de ella nos lleva al concepto de masa, misma que podemos definir de la siguiente manera: la masa de un cuerpo es una medida de su inercia.
6. *Segunda Ley de Newton o Ley de la Proporcionalidad entre Fuerzas y Aceleraciones:* toda fuerza resultante aplicada a un cuerpo le produce una ace-

leración en la misma dirección en que actúa. La magnitud de dicha aceleración es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

$$a = \frac{F}{m} \therefore F = ma$$

como $m = \dfrac{P}{g}$ tenemos que: $F = \dfrac{P}{g} a$.

7. *Tercera Ley de Newton o Ley de la Acción y la Reacción:* a toda fuerza (llamada acción) se le opone otra igual (llamada reacción) con la misma dirección pero en sentido contrario.
8. El hombre ha observado desde tiempos muy remotos a los astros y al Universo en general, tratando de explicarse el porqué de su origen, su constitución, sus movimientos y su evolución. Hiparco, astrónomo griego (125 años a.C.), logró hacer una lista con más de mil estrellas. Sin embargo, afirmaba que la Tierra era plana y ocupaba el centro del Universo. Claudio Ptolomeo, geógrafo y astrónomo griego (siglo II d.C.), suponía que la Tierra era inmóvil y plana y que alrededor de ella giraban los planetas describiendo trayectorias circulares. Nicolás Copérnico, astrónomo polaco (1473-1543), propuso que la Tierra era redonda y giraba sobre su propio eje cada 24 horas además de dar una vuelta alrededor del Sol cada 365 días. Lo revolucionario de sus ideas provocó que la Iglesia Católica prohibiera la publicación de su obra sobre las revoluciones de las esferas celestes. Tycho Brahe, astrónomo danés (1546-1601), logró descubrir algunas leyes sobre el movimiento de la Luna, además calculó la posición de 777 estrellas y obtuvo interesantes datos sobre los cometas. Cuando se vio obligado a marcharse a Praga debido a la muerte de su protector Federico II, Rey de Dinamarca, tuvo en aquel lugar como discípulo a Johannes Kepler.
9. Johannes Kepler, astrónomo alemán (1571-1650), aprovechó todas las enseñanzas que le proporcionó Copérnico, mismas que aunadas a su gran interés por encontrar cómo se movían los planetas alrededor del Sol después de muchos años de estudio descubrió que los planetas no describen trayectorias circulares, sino elípticas (ovaladas). Sus grandes estudios le permitieron formular las tres siguientes leyes sobre el movimiento de los planetas, las cuales actualmente sirven de base a la Astronomía. *Primera Ley de Kepler:* todos los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas en las cuales el Sol ocupa uno de los focos. *Segunda Ley de Kepler:* el radio vector que enlaza al Sol con un planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales. *Tercera Ley de Kepler:* los cuadrados de los períodos de revolución sideral de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol. Galileo Galilei, astrónomo y físico italiano (1564-1642), construyó un telescopio con el cual pudo observar estrellas que hasta entonces nadie conocía. Al estudiar la Luna encontró que tenía montes y otras irregularidades sobre su superficie. Observó las manchas del Sol y debido al movimiento de ellas demostró que el Sol giraba alrededor de su eje en un período de 27 días. Los descubrimientos hechos

por Galileo apoyaban las teorías de Copérnico, por tal motivo la Iglesia lo obligó a renunciar a sus ideas. Isaac Newton, físico y matemático inglés, nació en 1643, año en que murió Galileo Galilei. Después de estudiar las teorías de Kepler sobre el movimiento de los planetas decidió investigar la causa que originaba el que éstos pudieran girar alrededor de órbitas bien definidas. El primero en describir la forma en que actúa la gravedad fue Newton, quien encontró que todos los cuerpos ejercen entre sí una fuerza de atracción a la que llamó fuerza gravitacional. En 1687 Newton publicó su Ley de la Gravitación Universal que dice: dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Matemáticamente la ley se expresa como:

$$F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$$

10. El peso de un cuerpo depende de la fuerza de gravedad, por ello el peso de un cuerpo será mayor si es atraído por una fuerza mayor o viceversa.
11. El peso de un cuerpo en la Tierra será mayor si se encuentra sobre el nivel del mar, que si está a cierta altura sobre él. Lo anterior se debe a que la distancia entre el cuerpo y el centro de gravedad de la Tierra es menor al nivel del mar.
12. Cuando se coloca un cuerpo cualquiera sobre una superficie horizontal, su peso ejerce una *acción vertical* hacia abajo sobre dicha superficie; como *reacción* la superficie ejerce una fuerza igual en magnitud al peso del bloque, en la misma dirección pero con sentido contrario. Dicha fuerza recibe el nombre de *fuerza de reacción normal* (N), porque es perpendicular al plano o superficie horizontal. Cuando un cuerpo es colocado en una rampa o plano inclinado que forma un cierto ángulo respecto al plano horizontal, el peso del cuerpo experimenta una descomposición vectorial en dos direcciones perpendiculares entre sí, una es normal o perpendicular al plano y la otra es paralela al mismo. Debido a la descomposición vectorial que sufre el peso de un cuerpo en un plano inclinado, resulta más fácil subir un barril a un camión rodándolo por una rampa, que levantarlo verticalmente.
13. Si se pone a girar una piedra atada a un cordel, éste ejerce una *fuerza centrípeta* constante para jalar a la piedra acelerándola hacia el centro del círculo; mientras la piedra ejerce sobre el cordel una *fuerza centrífuga* que la impulsa hacia afuera. La magnitud de la fuerza centrípeta es igual a la fuerza centrífuga pero actúan en sentidos opuestos. Se calculan con la expresión: $Fc = \frac{mv^2}{r}$. En general, un cuerpo tiene un mayor peso cerca de los polos que en el *Ecuador*, pues la fuerza centrífuga que trata de separarlo de la superficie es menor, además de encontrarse más cerca del centro de la Tierra debido al achatamiento de sus polos.
14. Todo cuerpo, por el hecho de ser materia, posee un campo gravitatorio que se manifiesta por la fuerza de atracción ejercida entre dos cuerpos cualesquiera. El *campo gravitacional* de un cuerpo es la zona en la cual ejerce

su influencia sobre otros cuerpos. A medida que aumenta la distancia, la intensidad del campo gravitatorio de un cuerpo disminuye. La fuerza que ejerce el campo gravitacional terrestre sobre la unidad de masa en un determinado punto representará el valor de la intensidad del campo gravitacional en dicho punto. En general, para puntos localizados cerca de la superficie de la Tierra se considera una intensidad del campo gravitacional igual a 9.8 N/kg. Para conocer el peso de un cuerpo cualquiera sólo debemos multiplicar la masa (*m*) del cuerpo por el valor de la intensidad del campo gravitacional (*g*): $P = mg$.

15. La Luna es el cuerpo celeste (astro) más cercano a la Tierra. Gira alrededor de ella a una velocidad de unos 3664 km/h. Tarda 27 días con 7.716 horas en dar una vuelta alrededor de la Tierra (traslación) y es exactamente el mismo tiempo que tarda en girar sobre su propio eje (rotación). Por ello, siempre vemos desde la Tierra su misma cara. El diámetro de la Luna mide 3476 km y el de la Tierra 12 742.9 km. La masa de la Luna es aproximadamente de 7.25×10^{22} kg y la de la Tierra es de 5.9×10^{24} kg. La fuerza de gravedad de la Luna ejerce su efecto sobre la Tierra provocando las mareas. La Luna carece de luminosidad propia y su luz se debe a que su superficie refleja la del Sol. La Luna carece de atmósfera, pues su fuerza de gravedad es incapaz de retener a las moléculas gaseosas.
16. Uno de los sueños más ambiciosos del hombre era poner los pies sobre la superficie lunar, lo cual logró el 20 de julio de 1969 a través del proyecto Apolo, puesto en marcha por los Estados Unidos de América en 1962.
17. La *estática*, como parte de la dinámica, se encarga de estudiar todos aquellos casos en que los cuerpos sometidos a la acción de varias fuerzas no se mueven, toda vez que las fuerzas se equilibran entre sí. También estudia aquellos casos en que la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento es nula y el cuerpo sigue desplazándose con movimiento rectilíneo uniforme.
18. Un *cuerpo rígido* es aquel cuya deformación provocada por una fuerza es mínima al compararla con su tamaño.
19. Las fuerzas pueden clasificarse en *coplanares*, si se encuentran en el mismo plano, es decir, en dos ejes; y *no coplanares*, si están en diferente plano, o sea, en tres ejes.
20. El *principio de transmisibilidad* del punto de aplicación de las fuerzas dice: el efecto externo de una fuerza no se modifica cuando se traslada en su misma dirección, es decir, sobre su propia línea de acción.
21. Un *sistema de fuerzas colineales* se forma cuando sobre un cuerpo actúan dos o más fuerzas con la misma línea de acción, es decir, en la misma dirección.
22. Las *fuerzas concurrentes* son aquellas cuyas direcciones o líneas de acción pasan por un mismo punto. También se les suele llamar angulares y concurrentes, ya que forman un ángulo entre ellas. Para sumar dos fuerzas concurrentes en forma gráfica se usa el método del paralelogramo y para sumar más de dos fuerzas concurrentes se usa el método del polígono.
23. Las *fuerzas son paralelas* cuando al actuar dos o más fuerzas sobre un cuerpo su línea de acción se encuentra en forma paralela. Un caso de fuerzas paralelas se presenta en el llamado par de fuerzas, el cual se caracteriza

porque sobre un mismo cuerpo actúan dos fuerzas paralelas de la misma magnitud pero de sentido contrario y su efecto es producir un movimiento de rotación, tal como sucede con el volante de un automóvil.

24. El *momento de una fuerza*, también llamado torca, se define como la capacidad que tiene una fuerza para hacer girar un cuerpo. El momento de una fuerza se calcula multiplicando el valor de la fuerza por su brazo de palanca. El momento de una fuerza es positivo cuando su tendencia es hacer girar a un cuerpo en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj, y negativo cuando la tendencia de la fuerza aplicada es hacer girar al cuerpo en el sentido de las manecillas del reloj. El momento de una fuerza es una magnitud vectorial cuya dirección es perpendicular al plano en que se realiza la rotación del cuerpo y su sentido dependerá de cómo se realice ésta.

25. El *centro de gravedad* de un cuerpo es el punto donde se considera concentrado todo su peso. Con base en su centro de gravedad, un cuerpo puede tener un equilibrio estable, inestable o indiferente.

26. *Primera condición de equilibrio*: para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero: $\vec{R} = 0$, o sea, $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$.

27. *Segunda condición de equilibrio*: para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación, la suma de los momentos o torcas de las fuerzas que actúan sobre él respecto a cualquier punto debe ser igual a cero.

$$\Sigma M = 0$$

28. Para resolver problemas de equilibrio de los cuerpos es recomendable hacer un *diagrama de cuerpo libre*. Este consiste en aislar al cuerpo dibujando sobre él únicamente las fuerzas externas que soporta y que son ocasionadas por tener contacto con otros cuerpos o por atracción gravitacional.

29. Cuando se desea desplazar un cuerpo que está en contacto con otro se presenta una fuerza llamada fricción que se opone a su deslizamiento. La *fricción* es una fuerza tangencial, paralela a las superficies que están en contacto. Existen dos clases de fuerzas de fricción: *estática*, es la reacción que presenta un cuerpo en reposo oponiéndose a su deslizamiento sobre otra superficie, y *dinámica*, su valor es igual a la fuerza que se requiere aplicar para que un cuerpo se deslice a velocidad constante sobre otro. Generalmente, la fricción se expresa en coeficientes: a) *Coeficiente de fricción estático*, es la relación entre la fuerza máxima de fricción estática y la normal: $\mu_e = \frac{Fme}{N}$. b) *Coeficiente de fricción dinámico*, es la relación entre la fuerza de fricción dinámica y la fuerza normal que tiende a mantener unidas dos superficies: $\mu_d = \frac{Fd}{N}$. La fricción presenta varias ventajas como sostener cualquier objeto con las manos, escribir, frenar un vehículo y desintegrar un meteorito al rozar con la atmósfera terrestre. Sin embargo, presenta desventajas como desgaste en la ropa, zapatos, neumáticos, piezas metálicas, pisos y pérdida de energía cuando ésta se transforma en calor no aprovechable debido a la fricción. Para reducir la fricción se usan

aceites, lubricantes, cojinetes de bolas o baleros, así como superficies lisas en lugar de rugosas.

30. Desde el punto de vista de la Física sólo se realiza *trabajo* cuando una fuerza mueve un cuerpo en su misma dirección. Su valor se calcula multiplicando la magnitud de la componente de la fuerza, que está en la misma dirección en que se efectúa el movimiento del cuerpo, por el desplazamiento que éste realiza: $T = Fd \cos \theta$. El mayor trabajo que una fuerza puede producir se obtiene cuando la dirección en que se aplica la fuerza es la misma a la del desplazamiento: $\theta = 0° \therefore T = Fd$. Algunas consideraciones importantes sobre trabajo mecánico son las siguientes: a) Si dos personas del mismo peso cargan por separado un bulto de cemento de 50 kg hasta una misma altura, digamos 40 m, pero una de ellas utiliza una escalera de 160 m de longitud y otra emplea una escalera de 200 m, el trabajo mecánico realizado por las dos personas es el mismo, pues desde el punto de vista físico lo único importante es la fuerza que se efectuará verticalmente hacia arriba y la altura a la que se eleva el bulto. b) Cuando una persona levanta un cuerpo, digamos una maleta, realiza trabajo al subirla desde el suelo hasta la altura a la que la mantiene suspendida. Pero si después camina, por ejemplo 10 m, sobre el suelo, desde el punto de vista físico no realiza trabajo mecánico, pues el peso de la maleta está dirigido verticalmente hacia abajo, la fuerza para sostenerla actúa verticalmente hacia arriba y como el desplazamiento es horizontal, no existe componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

31. En términos generales, la *energía* se define como la capacidad que tienen los cuerpos para realizar un trabajo. Existen varias clases de energía, como son: radiante, nuclear, química, eléctrica, calorífica, hidráulica, eólica y mecánica.

32. La energía mecánica se divide en: *energía cinética*, la cual posee cualquier cuerpo que se encuentre en movimiento: $Ec = \frac{1}{2} mv^2$, y en *energía potencial*, ésta es la que posee todo cuerpo cuando en función de su posición o estado es capaz de llevar a cabo un trabajo: $Ep = mgh$. La Ley de la Conservación de la Energía establece que: la energía existente en el Universo es una cantidad constante que no se crea ni se destruye únicamente se transforma.

33. La *potencia mecánica* se define como la rapidez con que se realiza un trabajo: $P = \frac{T}{t}$. Se mide en watts (W) en el SI, pero también se usa el caballo de fuerza (hp) y el caballo de vapor (cv). Las equivalencias entre estas unidades son: 1 hp = 746 W; 1 cv = 736 W. La potencia mecánica se calcula también con la ecuación: $P = Fv$.

34. El *impulso* que recibe un cuerpo es igual al producto de la fuerza aplicada por el intervalo de tiempo en que ésta actúa. El impulso es una magnitud vectorial, cuya dirección corresponde a la fuerza recibida: $I = Ft$. La cantidad de movimiento o ímpetu de un cuerpo es igual al producto de su masa por su velocidad. La cantidad de movimiento o ímpetu es una magnitud vectorial cuya dirección corresponde a la de la velocidad: $C = mv$. El im-

pulso y la cantidad de movimiento se encuentran estrechamente ligadas, ya que uno genera al otro. Por lo que: $Ft = mv_f - mv_i$ y si la velocidad inicial del cuerpo es cero: $Ft = mv$.

35. Los choques entre los cuerpos pueden ser: *elásticos*, si se conserva la energía cinética después del choque, tal es el caso del choque entre átomos y moléculas de un gas o el que se realiza entre dos esferas de vidrio o de acero, o *inelásticos*, cuando no se conserva la energía cinética debido a que durante el choque parte de la energía se transforma en calor. En un choque completamente inelástico los cuerpos quedan unidos después del choque, por tanto, su velocidad final será la misma. Un ejemplo es el de una bala que se incrusta en un bloque de madera.
36. La *Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento* establece que: cuando dos o más cuerpos chocan la cantidad de movimiento es igual antes y después del choque, por lo que:

$$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique las partes en que se divide la mecánica y escriba el campo de estudio de cada una de esas partes. (Introducción de la unidad 5)
2. ¿Cómo define una fuerza? (Sección 1)
3. Defina qué se entiende por resultante y equilibrante de un sistema de fuerzas. (Sección 1)
4. Explique cómo se clasifican las fuerzas según sea su origen. (Sección 1)
5. Escriba la Primera Ley de Newton e ilústrela con un dibujo. (Sección 2)
6. Explique el concepto de masa inercial. (Sección 2)
7. Escriba la Segunda Ley de Newton e ilústrela con un dibujo. (Sección 2)
8. Explique el significado de newton, como unidad de fuerza del SI. (Sección 2)
9. ¿Por qué decimos que el peso es una magnitud vectorial? (Sección 2)
10. ¿Cómo se calcula el peso de un cuerpo del cual se conoce su masa? (Sección 2)
11. Escriba la Tercera Ley de Newton e ilústrela con un dibujo. (Sección 2)
12. Explique en qué consistieron las teorías de Hiparco, Ptolomeo y Copérnico, acerca del movimiento de los astros. (Sección 3)
13. Enuncie las tres leyes de Kepler sobre el movimiento de los planetas. (Sección 3)
14. Escriba cuáles fueron las contribuciones de Galileo Galilei en el estudio del Universo. (Sección 3)

15. Explique a qué se le llama fuerza gravitacional. (Sección 3)
16. Enuncie la Ley de la Gravitación Universal y escriba su expresión matemática. (Sección 3)
17. Explique cómo varía la fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos al aumentar la distancia entre ellos al doble y al triple. (Sección 3)
18. Explique por qué pesa más un astronauta cuando se encuentra en la Tierra que cuando está en la Luna. (Sección 3)
19. Explique cómo es la fuerza de reacción normal de un cuerpo colocado sobre una superficie horizontal. (Sección 3)
20. Describa mediante un dibujo cómo se efectúa la descomposición vectorial del peso de un cuerpo que se halla sobre un plano inclinado. (Sección 3)
21. ¿Por qué es más fácil subir un barril a un camión rodándolo por una rampa que levantarlo verticalmente? (Sección 3)
22. Explique qué es fuerza centrífuga y qué es fuerza centrípeta. Escriba la expresión matemática para calcular su valor. (Sección 3)
23. Explique por qué un cuerpo tiene mayor peso cerca de los polos que en el *Ecuador*. (Sección 3)
24. Explique el concepto de campo gravitacional de los cuerpos. (Sección 3)
25. ¿Cómo se define la intensidad del campo gravitacional en un punto? (Sección 3)
26. ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo gravitacional para puntos que se encuentran cercanos a la superficie de la Tierra? (Sección 3)
27. ¿Cómo se determina el peso de un cuerpo cualquiera si se conoce su masa? (Sección 3)
28. Escriba cuatro características físicas de la Luna. (Sección 3)
29. Describa el proceso de lunación por medio de las fases de la Luna. (Sección 3)
30. Explique por qué no hay atmósfera en la Luna y escriba qué desventajas presenta esta carencia para un posible desarrollo de vida humana en este satélite natural. (Sección 3)
31. Explique cuál es la diferencia entre la astronáutica y la navegación aérea. (Sección 3)
32. Describa brevemente en qué consistió el proyecto Apolo, el cual permitió al hombre llegar a la Luna. (Sección 3)
33. Escriba cuando menos dos conocimientos relevantes que el hombre haya adquirido como consecuencia de los estudios hechos en los diferentes viajes a la Luna. (Sección 3)
34. ¿Qué consideraciones deben hacerse para el lanzamiento de una nave hacia el espacio cósmico y para su retorno a la Tierra? Señale cuando menos cuatro de ellas. (Sección 3)
35. Explique el origen de la palabra estática y cuál es su campo de estudio. (Sección 4)
36. Explique cómo se define un cuerpo rígido y cite ejemplos. (Sección 4)
37. ¿Cuáles son las fuerzas coplanares y las no coplanares? (Sección 4)
38. Explique por medio de un dibujo el principio de transmisibilidad de las fuerzas. (Sección 4)
39. Representar un ejemplo práctico, mediante un dibujo, con un sistema de fuerzas colineales. (Sección 4)

40. Explique qué es un sistema de fuerzas concurrentes y dibuje ejemplos de ellas. (Sección 4)
41. Dibuje un ejemplo de fuerzas paralelas y explique cómo se encuentra su resultante, así como el lugar donde debe estar aplicada. (Sección 4)
42. Explique qué es un par de fuerzas. (Sección 4)
43. Explique qué es el momento de una fuerza y cuándo se considera positivo o negativo. (Sección 4)
44. ¿Por qué el momento de una fuerza es una magnitud vectorial? (Sección 4)
45. Explique qué se entiende por: centro de gravedad, centroide y centro de masa. (Sección 4)
46. Explique qué sucede con la estabilidad de un cuerpo si: a) disminuye la superficie de sustentación, b) la altura a la que se encuentra su centro de gravedad disminuye. (Sección 4)
47. Explique las dos condiciones de equilibrio necesarias para que un cuerpo esté en reposo. (Sección 4)
48. ¿Cuáles son los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre? (Sección 4)
49. ¿Cómo se define la fricción y cuántas clases de ella existen? Describa cada clase. (Sección 5)
50. Si la fuerza de fricción dinámica al mover un cuerpo a velocidad constante tiene un valor de 800 N, ¿cómo cree que será el valor de la fuerza máxima estática? Mayor o menor y por qué. (Sección 5)
51. ¿Cómo se definen el coeficiente de fricción estático y el coeficiente de fricción dinámico? (Sección 5)
52. Escriba cuando menos tres ventajas y tres desventajas de la fricción. (Sección 5)
53. ¿Cómo se reduce la fuerza de fricción? (Sección 5)
54. ¿Cuál es la definición de trabajo desde el punto de vista de la Fisica? (Sección 6)
55. ¿Qué ángulo debe formar la fuerza que se aplica a un cuerpo respecto a su desplazamiento para que produzca el mayor trabajo posible? (Sección 6)
56. Explique por qué es igual el trabajo mecánico que realizan dos personas del mismo peso cuando cargan, por separado, un bulto de cemento de 50 kg hasta una misma altura, no obstante que una de ellas suba por una escalera cuya longitud puede ser el doble que la usada por la otra persona. (Sección 6).
57. ¿Por qué no realiza trabajo mecánico un caballo que camina llevando una carga sobre su lomo? (Sección 6)
58. Defina qué se entiende por energía y escriba cuántas clases de ella conoce. (Sección 7)
59. Explique mediante un ejemplo qué es la energía cinética y cómo se calcula su valor. (Sección 7)
60. Explique auxiliándose de un ejemplo, qué es la energía potencial y cómo se calcula su valor. (Sección 7)
61. Explique cómo cambia la energía potencial y la energía cinética cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba hasta que regresa a su punto de partida. (Sección 7)

62. Defina el concepto de potencia mecánica, citando fórmula y unidades tanto del SI como prácticas. (Sección 8)
63. Defina los conceptos de impulso mecánico y cantidad de movimiento. Escriba para ambas cuál es su fórmula y unidades. (Secciones 9 y 10)
64. Explique qué sucede con la cantidad de movimiento de un cuerpo cuando el impulso mecánico que recibe: a) aumenta, b) disminuye. (Sección 11)
65. Explique la diferencia entre choque elástico y choque inelástico. Ponga un ejemplo de cada uno. (Sección 12)
66. Enuncie la Ley de la Conservación de la Cantidad de Movimiento y escriba su expresión matemática. (Sección 13)

6 MATERIA Y SUS PROPIEDADES

Observemos todo nuestro entorno; si estamos en un parque veremos árboles, plantas, pájaros, pasto, resbaladillas, columpios, etc.; y si estamos en una biblioteca veremos libros, sillas, mesas, personas, puertas, pisos, paredes, ventanas y lámparas, entre otras cosas.

Todo lo que nos rodea está formado por materia, pero ¿qué es la materia? Pretender dar una respuesta satisfactoria a esta pregunta aún no es posible, pues de la materia únicamente se conoce su estructura.

Por tanto, decir que la materia es todo lo que ocupa un lugar en el espacio e impresiona nuestros sentidos es una definición imprecisa, porque no todo lo existente en el espacio es registrado por nuestros sentidos y, aún más, existen muchas dudas acerca de diferentes tipos de energía en los cuales se desconoce si están constituidas por materia o no.

Pero entonces, ¿qué es la materia? Podemos decir, la materia es todo cuanto existe en el Universo y se halla constituido por partículas elementales, mismas que generalmente se encuentran agrupadas en átomos y en moléculas. El concepto de materia ha evolucionado enormemente a partir de las teorías modernas y de los progresos de la Física Experimental. La materia es indestructible y puede ser transformada en energía. De la misma manera se puede crear materia a partir de energía radiante.

Cuando hablamos de masa nos referimos a la cantidad de materia contenida en un cuerpo. La masa y la energía son dos aspectos de una misma realidad y dan como resultado fenómenos como el de la emisión de radiaciones de las estrellas o las materializaciones de los rayos gamma, entre otros. Estos fenómenos prueban cómo los cuerpos pueden radiar ondas electromagnéticas perdiendo una parte correspondiente de su masa y cómo las ondas de alta frecuencia pueden desaparecer dando lugar a la formación de partículas materiales. Dichas transformaciones obedecen a la misma ley propuesta por Albert Einstein, de la equivalencia de la masa m y de la energía E que se representa por la fórmula $E = mc^2$, donde c es la velocidad de propagación de la luz en el vacío y cuyo valor es igual a 300 mil km/s.

1 ESTADOS DE AGREGACION Y LEY DE LA CONSERVACION DE LA MATERIA

Como ya señalamos, no se sabe con certeza qué es la materia, pero sí se conocen sus constituyentes elementales, éstos son:

a) Protones, partículas cargadas de electricidad positiva.

b) Electrones, partículas cargadas con electricidad negativa.

c) Neutrones, partículas sin carga eléctrica.

Estas partículas generalmente se encuentran asociadas formando átomos.

Un átomo es la partícula más pequeña de la materia que puede entrar en combinación química. Una sustancia que sólo contiene átomos de una misma clase recibe el nombre de elemento, pero si está formada por átomos de más de una clase se llama compuesto. El oro, el mercurio, el oxígeno el hierro, la plata y el azufre son ejemplos de elementos; mientras el agua, el azúcar, la sal y el petróleo son ejemplos de compuestos.

Estados de agregación

La materia se presenta en cuatro estados de agregación molecular: sólido, líquido, gaseoso y plasma. De acuerdo con la teoría cinética molecular, la materia se encuentra formada por pequeñas partículas llamadas moléculas y éstas se encuentran animadas de movimiento, el cual cambia constantemente de dirección y velocidad. Debido a este movimiento las moléculas presentan energía cinética que tiende a separarlas, pero también tienen una energía potencial que tiende a juntarlas. Por tanto, el estado físico de una sustancia puede ser:

a) Sólido, si la energía cinética es menor que la energía potencial (cohesión).
b) Líquido, si la energía cinética y la potencial son aproximadamente iguales.
c) Gaseoso, si la energía cinética es mayor que la energía potencial. (Por sus características especiales mencionaremos aparte el estado de agregación llamado plasma.)

En el estado sólido cada molécula está confinada en un espacio pequeño entre moléculas cercanas, por lo cual vibran sin cambiar prácticamente de lugar debido a su alta fuerza de cohesión. Sin embargo, si al sólido se le suministra calor las moléculas lo absorben y lo transforman en energía cinética, que al aumentar disminuye la fuerza de cohesión y el sólido cambia del estado sólido al líquido. Si el líquido se calienta aún más, las moléculas aumentan su energía cinética nulificando la fuerza de cohesión y se producirá un nuevo cambio del estado líquido al gaseoso; estado en el cual las moléculas se mueven libremente a gran velocidad de un lado a otro, chocan entre sí y con las paredes del recipiente que las contiene, y dan como resultado la denominada presión del gas.

El plasma, denominado cuarto estado de la materia, se produce al aumentar la temperatura a millones de grados. Bajo estas condiciones las moléculas se rompen, los átomos chocan en forma violenta y pierden sus electrones, lo cual da origen a un gas extraordinariamente ionizado, mezcla de iones y electrones.

Este estado sólo se presenta en las estrellas como el Sol o en la explosión de bombas termonucleares. En la actualidad el hombre investiga la producción de plasmas, pero su principal problema es el de aún no haber hallado ningún material natural o artificial resistente a tan altas temperaturas.

Ley de la Conservación de la Materia

El químico francés Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794) demostró que durante un fenómeno físico la materia puede sufrir modificaciones en su estado de agregación molecular/y en un fenómeno químico su estructura molecular se modifica; sin embargo, en ambos casos la cantidad de materia permanece constante. Con base en ello enunció la Ley de la Conservación de la Materia que dice: la materia no se crea ni se destruye sólo se transforma.

Ahora se sabe que la materia puede ser transformada en energía y viceversa, por tanto, la suma total de ambas es una cantidad constante en el Universo.

2 PROPIEDADES GENERALES DE LA MATERIA

Las propiedades que presentan los cuerpos sin distinción reciben el nombre de propiedades generales, por tal motivo no permiten diferenciar una sustancia de otra.

A algunas de las propiedades generales de la materia también se les da el nombre de propiedades extensivas, pues su valor depende de la cantidad de materia, tal es el caso de la masa, el peso, el volumen, la inercia y la energía.

A continuación definiremos ciertas propiedades generales:

Extensión

Todo cuerpo ocupa una porción de espacio llamado volumen.

Masa

Es la cantidad de materia contenida en un cuerpo. Muchas veces se le trata indistintamente como peso, pero no son lo mismo; por ejemplo, cuando un astronauta llega a la Luna su masa, o cantidad de materia, es la misma pues no cambian las dimensiones de su cuerpo, sin embargo, su peso se habrá reducido a la sexta parte de lo que pesaba en la Tierra porque el peso de los cuerpos está en función de la fuerza de atracción gravitacional ejercida sobre ellos. Así, la Luna atrae a los cuerpos de su superficie con una fuerza equivalente a 1/6 de la fuerza con la cual la Tierra atrae a los cuerpos que se encuentran sobre su superficie. La razón de esta diferencia de fuerza con la que la Luna y la Tierra atraen a los cuerpos es la mayor masa de esta última.

Peso

El peso de un cuerpo representa la fuerza gravitacional con la que es atraída la masa de dicho cuerpo. Por tal motivo, el peso de un cuerpo será mayor si es atraído por una fuerza gravitatoria mayor y viceversa. Por ello, el peso de un hombre es mayor en la Tierra que en la Luna. El peso de un cuerpo sobre la Tierra será mayor si se encuentra sobre el nivel del mar, pues la distancia entre el cuerpo y el centro de gravedad de nuestro planeta es menor al nivel del mar. Por representar una fuerza, el peso de un cuerpo se considera una magnitud vectorial, cuya dirección es vertical y su sentido está dirigido siempre hacia el centro de la Tierra. El valor del peso se calcula multiplicando la masa (m) del cuerpo por la aceleración de la gravedad (g), donde: $P = mg$. Su unidad es el newton (N) en el Sistema Internacional, mientras en el Sistema MKS técnico la unidad es el kilogramo-fuerza ($\overrightarrow{kg}$): $1\ \overrightarrow{kg} = 9.8$ N.

Inercia

Es la oposición que presentan los cuerpos a variar su estado, ya sea de reposo o de movimiento. Un ejemplo de la inercia, que cualquiera de nosotros por ser materia poseemos, se manifiesta cuando viajamos en un camión de pasajeros en donde observamos que al estar parado el camión e iniciar su movimiento inmediatamente nos iremos hacia atrás oponiéndonos a variar nuestro estado de reposo. Una vez en movimiento, al frenar el camión, nos iremos hacia adelante tratando ahora por la inercia, de oponernos a cambiar nuestro estado de movimiento a un estado de reposo.

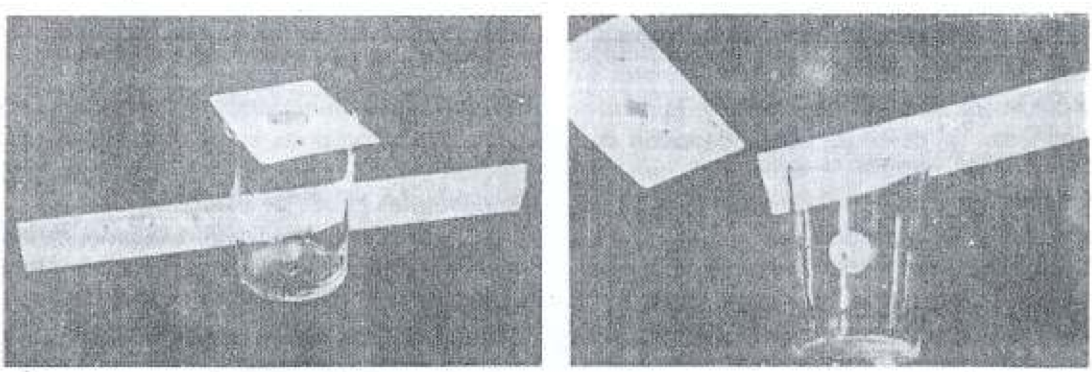


Fig. 6.1 Al golpear la tarjeta con la regla observamos que la moneda cae dentro del vaso, ya que por inercia se opone a variar su estado de reposo por el de movimiento.

Una medida cuantitativa de la inercia de un cuerpo es su masa, pues la masa de un cuerpo es una medida de su inercia. Por tanto, a mayor masa, mayor inercia.

Energía

Se define como la capacidad de los cuerpos o sistemas de cuerpos para realizar un trabajo. Existen varias clases de energía: radiante, nuclear, química, eléctrica, calorífica, hidráulica, eólica y mecánica. La materia es indestructible y puede ser transformada en energía. De la misma manera, se puede crear materia a partir de la energía radiante. La masa y la materia se encuentran íntimamente relacionadas. Cuando un cuerpo se mueve su masa no permanece constante, sino que se incrementa a medida que aumenta su velocidad y toda vez que el movimiento es una forma de energía, la masa incrementada del cuerpo móvil debe provenir de su energía incrementada.

Por tanto, la materia puede convertirse en energía y viceversa. La fórmula relativista que relaciona a la masa con la energía es: $E = mc^2$.

Impenetrabilidad

El espacio ocupado por un cuerpo no puede ser ocupado por otro al mismo tiempo

Porosidad

Independientemente del estado físico de la materia, existen grandes espacios vacíos entre las partículas de un cuerpo

Divisibilidad

Toda la materia puede ser dividida en partículas, esto se logra al vencer las fuerzas intermoleculares que mantienen unidos a los cuerpos.

Elasticidad

Propiedad de los cuerpos de recuperar su forma original una vez que desaparece la fuerza que ocasiona la deformación. Dentro de los límites de la elasticidad, los sólidos tienen elasticidad de alargamiento, elasticidad de esfuerzo cortante y elasticidad de volumen; mientras los líquidos y los gases sólo presentan elasticidad de volumen.

3 PROPIEDADES CARACTERISTICAS DE LA MATERIA

Las propiedades características permiten identificar a una sustancia de otra, pues cada una tiene propiedades que la distinguen de las demás.

Las propiedades características de la materia también reciben el nombre de propiedades intensivas, porque su valor es independiente de la cantidad de materia. Tal es el caso de la densidad de cualquier sustancia como es el agua, en la cual su densidad será la misma para 2 cm^3 que para 10 litros o cualquier otra cantidad.

Las propiedades características se clasifican en:

Propiedades características físicas

Como es el caso de la densidad, punto de fusión, solubilidad, índice de refracción, módulo de Young, organolépticas llamadas así porque se perciben con nuestros sentidos (color, sabor, olor), entre otras.

Propiedades características químicas

Se refieren al comportamiento de las sustancias al combinarse con otras, y a los cambios en su estructura íntima como consecuencia de los efectos de diferentes clases de energía.

A continuación estudiaremos algunas de las propiedades características físicas más importantes.

Densidad o masa específica

Se define como el cociente que resulta de dividir la masa de una sustancia dada entre el volumen que

ocupa. Por tanto, la expresión matemática para la densidad es:

$$\rho = \frac{m}{v}$$

donde: ρ = densidad en $\frac{kg}{m^3}$

m = masa en kilogramos (kg)
v = volumen en m^3

Algunos valores de densidad para diferentes sustancias los tenemos en el cuadro 6.1.

Cuadro 6.1 VALORES DE DENSIDAD DE ALGUNAS SUSTANCIAS

Sustancia	Densidad en el SI kg/m^3	Densidad en el CGS g/cm^3
Agua	1 000	1.0
Alcohol	790	0.79
Aceite	915	0.915
Hielo	920	0.920
Madera	430	0.430
Oro	19 320	19.320
Hierro	7 860	7.86
Mercurio	13 600	13.60
Oxigeno	1.43	0.00143
Hidrogeno	0.09	0.00009

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DENSIDAD O MASA ESPECIFICA

1. Para precisar la densidad del agua en el laboratorio se midieron 10 cm^3 de agua y se determinó su masa con la balanza encontrándose un valor de 10 g.

   Calcular:

   a) ¿Cuánto vale la densidad del agua?
   b) Si en lugar de 10 cm^3 midiéramos 1000 cm^3, ¿cambiaría el valor de la densidad del agua?
   c) ¿Qué volumen ocuparán 600 g de agua?

   Solución:

   a) $\rho = \frac{m}{v} = \frac{10 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = 1 \text{ g/cm}^3$

   El resultado nos indica que un gramo de agua ocupa un volumen de 1 cm^3.

   b) No cambia el valor de la densidad del agua, ya que la densidad es una propiedad característica o intensiva de la materia y su valor es independiente de la cantidad de materia. Por tanto, si tenemos un volumen de 1000 cm^3 de agua su masa será de 1000 g y la relación masa entre el volumen es un valor constante; este valor sigue señalando que un gramo de agua ocupará un volumen de 1 cm^3.

   $$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1000 \text{ g}}{1000 \text{ cm}^3} = 1 \text{ g/cm}^3$$

   c) Como $\rho = \frac{m}{v}$ tenemos que:

   $$v = \frac{m}{\rho} = \frac{600 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 600 \text{ cm}^3$$

2. Si le mostraran dos frascos de vidrio perfectamente tapados, con una capacidad de un litro cada uno, llenos de un líquido incoloro y le preguntaran si son de la misma sustancia, ¿cómo haría para responder sin necesidad de destapar los frascos?

Solución:

Primero se determinaría la densidad del líquido, si el valor es igual se trata indiscutiblemente de la misma sustancia; pero si el valor de la misma variara, entonces los líquidos son de diferente sustancia.

3. Si para hallar la densidad del cobre le dan a escoger entre un cubo de 1 cm^3 de volumen y una barra de 10 kg de masa, ¿con cuál de los dos determinaría la densidad?

Solución:

Por comodidad, sería más fácil escoger el cubo de 1 cm^3 de volumen y determinar su masa para que al dividirla entre el volumen se obtenga la densidad. No obstante, pudiera carecerse de una balanza y en cambio tener una regla graduada para medir el largo, ancho y alto de la barra de cobre, a fin de calcular su volumen multiplicando sus tres dimensiones, para después determinar su densidad al dividir la masa entre el volumen. Evidentemente, el valor de la densidad del cobre deberá ser el mismo en ambos casos si su determinación se hace con cuidado.

4. Determinar la densidad de un trozo de plomo si tiene una masa de 3.5 kg y ocupa un volumen de 3.097×10^{-4} m^3.

Datos

$\rho = ?$
$m = 3.5$ kg
$v = 3.097 \times 10^{-4}$ m^3

Fórmula

$$\rho = \frac{m}{v}$$

Sustitución y resultado

$$\rho = \frac{3.5 \text{ kg}}{3.097 \times 10^{-4} \text{ m}^3} = 1.130 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

5. Determinar el volumen de un trozo de corcho si su densidad es de 0.23 g/cm^3 y tiene una masa de 50 g. Además, decir si flota o no el corcho al sumergirlo en un recipiente lleno de agua. Justifique su respuesta.

Datos

$v = ?$
$\rho = 0.23$ g/cm^3
$m = 50$ g

Fórmula

$$\rho = \frac{m}{v} \therefore v = \frac{m}{\rho}$$

Sustitución y resultado

$$v = \frac{50 \text{ g}}{0.23 \text{ g/cm}^3} = 217.39 \text{ cm}^3$$

Al sumergir el corcho en agua flotará, pues su densidad es menor a la del agua que es de 1 g/cm^3.

6. Un cubo de aluminio presenta 2 cm de longitud en uno de sus lados y tiene una masa de 21.2 g.

Calcular:

a) ¿Cuál es su densidad?
b) ¿Cuál será la masa de 5.5 cm^3 de aluminio?

Datos

$\ell = 2$ cm
$m = 21.2$ g
a) $\rho = ?$
b) $m_{\text{de } 5.5 \text{ cm}^3} = ?$

Fórmulas

Volumen de un cubo $= \ell^3$

a) $\rho = \dfrac{m}{v}$

b) $m = \rho v$

Sustitución y resultados

a) $v = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3$

$$\rho = \frac{21.2 \text{ g}}{8 \text{ cm}^3} = 2.65 \text{ g/cm}^3$$

b) $m = 2.65 \text{ g/cm}^3 \times 5.5 \text{ cm}^3 = 14.57$ g

7. Un cuerpo *Y* tiene una masa de 150 g y una densidad de 2 g/cm^3, un cuerpo *Z* tiene una masa de 750 g y una densidad de 10 g/cm^3.

a) Si se introducen por separado los dos cuerpos en un recipiente con agua, determinar cuál desplazará mayor volumen de agua.
b) ¿Es posible que el cuerpo *Y* y el cuerpo *Z* sean de la misma sustancia? Sí o no y por qué.

Datos

Cuerpo Y:
$m = 150$ g
$\varrho = 2$ g/cm^3
Cuerpo Z:
$m = 750$ g
$\varrho = 10$ g/cm^3

Fórmula

$$\varrho = \frac{m}{v} \therefore v = \frac{m}{\varrho}$$

Sustitución y resultados

a) Volumen del cuerpo Y:

$$v = \frac{150\text{ g}}{2\text{ g/cm}^3} = 75\text{ cm}^3$$

Volumen del cuerpo Z:

$$v = \frac{750\text{ g}}{10\text{ g/cm}^3} = 75\text{ cm}^3$$

Como los dos cuerpos tienen el mismo volumen, ambos desplazarán la misma cantidad de agua.

b) No obstante que los dos cuerpos tienen el mismo volumen, de ninguna manera pueden ser de la misma sustancia, pues su densidad es diferente y como ya vimos, la densidad es una propiedad característica de cada sustancia.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la densidad de un prisma rectangular cuyas dimensiones son: largo 6 cm, ancho 4 cm, alto 2 cm, y tiene una masa de 250 g; calcular el volumen que ocupará un cuerpo de la misma sustancia si tiene una masa de 100 g.

Respuesta:

$\varrho = 5.2$ g/cm^3
$v = 19.23$ cm^3

2. ¿Qué volumen debe tener un tanque para que pueda almacenar 2040 kg de gasolina cuya densidad es de 680 kg/m^3?

Respuesta:

$v = 3$ m^3 = 3000 litros

3. Un camión tiene una capacidad para transportar 10 toneladas de carga. ¿Cuántas barras de hierro puede soportar si cada una tiene un volumen de 0.0318 m^3 y la densidad del hierro es de 7860 kg/m^3?

Respuesta:

40 barras

4. Si al medir la densidad de dos líquidos incoloros se encuentra que: a) sus densidades son diferentes, b) sus densidades son iguales. ¿Qué conclusiones se obtendrían en cada caso?

Punto de fusión

Es la temperatura a la cual una sustancia sólida comienza a licuarse estando en contacto íntimo con el estado líquido resultante que se encontrará en equilibrio termodinámico, es decir, a la misma temperatura. Cada sustancia funde y solidifica a la misma temperatura llamada punto de fusión.

El punto de fusión también es una propiedad característica o intensiva de la materia, pues independientemente de la cantidad de sustancia que se tenga, el punto de fusión será el mismo a una presión determinada, trátese de 1 g o de toneladas.

Para que un sólido pase al estado líquido necesita absorber la energía necesaria para destruir la unión entre sus moléculas, por tanto, mientras dura la fusión no aumenta la temperatura. El punto de fusión de una sustancia se eleva si aumenta la presión, aunque en el agua al incrementar la presión disminuye su punto de fusión. A la presión de una atmósfera el hielo se funde, y el agua se congela a 0°C. Para fundir el hielo o para congelar el agua sin cambio en la temperatura, se requiere un intercambio de 80 calorías por gramo. El calor requerido para este cambio en el estado físico del agua sin que exista ningún cambio en la temperatura recibe el nombre de calor de fusión.

El punto de fusión de una sustancia siempre será el mismo a una presión determinada (cuadro 6.2).

Cuadro 6.2 PUNTOS DE FUSION DE ALGUNAS SUSTANCIAS

Sustancia	Punto de fusión °K (a 1 atm)	Punto de fusión en °C (a 1 atm)
Hielo	273	0
Cloruro de sodio	1074	801
Oxido de calcio	2845	2572
Calcio	1125	852
Azufre	392	119
Oro	1336	1063
Hierro	1812	1539
Magnesio	925	652
Estaño	504	231

También el punto de ebullición es una propiedad característica o intensiva de la materia. Cada sustancia tiene su punto de ebullición particular a una determinada presión que la identifica y diferencia de las demás. Aunque el punto de ebullición de una sustancia es el mismo independientemente de su cantidad, es evidente que si es mucha sustancia, debe suministrarse más calor para alcanzar la temperatura a la cual comienza a hervir.

Cuando se produce la ebullición se forman abundantes burbujas producidas en el seno del liquido, las cuales suben a la superficie y desprenden el vapor. Si se continúa calentando un liquido que está en ebullición, la temperatura ya no sube, sólo disminuye la cantidad de líquido y la de gas aumenta.

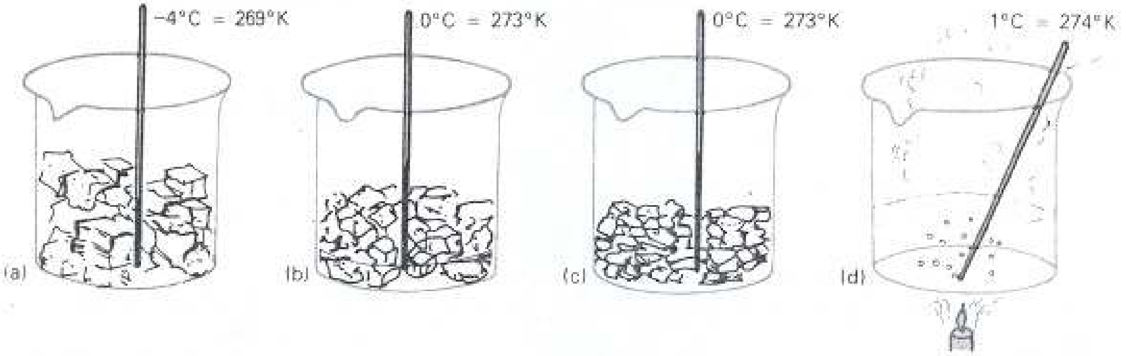


Fig. 6.2 Para determinar el punto de fusión del hielo primero se tritura y se coloca en un vaso (a). Al ascender lentamente la temperatura hasta los 0°C a presión normal, el hielo comienza a fundirse (b). Mientras se funde el hielo la temperatura no sube, o sea que a 0°C el calor transforma el hielo en agua (c). Una vez que se funde todo el hielo, el agua aumenta su temperatura si recibe más calor (d).

Punto de ebullición

A una presión determinada la temperatura a la cual un liquido comienza a hervir se le llama punto de ebullición. Este se mantiene constante independientemente del calor suministrado al liquido, ya que si se aplica mayor cantidad de calor, habrá más desprendimiento de burbujas sin cambio de temperatura en el liquido. El punto de ebullición de un liquido cuya presión de vapor, al aumentar la temperatura, llega a ser igual a la presión a que se halla sometido el liquido, se caracteriza por el rápido cambio al estado gaseoso. Si el liquido se encuentra en un recipiente abierto, la presión que recibe es la atmosférica.

Al medir la temperatura del liquido en ebullición y la del gas, se observa que ambos estados tienen la misma temperatura, por eso se dice que coexisten en equilibrio termodinámico.

El punto de ebullición de una sustancia aumenta a medida que se eleva la presión recibida.

Las ollas de presión pueden cocer rápidamente los alimentos porque en su interior se alcanzan temperaturas mayores a 100°C, adentro de la olla es alta la presión y consecuentemente el agua hierve a más de 100°C.

Sin embargo, los alpinistas tienen serias dificultades para lograr la cocción de sus alimentos cuando se encuentran en las altas montañas, pues debido a la escasa presión atmosférica el agua hierve a temperaturas mucho menores a 100°C.

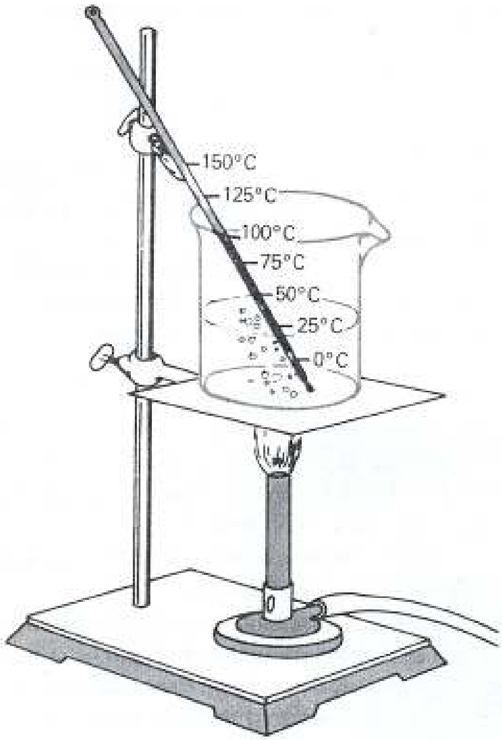


Fig. 6.3 El punto de ebullición del agua varía con la presión. Al nivel del mar es de 100°C = 373°K.

A presión normal (1 atm = 760 mm de Hg), el agua hierve y el vapor se condensa a 100°C, esta temperatura recibe el nombre de punto de ebullición del agua. Para que el agua pase de líquido a vapor o de vapor a líquido, sin variar su temperatura, necesita un intercambio de 540 calorías por gramo. El calor requerido para cambiar de estado sin variar de temperatura se llama calor de vaporización del agua. El calor de vaporización permanece en un gas hasta que se convierte en líquido al realizar su condensación. El vapor de agua, al estar en contacto con el cristal de una ventana fría, cede su calor de vaporización y se condensa en gotas calentando ligeramente el cristal.

El punto de ebullición de una sustancia es igual a su punto de condensación. El punto de ebullición de algunas sustancias se encuentra en el cuadro 6.3.

Un líquido pasa al estado gaseoso cuando alcanza su punto de ebullición, pero también lo hace a temperaturas menores si se evapora, porque algunas moléculas de los líquidos se mueven con más velocidad debido a una mayor energía; cuando estas moléculas se encuentran cerca de la superficie libre del líquido, su energía les permite vencer las fuerzas de cohesión de las otras moléculas, escapan hacia el aire y producen el fenómeno llamado evaporación.

La evaporación de un líquido es más rápida si aumenta su temperatura, debido a que la energía cinética de las moléculas aumenta, escapando un mayor número de ellas. Mientras mayor es el área de la superficie libre de un líquido, mayor es el número de moléculas evaporadas.

Fig. 6.4 A una presión de una atmósfera o 760 mm de Hg, el agua hierve a 100°C, pero al disminuir la presión mediante una bomba de vacío, el agua hierve a menor temperatura.

Cuadro 6.3 PUNTOS DE EBULLICION DE ALGUNAS SUSTANCIAS A 1 ATMOSFERA (760 mm de Hg)

Sustancia	Punto de ebullición en °K	Punto de ebullición en °C
Agua	373	100
Alcohol etílico	351	78
Acetona	329.5	56.5
Acido acético	391	118
Yodo	457	184
Bromo	331.8	58.8
Nitrógeno	77.2	−195.8

Coeficiente de solubilidad de una sustancia en otra

Es la cantidad de soluto en gramos que satura a 100 gramos de disolvente a una temperatura dada.

Con objeto de poder estudiar esta propiedad es conveniente tomar en cuenta lo siguiente:

Solución

Es la mezcla homogénea de dos o más sustancias. Cada solución consta de dos partes: el solvente o disolvente y el soluto. El solvente es la sustancia que disuelve a otra. El soluto es la sustancia que se disuelve en el solvente. Un ejemplo es la sal cuando se disuelve en agua, ésta es el solvente y la sal el soluto.

Tipos de soluciones

a) Líquidas, comprenden las de sólido en líquido, líquido en líquido y gas en líquido.
b) Sólidas, comprenden las de sólido en sólido (como las aleaciones de cobre y níquel) y las de gas en sólido (como las de hidrógeno disuelto en paladio).
c) Gaseosas, comprenden las de gas en gas (como el gas húmedo de los pozos petroleros).

Concentración de las soluciones

La concentración está determinada por la masa del soluto contenida en una unidad de masa o de volumen de solvente. Con base en la concentración, se tiene una solución saturada cuando el solvente contiene la mayor cantidad de soluto que puede disolver a una temperatura y presión dadas; la solución es sobresaturada cuando existe una mayor concentración de soluto que la correspondiente a la saturación. Los conceptos de las soluciones concentradas y soluciones diluidas no están perfectamente definidos, pero se dice que es concentrada aquella solución cuya concentración se aproxima a la saturada, y diluida si su concentración es mucho menor a la saturada.

Factores que afectan la solubilidad de las sustancias

La solubilidad de una sustancia en otra depende de:

a) La semejanza en la composición y estructura química, sobre todo en los compuestos orgánicos.
b) El tamaño de las partículas, pues a menor tamaño es más rápida la disolución y es posible una mayor solubilidad.
c) La temperatura, ya que la solubilidad de un líquido en un líquido o de un sólido en un líquido aumenta al elevarse la temperatura. Se exceptúan de esta regla, entre otros, el acetato de calcio y el hidróxido de calcio, así como la solubilidad de un gas en un líquido, que disminuye al aumentar la temperatura.
d) La agitación, porque a mayor agitación mayor velocidad en la disolución.
e) La presión, influye notablemente en las soluciones de gases y líquidos.

El coeficiente de solubilidad de una sustancia es una propiedad característica pues al fijar una masa de 100 g de disolvente puede determinarse la cantidad máxima de soluto a disolverse en él. De esta manera, para varios solutos es posible calcular su valor particular de coeficiente de solubilidad, el cual se definirá en términos de la cantidad de soluto que satura 100 g de disolvente a una determinada temperatura. Es común fijar un volumen de 100 cm^3 de disolvente en lugar de una masa de 100 g del mismo. Por tanto, el coeficiente de solubilidad sobre todo para sólidos disueltos en agua, también se expresa como la masa en gramos de soluto disuelta en 100 cm^3 de agua hasta saturarla, es decir, la máxima cantidad de soluto posible de disolver en 100 cm^3 de agua.

Curva de solubilidad

La temperatura es el parámetro con mayor influencia en la solubilidad de una sustancia en otra. Para conocer la cantidad de soluto que satura 100 gramos de disolvente a una temperatura determinada, por ejemplo: sal disuelta en agua, se procede de la siguiente manera:

Se calientan 100 g de agua a la temperatura deseada y poco a poco se agrega sal agitando vigorosamente hasta que ya no se disuelva. Si se conoce la cantidad máxima de sal que se disuelve en 100 g de agua se habrá encontrado el coeficiente

de solubilidad de la misma a una temperatura dada. Si se continúan determinando algunos coeficientes a distintas temperaturas, para la sal disuelta en agua, puede trazarse su curva de solubilidad. Para hacer la determinación experimental del coeficiente de solubilidad de una sustancia se requiere gran cuidado, porque podemos agregar mayor soluto del que se puede disolver a una cierta temperatura. En caso de suceder lo anterior es preferible aumentar la temperatura hasta que todo el soluto se disuelva para poder medir la temperatura y determinar el coeficiente de solubilidad. Si le interesa saber con cierto grado de confiabilidad el coeficiente de solubilidad de una sustancia a una temperatura dada, es recomendable hacer la determinación el mayor número de veces posible y calcular la media aritmética de los resultados obtenidos. Antes de comenzar a disolver el soluto no olvide determinar con cuidado cuál es la masa inicial del mismo, de tal forma que determine la cantidad disuelta restando a la masa inicial del soluto su masa final.

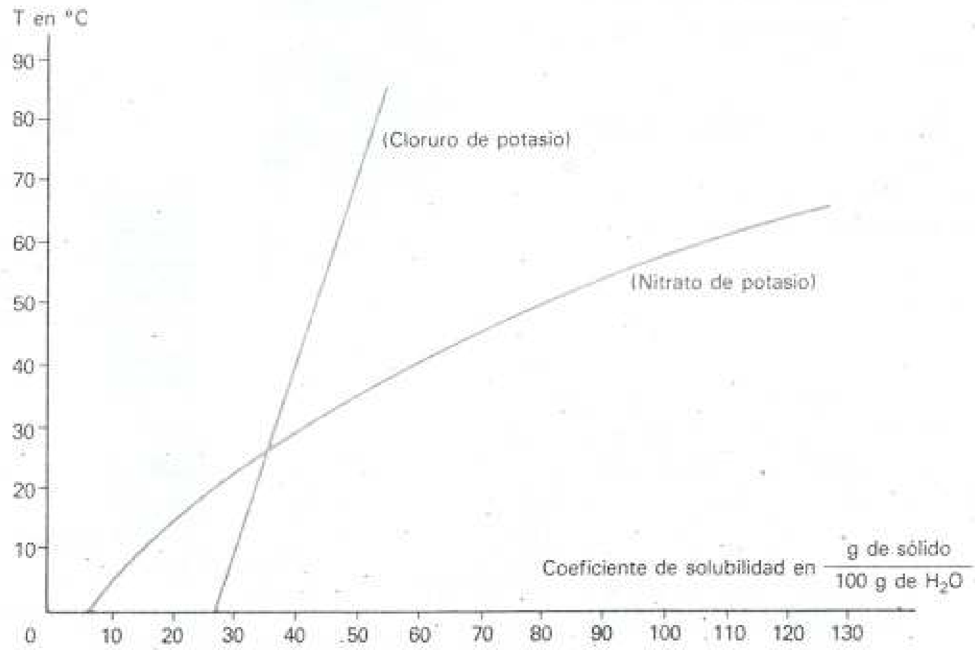
Con el objeto de lograr una mejor comprensión de lo aprendido es recomendable obtener experimentalmente la solubilidad en agua de diferentes sólidos a diferentes temperaturas, por ejemplo: azúcar, cloruro de potasio, nitrato de potasio, nitrato de sodio, sulfato de magnesio, cloruro de amonio, etcétera.

La forma de la curva señala claramente el curso de la solubilidad debido a la variación de los coeficientes al variar la temperatura. Una curva recta indica que los coeficientes varían en proporción directa con los incrementos de temperatura. Una recta vertical señala que el incremento de la temperatura influye levemente en el valor de los coeficientes.

En la siguiente gráfica se muestran las curvas de solubilidad en agua del cloruro de potasio y del nitrato de potasio, obsérvelas con cuidado, y trate de contestar las preguntas antes de leer las respuestas.

Preguntas:

1. ¿Cuál es la temperatura necesaria para disolver 40 g de cloruro de potasio en 100 g de agua?
2. ¿Cuál es la temperatura necesaria para disolver 70 g de nitrato de potasio en 100 g de agua?
3. ¿Cuál es la mayor cantidad de cloruro de potasio que se disuelve en 100 g de agua a 50°C?
4. ¿Cuál es la mayor cantidad de nitrato de potasio que se disuelve en 100 g de agua a 60°C?
5. Si se disuelven 30 g de nitrato de potasio en 100 g de agua a una temperatura de 40°C, ¿podemos decir que está saturada la solución? Sí o no y por qué.



6. ¿A qué temperatura tienen el mismo coeficiente de solubilidad el cloruro de potasio y el nitrato de potasio?
7. Si la solución saturada de nitrato de potasio se enfría de 60 a 30°C, ¿qué cantidad de sólido se precipita?
8. Si a 100 g de agua a 50°C se le agregan 20 g de nitrato de potasio, ¿cuántos gramos más de soluto deben agregarse para saturar la solución?

Respuestas:

1. 40°C 2. 44°C 3. 43 g 4. 108 g

5. No está saturada, ya que a esa temperatura el agua disuelve 62 g de nitrato de potasio.

6. 27°C 7. 66 g 8. 65 g

4 SEPARACION DE MEZCLAS

Las mezclas se obtienen cuando se unen en cualquier proporción dos o más sustancias que conservarán cada una de sus propiedades físicas y químicas, es decir, al formar la mezcla no se combinan químicamente.

Cuando se forma una mezcla no se produce absorción ni desprendimiento de energía. Además sus componentes pueden separarse por medios mecánicos o físicos. Las mezclas pueden ser homogéneas si los componentes están distribuidos uniformemente; por ejemplo, una mezcla de alcohol y agua en la cual no se distingue una sustancia de la otra. El aire es una mezcla de oxígeno, nitrógeno, gases nobles, vapor de agua, y dióxido de carbono, entre otros gases. Las monedas, prendedores, pulseras y anillos son mezclas homogéneas de dos o más metales. En las mezclas heterogéneas los componentes no están distribuidos uniformemente; tal es el caso de una mezcla de arena y agua, el granito, o agua y aceite.

Para separar a las sustancias de una mezcla se emplean los siguientes procedimientos:

Decantación

Se usa para separar las partículas de sólidos insolubles en un líquido; el sólido se precipita debido a su mayor densidad y el líquido puede separarse inclinando el recipiente; ejemplo: arena y agua. Este procedimiento también es usado cuando se desean separar dos líquidos insolubles entre sí y que por su diferente densidad, después de estar en reposo, se dividen perfectamente con ayuda de un embudo de separación; ejemplo: agua y aceite.

Filtración

Se emplea para separar las partículas sólidas insolubles mezcladas en un líquido. Para ello se coloca un papel filtro en un embudo de tal forma que pase el líquido a través del papel, pero reteniendo éste las partículas sólidas.

En la industria, para la filtración se utilizan filtros hechos de tela, lana de vidrio, arena o fieltros, entre otros.

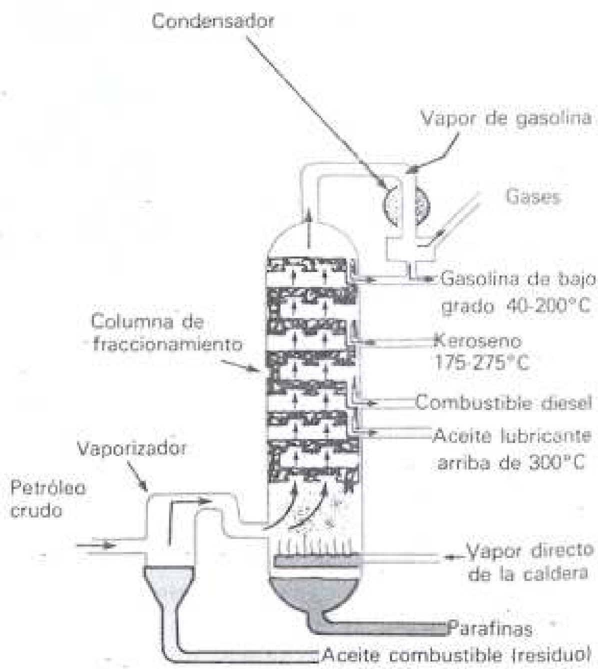


Fig. 6.5 Destilación fraccionada del petróleo en una torre fraccionada.

Evaporación

Se usa cuando un sólido está disuelto en un líquido, ya que al evaporarse éste queda cristalizado el sólido. Ejemplo: la sal disuelta en agua puede separarse si el recipiente con la mezcla se expone al sol o a corrientes de aire. Después de cierto tiempo el agua se evaporará dejando cristalizada a la sal.

Centrifugación

Se emplea para separar la crema de la leche, o bien, para deshidratarla. Para ello, la leche se coloca en una centrífuga que gira a grandes velocidades, debido a ello la sustancia de mayor densidad queda en el fondo del recipiente.

Destilación fraccionada

Se emplea para separar un líquido volátil de una mezcla, la cual se calienta hasta el punto de ebullición del componente volátil, a fin de condensar después el vapor. Esta destilación será fraccionada cuando en la mezcla existan varios líquidos con diferentes puntos de ebullición que se pueden separar de uno en uno. Para hacer la destilación fraccionada del petróleo en forma industrial, se realiza el siguiente procedimiento: el petróleo se calienta a 300°C aproximadamente para luego hacerlo fluir hacia la columna de destilación, donde los constituyentes del petróleo crudo son vaporizados, condensados y lavados muchas veces con objeto de separarlos en forma conveniente. La columna de destilación tiene forma de cilindro vertical, constituido por platos horizontales separados entre sí. La separación depende del número de platos de la columna. A medida que el vapor se desplaza hacia arriba es obligado a burbujear a través de la fase líquida de cada plato, de tal manera que los vapores se lavan y gran cantidad de vapor de mayor peso molecular se disuelve en el líquido regresando a los platillos inferiores. Los compuestos de menor peso molecular, y por tanto más volátiles, pasan a los platos superiores en los que se condensan los vapores producidos para después recoger el líquido en recipientes adecuados.

Finalmente, en la parte inferior de la columna se obtienen los componentes menos volátiles, mientras a diferentes alturas se extraen compuestos de volatilidad intermedia.

Los principales productos de la destilación fraccionada del petróleo se encuentran en el cuadro 6.4.

Solubilidad y cristalización fraccionada

Se emplea para separar mezclas de sólidos en sólidos cuando sus partículas están finamente divididas; para ello se busca un líquido que disuelva alguno de los sólidos, se filtra la solución y por evaporación se separa el sólido. Si el líquido disuelve a más de un sólido, éstos pueden separarse enfriando la solución hasta que el sólido menos soluble se precipite y se pueda separar por filtración.

Cuadro 6.4 PUNTOS DE EBULLICION PARA PRODUCTOS DE PETROLEO OBTENIDOS A PARTIR DE DESTILACION FRACCIONADA

Productos	Puntos de ebullición Inicial °C	Final °C	Usos
Gasolinas	29	192	Combustible
Nafta	100	240	En petroquímica
Queroseno	160	280	Combustible
Aceite combustible	200	350	Para obtener gasolina
Aceites lubricantes	330	535	Lubricación
Parafinas	340		Velas
Asfalto	480		Pavimentación
Coque	480		Combustible

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 11

PROPIEDADES CARACTERISTICAS O INTENSIVAS DE LA MATERIA

Objetivo: Determinar experimentalmente algunas de las propiedades características o intensivas de la materia, tales como la densidad de sólidos y líquidos, el punto de fusión de la cera y el punto de ebullición del agua.

Consideraciones teóricas

La materia es todo cuanto existe en el Universo y se halla constituida por partículas elementales, mismas que generalmente se encuentran agrupadas en átomos y en moléculas. La materia es indestructible y puede ser transformada en energía. De la misma manera, se puede crear materia a partir de energía radiante. Las propiedades de la materia se dividen en generales y características. Reciben el nombre de propiedades generales aquellas que presentan todos los cuerpos sin distinción; por tal motivo, estas propiedades no permiten diferenciar una sustancia de otra. A algunas de las propiedades generales de la materia también se les da el nombre de propiedades extensivas, porque su valor depende de la cantidad de materia. Tal es el caso de la masa, el peso, el volumen, la inercia y la energía. Las propiedades características permiten identificar a una sustancia de otra en virtud de que cada una de ellas tiene propiedades que la distinguen de las demás. Las propiedades características de la materia también reciben el nombre de propiedades intensivas, pues su valor es independiente de la cantidad de materia, por ejemplo la densidad, el punto de fusión y el punto de ebullición, entre otros, cuyo valor es particular para cada sustancia, por lo cual la identifica y la diferencia.

La densidad o masa específica se define como el cociente que resulta de dividir la masa de una sustancia dada entre el volumen que ocupa. La expresión matemática para la densidad es: $\rho = \frac{m}{v}$. El punto de fusión es la temperatura a la cual una sustancia sólida comienza a licuarse estando en contacto íntimo con el estado líquido resultante. A una presión determinada, cada sustancia se funde y se solidifica a la misma temperatura, llamada punto de fusión. A una presión determinada, la temperatura a la cual un líquido comienza a hervir recibe el nombre de punto de ebullición.

PRIMERA PARTE

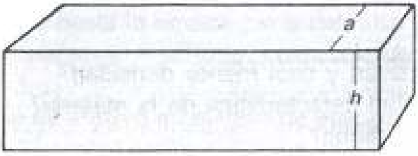
DENSIDAD

Material empleado

Una balanza granataria, una probeta de 500 cm^3, una probeta de 10 cm^3, una regla graduada, algunos cuerpos sólidos regulares como: prismas rectangulares, cubos o esferas de hierro, aluminio, cobre, plomo, zinc, anillos, aretes o piedras; agua, alcohol y aceite.

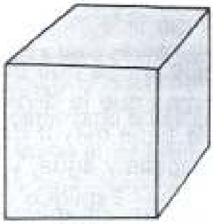
Desarrollo de la actividad experimental

1. Determine la densidad de los cuerpos regulares que tenga disponibles. Para ello, mida su masa con la balanza granataria y después encuentre su volumen con la fórmula respectiva. En su cuaderno haga el cuadro 6.5 y anote en él la sustancia con la cual están fabricados los cuerpos y su densidad obtenida experimentalmente al dividir su masa entre su volumen.



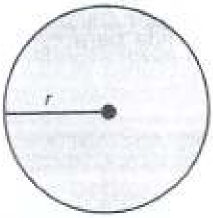
Prisma rectangular

$V = lah$



Cubo

$V = l^3$



Esfera

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Fig. 6.6 Volumen de cuerpos regulares.

2. Determine la densidad de los cuerpos sólidos irregulares que tenga. Para ello, mida su masa con la balanza granataria y determine su volumen con un método indirecto, el cual consiste en utilizar una probeta graduada con agua y medir el desplazamiento del líquido producido al introducir el cuerpo irregular en ella. Anote en su cuadro de datos la sustancia con la cual están elaborados los cuerpos irregulares y la densidad obtenida al dividir su masa entre su volumen.
3. Determine la densidad del agua. Para lograrlo, mida con la balanza granataria la masa de la probeta de 10 cm^3 que utilizará en su experimento. Agréguele 10 cm^3 de agua y vuelva a medir la masa de la probeta; al restarle a esta masa la de la probeta vacía, encontrará la masa de los 10 cm^3 de agua. Anote en su cuadro de datos el valor de la densidad del agua obtenida al dividir su masa entre su volumen.
4. Determine la densidad del alcohol siguiendo los pasos para conocer la densidad del agua. Anote su valor en el cuadro de datos.
5. Determine la densidad del aceite repitiendo el paso 3. Anote su valor en el cuadro de datos.

Cuadro 6.5 DENSIDAD DE ALGUNOS COMPUESTOS (EXPERIMENTAL)

Sustancia	Masa (g)	Volumen (cm^3)	$\varrho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$ (g/cm^3)

Cuestionario

1. ¿Cuál de las sustancias que usó tiene mayor densidad y cuál menor densidad?
2. ¿Por qué decimos que la densidad es una propiedad característica de la materia?
3. ¿Qué sustancia tiene mayor densidad el aceite o el agua?
4. Si mezclamos aceite y agua, y después dejamos reposar la mezcla, ¿cuál de las dos sustancias queda abajo y cuál arriba? Explique por qué sucede esta separación.
5. Si en lugar de tomar una muestra de 10 cm^3 de agua, alcohol y aceite, se tomara una muestra de un litro, ¿variaría el valor de la densidad obtenida para cada uno de ellos? Justifique su respuesta.

SEGUNDA PARTE

PUNTO DE FUSION

Material empleado

Un soporte metálico, tela de alambre con centro de asbesto, una pinza universal, un anillo de hierro, un mechero de Bunsen, un vaso de precipitados, un tubo de ensayo grande con tapón de hule monohoradado, un termómetro, un cronómetro o reloj con segundero, agua y naftalina.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 6.7.

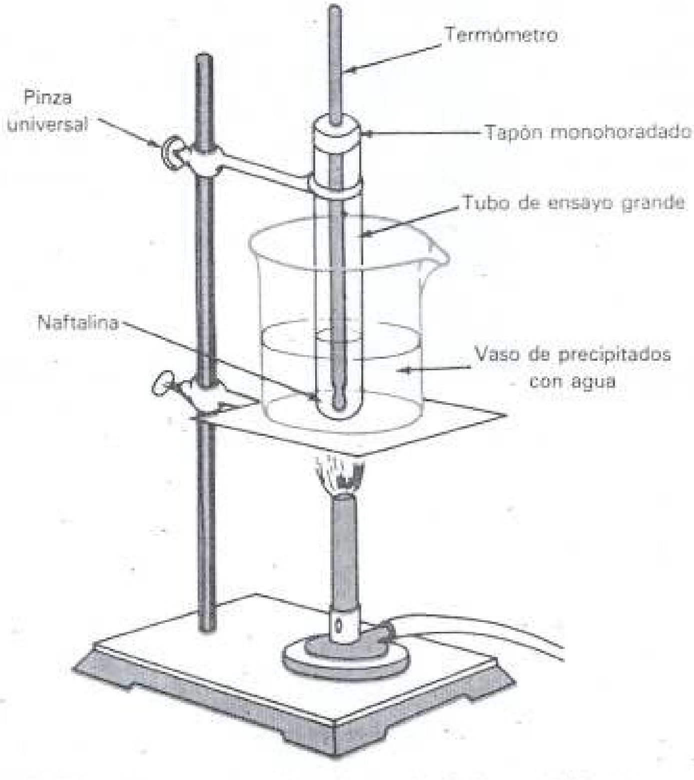


Fig. 6.7 Dispositivo para determinar el punto de fusión y solidificación.

2. Agregue naftalina hasta la tercera parte del tubo de ensayo e introduzca en él el tapón de hule con un termómetro previamente insertado, colóquelo de tal manera que pueda leer con facilidad la escala de temperatura.
3. Sumerja el tubo de ensayo en el vaso de precipitados con agua para calentarlo a baño María. Encienda su mechero de Bunsen y caliente el agua hasta fundir la naftalina contenida en el tubo de ensayo. Retire y apague su mechero.
4. Mida cada medio minuto la temperatura de la naftalina fundida mientras se va enfriando; copie y registre sus datos en el cuadro 6.6. Cuando la naftalina fundida empiece a solidificarse, registre el valor de esa temperatura y continúe con sus lecturas 4 minutos después de que haya solidificado totalmente.

Cuadro 6.6 PUNTO DE FUSION Y SOLIDIFICACION DE LA NAFTALINA (EXPERIMENTALES)

Tiempo (min)	Temperatura (°C)
0.0 0.5 1.0 1.5 (continuar el registro de temperatura cada 0.5 minutos)	

Cuestionario

1. Con los datos obtenidos en el experimento, haga una gráfica de temperatura (eje de las *y*) contra tiempo (eje de las *x*) y al final una los puntos obtenidos.
2. Observe la curva obtenida. ¿Existe en ella una sección horizontal? ¿Qué representa esa sección horizontal?
3. ¿Cuál es el punto de solidificación de la naftalina? ¿Cuál es el punto de fusión de la naftalina? ¿Son iguales los puntos de fusión y solidificación de una sustancia? Justifique su respuesta.
4. Defina el punto de fusión de una sustancia.
5. ¿Por qué es una propiedad característica el punto de fusión de una sustancia?
6. ¿Cómo influye la presión en el punto de fusión de una sustancia?

TERCERA PARTE

PUNTO DE EBULLICION

Material empleado

Un soporte metálico, tela de alambre con centro de asbesto, un anillo de hierro, una pinza universal, un termómetro, un vaso de precipitados, un mechero de Bunsen, un cronómetro o reloj con segundero y agua.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 6.8. Agréguele agua al vaso de precipitados hasta la mitad.

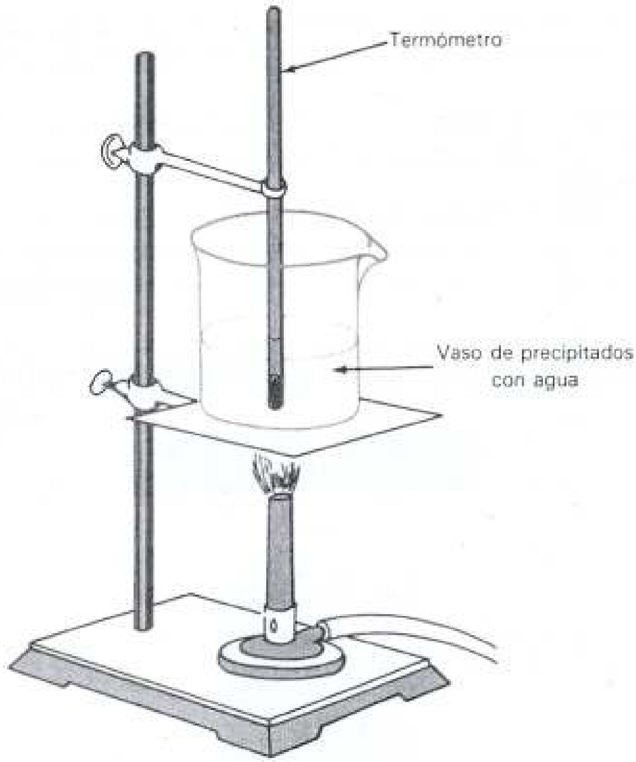


Fig. 6.8 Dispositivo para determinar el punto de ebullición del agua.

2. Registre la temperatura inicial del agua en el vaso de precipitados. Copie y anote su valor en el cuadro 6.7 y considere un tiempo cero antes de iniciar su calentamiento.
3. Encienda el mechero de Bunsen e inicie el calentamiento del agua, mida su temperatura cada medio minuto y registre su valor en el cuadro de datos.
4. Cuando el agua comience a hervir anote la temperatura y continúe calentando después de que entre en ebullición. Registre la temperatura cada medio minuto y anote su valor. Hágalo por un tiempo mínimo de 4 minutos. Apague su mechero.

Cuadro 6.7 PUNTOS DE EBULLICION DEL AGUA (EXPERIMENTAL)

Tiempo (min)	Temperatura (°C)
0.0	
0.5	
1.0	
1.5	
(continuar el registro de temperatura cada 0.5 minutos)	

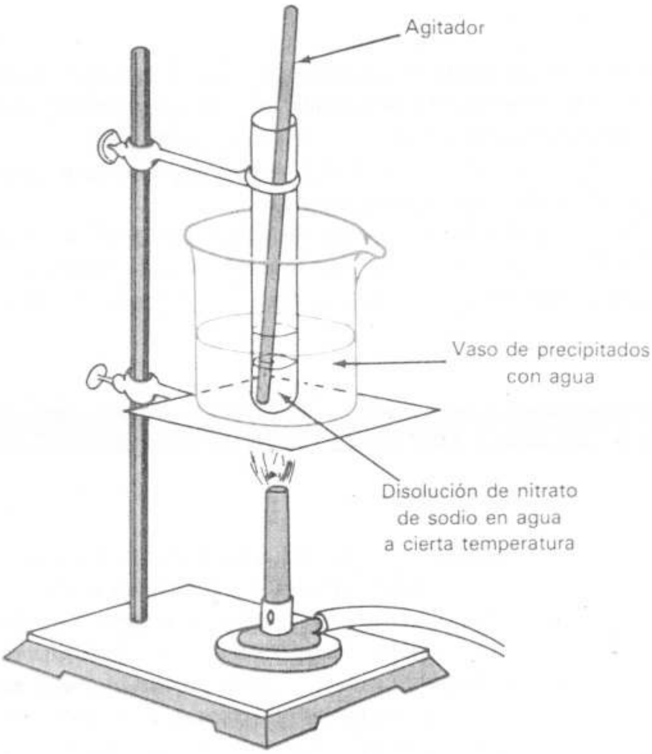


Fig. 6.10 Efecto de la temperatura en el coeficiente de solubilidad de una sustancia en otra.

Cuadro 6.8 COEFICIENTE DE SOLUBILIDAD DEL NITRATO DE SODIO A DIFERENTES TEMPERATURAS (EXPERIMENTAL)

Temperatura (°C)	Coeficiente de solubilidad g de $NaNO_3$/100 g de H_2O

Cuestionario

1. Defina con sus propias palabras el concepto de coeficiente de solubilidad de una sustancia en otra.
2. ¿Por qué decimos que el coeficiente de solubilidad es una propiedad característica o intensiva de la materia?
3. ¿Cómo varía el coeficiente de solubilidad con la temperatura?
4. Utilice la gráfica obtenida con los datos de temperatura contra el coeficiente de solubilidad del nitrato de sodio para resolver las siguientes preguntas:
   a) ¿Cuál es la máxima cantidad de nitrato de sodio que se disuelve a 40 y 60°C?
   b) ¿Cuál es la temperatura requerida para disolver 15 g de nitrato de sodio ($NaNO_3$)?
   c) Si la temperatura de la disolución baja de 85 a 40°C, ¿qué cantidad de nitrato de sodio se precipita?

RESUMEN

1. Todo lo que nos rodea es materia, sin embargo, dar una respuesta satisfactoria desde el punto de vista de la Física a la interrogante: ¿qué es la materia? aún no es posible, pues por lo pronto lo único que se conoce de la materia es su estructura. La materia es indestructible y puede ser transformada en energía. De la misma manera, se puede crear materia a partir de energía radiante. De donde: $E = mc^2$. Podemos decir: la materia es todo lo que existe en el Universo y se halla constituido por partículas elementales, mismas que generalmente se encuentran agrupadas en átomos y en moléculas.
2. Los constituyentes elementales de la materia son: *protones*, partículas cargadas de electricidad positiva; *electrones*, partículas cargadas con electricidad negativa; y *neutrones*, partículas sin carga eléctrica.
3. Un *átomo* es la partícula más pequeña de la materia que puede entrar en combinación química; un elemento es una sustancia que sólo contiene átomos de una misma clase; si la materia está formada por átomos de más de una clase se trata de un compuesto o mezcla.
4. La materia se presenta en cuatro estados de agregación molecular: *sólido*, si la energía cinética es menor que la energía potencial; *líquido*, si la energía cinética y la potencial son aproximadamente iguales; *gaseoso*, si la energía cinética es mayor que la energía potencial; *plasma*, denominado cuarto estado de la materia, es un gas altamente ionizado que se produce a temperaturas de millones de grados con lo cual la agitación térmica provoca que las moléculas se rompan y los átomos pierdan sus electrones. Este estado de la materia se presenta en las estrellas como el Sol o en la explosión de bombas termonucleares.
5. Actualmente el hombre trata de obtener plasmas que por su alta temperatura provoquen las reacciones de fusión, las cuales consisten en que dos núcleos ligeros puedan vencer sus respectivas fuerzas repulsivas y se fundan formando un solo núcleo más pesado con desprendimiento de energía. Sin embargo, el problema fundamental es que no se ha encontrado ningún material que soporte tan altas temperaturas.

6. Puesto que la materia se considera eterna, independientemente de la existencia del hombre, la Ley de la Conservación de la Materia establece: *la materia no se crea ni se destruye, sólo se transforma.*
7. Algunas de las propiedades generales de la materia también reciben el nombre de *propiedades extensivas*, ya que su valor depende de la cantidad de materia, tal es el caso de la masa, el peso, el volumen, la inercia y la energía.
8. La materia presenta propiedades generales que cualquier cuerpo posee y por lo mismo no permiten diferenciar una sustancia de otra; ejemplos de estas propiedades son: *Extensión*, porción de espacio ocupado por el cuerpo, también se le llama volumen. *Masa*, cantidad de materia que contiene un cuerpo. *Peso*, fuerza gravitacional que recibe la masa de un cuerpo. *Inercia*, oposición que presentan los cuerpos a variar su estado, ya sea de reposo o de movimiento. *Energía*, se define como la capacidad que tienen los cuerpos o sistemas de cuerpos para realizar un trabajo físico. *Impenetrabilidad*, el espacio ocupado por un cuerpo no puede ser ocupado por otro al mismo tiempo. *Porosidad*, espacios vacíos entre las partículas de un cuerpo. *Divisibilidad*, la materia puede dividirse en partículas. *Elasticidad*, propiedad de los cuerpos para recuperar su tamaño y forma original una vez que desaparece la fuerza que ocasiona la deformación.
9. Las propiedades características de la materia también reciben el nombre de *propiedades intensivas*, porque su valor es independiente de la cantidad de materia. Tal es el caso de la densidad de cualquier sustancia como es el agua, en la cual su densidad será la misma para 2 cm^3 que para 10 litros o cualquier otra cantidad.
10. Las propiedades características permiten identificar a una sustancia de otra. Se clasifican en: a) *Propiedades características físicas*, si la sustancia no cambia a otra nueva; b) *Propiedades características químicas*, se refieren al comportamiento de las sustancias al combinarse con otras, así como a los cambios en su estructura íntima. Algunas de las propiedades características físicas más importantes son: 1. *Densidad o masa específica*, se define como el cociente que resulta de dividir la masa de una sustancia dada entre el volumen que ocupa. Su expresión matemática es: $\rho = \frac{m}{v}$.
    2. *Punto de fusión*, es la temperatura a la cual una sustancia sólida comienza a licuarse. A una presión determinada, cada sustancia funde y solidifica a una misma temperatura llamada punto de fusión. 3. *Punto de ebullición*, a una presión determinada, todo líquido calentado entra en ebullición a una temperatura fija que constituye su punto de ebullición. El punto de ebullición de una sustancia se eleva a medida que se eleva la presión recibida. El punto de ebullición de una sustancia es igual a su punto de condensación. 4. *Coeficiente de solubilidad* de una sustancia en otra, se define como la cantidad de sustancia en gramos que satura 100 gramos de solvente a una temperatura dada. La solubilidad de una sustancia en otra depende de: a) la semejanza en la composición y estructura química; b) el tamaño de las partículas; c) la temperatura; d) la agitación; e) la presión si se trata de gases y líquidos. La temperatura es el parámetro que más influye en la solubilidad de una sustancia en otra.

11. Las *mezclas* se obtienen cuando se unen en cualquier proporción dos o más sustancias que conservarán cada una sus propiedades físicas y químicas. Las mezclas pueden ser homogéneas si los componentes están distribuidos de manera igual, como es el caso de una mezcla de alcohol y agua; o heterogéneas en las que los componentes no están distribuidos uniformemente, tal es el caso de una mezcla de arena y agua o agua y aceite. Para separar las sustancias que forman parte de una mezcla se emplean los siguientes procedimientos: 1. *Decantación*, se usa para separar las partículas de sólidos insolubles en un líquido. 2. *Filtración*, se emplea para separar las partículas sólidas insolubles que se encuentran mezcladas en un líquido. 3. *Evaporación*, se usa cuando un sólido está disuelto en un líquido. 4. *Centrifugación*, se aplica para separar sustancias de diferente densidad, como es el caso de separar la crema de la leche, o bien, para deshidratarla. 5. *Destilación fraccionada*, se utiliza para separar de una mezcla varios líquidos con diferentes puntos de ebullición y debido a esta característica pueden separarse de uno en uno. 6. *Solubilidad y cristalización fraccionada*, se emplea para separar mezclas de sólidos en sólidos cuando sus partículas están finamente divididas.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. ¿Por qué resulta difícil definir el concepto de materia? (Introducción de la unidad 6)
2. ¿Cómo podríamos definir a la materia? (Introducción de la unidad 6)
3. ¿Cómo se relaciona la materia con la energía? (Introducción de la unidad 6)
4. Mencione las características de los constituyentes elementales de la materia. (Sección 1)
5. ¿Cuáles son los cuatro estados de agregación molecular de la materia y bajo qué circunstancias se presenta cada estado? (Sección 1)
6. Enuncie la Ley de la Conservación de la Materia. (Sección 1)
7. Explique por qué algunas de las propiedades generales de la materia reciben el nombre de propiedades extensivas. (Sección 2)
8. Explique por qué a las propiedades características de la materia se les da el nombre de propiedades intensivas. (Sección 3)
9. ¿Qué propiedades reciben el nombre de generales? Escriba y defina como mínimo cuatro de ellas. (Sección 2)
10. ¿Qué se entiende por propiedades características de la materia? (Sección 3)
11. Defina qué es densidad o masa específica, cuál es su fórmula y unidades en el SI. (Sección 3)

12. Explique qué se entiende por punto de fusión de una sustancia. (Sección 3)
13. Explique por qué un líquido entra en ebullición. (Sección 3)
14. A qué se le llama punto de ebullición de una sustancia y cómo varía si: a) aumenta la presión, b) disminuye la presión. (Sección 3)
15. ¿Cómo se define el coeficiente de solubilidad de una sustancia en otra? (Sección 3)
16. ¿Qué es una solución? ¿Cuántos tipos de soluciones hay? (Sección 3)
17. ¿Qué determina la concentración de una solución? ¿Qué es una concentración saturada, sobresaturada y diluida? (Sección 3)
18. Mencione los factores que afectan la solubilidad de las sustancias. (Sección 3)
19. ¿Cómo se determina experimentalmente el coeficiente de solubilidad de una sustancia en otra? (Sección 3)
20. Explique cómo se puede trazar una curva de solubilidad. (Sección 3)
21. Cómo se interpreta una curva de solubilidad si: a) al unir los puntos se obtiene una curva recta, b) al unir los puntos se obtiene una recta vertical. (Sección 3)
22. ¿Qué es una mezcla? (Sección 4)
23. Explique cuándo se usan y en qué consisten los siguientes procedimientos para separar a las sustancias que forman parte de una mezcla: a) Decantación; b) Filtración; c) Evaporación; d) Centrifugación; e) Destilación fraccionada; f) Solubilidad y cristalización fraccionada. (Sección 4)

7 ELASTICIDAD

Elasticidad es la propiedad que poseen los cuerpos de recuperar su forma original una vez que desaparece la fuerza que ocasiona la deformación. Esto sucederá sólo si la fuerza aplicada no excede el límite elástico del cuerpo, deformándolo permanentemente.

Algunos ejemplos de cuerpos elásticos son: resortes, ligas, bandas de hule, pelotas de tenis, pelotas de futbol y trampolines. La deformación de un cuerpo elástico es directamente proporcional a la fuerza que recibe. En otras palabras, si la fuerza aumenta, la deformación también aumenta y si la fuerza disminuye, la deformación disminuye en la misma proporción; por ello se dice que entre ellas existe una relación directa.

Los sólidos tienen elasticidad de alargamiento, de esfuerzo cortante y de volumen; mientras los líquidos y gases sólo la tienen de volumen. En esta sección estudiaremos la elasticidad de alargamiento en los sólidos, a fin de conocer las tensiones y los efectos que se producen sobre alambres, varillas, barras, resortes y tendido de cables. Determinando las tensiones máximas que pueden soportar los materiales, así como las deformaciones que sufren, pueden construirse, con mucho margen de seguridad, puentes, soportes, estructuras, aparatos médicos, elevadores y grúas, entre otros.

1 ESFUERZO Y DEFORMACION, TENSION Y COMPRESION UNITARIAS

Cuando una fuerza se aplica a un cuerpo le produce una deformación. El esfuerzo origina la deformación elástica.

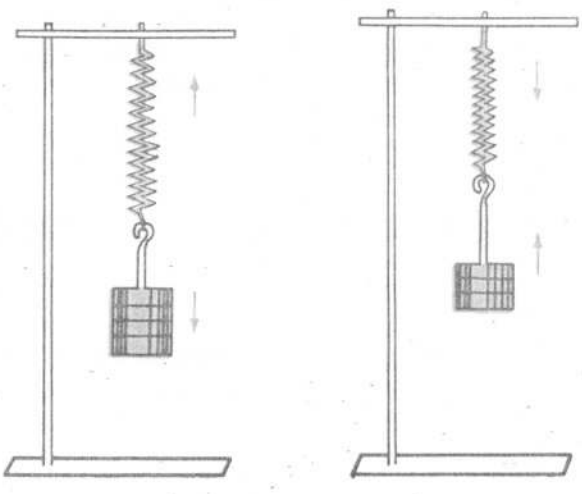
Existen tres tipos de esfuerzo:

Esfuerzo de tensión

Se presenta cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas de igual magnitud, pero de sentido contrario que se alejan entre sí.

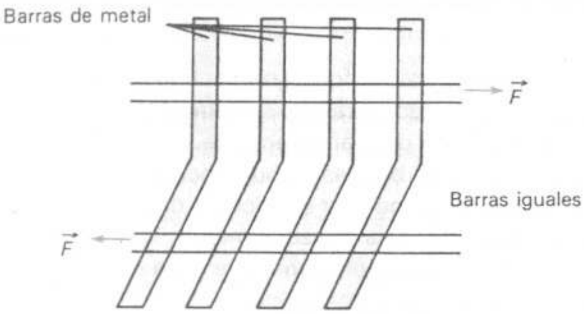
Esfuerzo de compresión

Ocurre cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas iguales en magnitud pero de sentido contrario que se acercan entre sí.



Esfuerzo de corte

Se presenta cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas colineales de igual o diferente magnitud que se mueven en sentidos contrarios



El esfuerzo longitudinal, ya sea de tensión o de compresión, se determina mediante la relación entre la fuerza aplicada a un cuerpo y el área sobre la cual actúa

$$E = \frac{F}{A}$$

donde: E = esfuerzo longitudinal en N/m^2 = pascal
F = fuerza en newtons (N)
A = área de sección transversal en metros cuadrados (m^2)

La deformación longitudinal también llamada tensión unitaria (alargamiento de un cuerpo) o compresión unitaria (acortamiento de un cuerpo), se determina mediante la relación entre la variación en la longitud de un cuerpo y su longitud original. O bien, la tensión o compresión unitarias representan el alargamiento o acortamiento de un cuerpo por cada unidad de longitud. Matemáticamente se expresa así:

$$D = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

donde: D = deformación longitudinal, también llamada tensión o compresión unitaria (adimensional)
$\Delta \ell$ = variación en la longitud del cuerpo; puede ser alargamiento o acortamiento de la longitud, expresada en metros (m)
ℓ = longitud original del cuerpo antes de recibir un esfuerzo, expresada en metros (m)

2 LEY DE HOOKE

Las deformaciones elásticas, como alargamientos, compresiones, torsiones y flexiones, fueron estudiadas por el físico inglés Robert Hooke (1635-1703), quien enunció la siguiente ley:

Mientras no se exceda el límite de elasticidad de un cuerpo, la deformación elástica que sufre es directamente proporcional al esfuerzo recibido

3 MODULO DE ELASTICIDAD

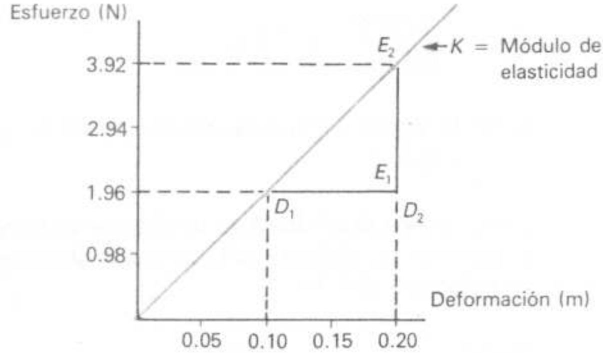
Módulo de elasticidad es el cociente entre el esfuerzo aplicado y la deformación producida en un cuerpo; su valor es constante, siempre que no exceda el límite elástico del cuerpo. También recibe el nombre de constante del resorte o coeficiente de rigidez.

$$K = \text{Módulo de elasticidad} = \frac{\text{Esfuerzo}}{\text{Deformación}}$$

Por ejemplo, al colocar diferentes pesos en un resorte, sus alargamientos fueron:

Esfuerzo en N	Deformación en m
0.98	0.05
1.96	0.10
2.94	0.15
3.92	0.20
4.90	0.25

Grafique el esfuerzo en función de la deformación y encuentre el valor del módulo de elasticidad del resorte, mediante el cálculo de la pendiente de la curva obtenida al unir los puntos.



$$K = \frac{\text{Esfuerzo}}{\text{Deformación}} = \frac{\Delta E}{\Delta D} = \frac{E_2 - E_1}{D_2 - D_1}$$

$$K = \frac{3.92\ \text{N} - 1.96\ \text{N}}{0.20\ \text{m} - 0.10\text{m}} = \frac{1.96\ \text{N}}{0.10\ \text{m}}$$

$$= 19.6\ \text{N/m}$$

El resultado indica que al aplicar un esfuerzo de 19.6 N, el resorte sufre una deformación de un metro.

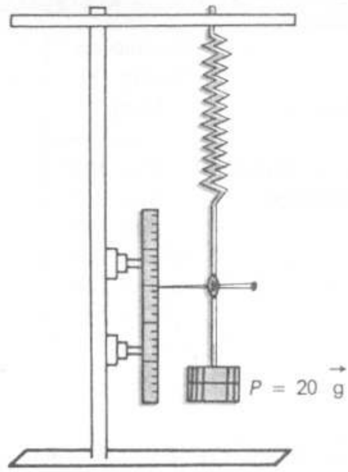


Fig. 7.1 Con un resorte y una regla, como se aprecia en la figura, se comprueba la Ley de Hooke. Al poner una pesa de 20 $\vec{g}$ el resorte se estirará 1 cm, pero si la pesa se cambia por una de 40 $\vec{g}$ el resorte se estirará 2 cm.

4 MODULO DE YOUNG

Cuando en el módulo de elasticidad se sustituyen las ecuaciones del esfuerzo y la deformación, se obtiene el llamado módulo de Young (Y). De donde:

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}} \quad \therefore \quad Y = \frac{Fl}{A\Delta l}$$

El módulo de Young es una propiedad característica de las sustancias sólidas (cuadro 7.1). Conocer su valor nos permitirá calcular la deformación que sufrirá un cuerpo al someterse a un esfuerzo.

5 LIMITE ELASTICO

Limite elástico es el esfuerzo máximo que un cuerpo puede resistir sin perder sus propiedades elásticas

$$Le = \frac{Fm}{A}$$

donde: Le = límite elástico en N/m^2
Fm = fuerza máxima en newtons (N)
A = área de la sección transversal en metros cuadrados (m^2)

Cuadro 7.1 MODULO DE YOUNG PARA ALGUNOS MATERIALES

Material	Módulo de Young (Y) N/m_2	Límite elástico (Le) N/m^2
Aluminio en lámina	7×10^{10}	1.4×10^8
Acero templado	20×10^{10}	5×10^8
Latón	9×10^{10}	3.8×10^8
Cobre	12.5×10^{10}	1.6×10^8
Hierro	8.9×10^{10}	1.7×10^8
Oro	8×10^{10}	

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE HOOKE Y MODULO DE YOUNG

1. Una barra metálica de 2 m de largo recibe una fuerza que le provoca un alargamiento o variación en su longitud de 0.3 cm. ¿Cuál es el valor de la tensión unitaria o deformación lineal?

Datos

$\ell = 2$ m

$\Delta\ell = 0.3$ cm $= 3 \times 10^{-3}$ m

$D = ?$

Fórmula

$$D = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

Sustitución y resultado

$$D = \frac{3 \times 10^{-3}\ \text{m}}{2\ \text{m}} = 1.5 \times 10^{-3}$$

2. Un resorte de 0.2 m de longitud es comprimido por una fuerza que lo acorta a 0.12 m. Calcular el valor de la compresión unitaria o deformación lineal.

Datos

$\ell = 0.2$ m

$\ell_f = 0.12$ m

$D = ?$

Fórmulas

$$\Delta\ell = \ell_f - \ell_i$$

$$D = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

Sustitución y resultado

$$\Delta\ell = 0.12\ \text{m} - 0.2\ \text{m} = -0.08\ \text{m}$$

$$D = \frac{-0.08\ \text{m}}{0.2\ \text{m}} = -0.4$$

Nota: El signo (−) indica acortamiento en la longitud.

3. El módulo de elasticidad de un resorte es igual a 120 N/m. ¿Cuál será su deformación al recibir un esfuerzo de 8 N?

Datos

$K = 120$ N/m

$D = ?$

$E = 8$ N

Fórmula

$$K = \frac{E}{D} \therefore D = \frac{E}{K}$$

Sustitución y resultado

$$D = \frac{8\ \text{N}}{120\ \text{N/m}} = 0.066\ \text{m}$$

4. Calcular el módulo de elasticidad de un resorte, al cual se le aplica un esfuerzo de 600 N y se deforma 20 cm.

Datos

$K = ?$

$E = 600$ N

$D = 20$ cm $= 0.2$ m

Fórmula

$$K = \frac{E}{D}$$

Sustitución y resultado

$$K = \frac{600\ \text{N}}{0.2\ \text{m}} = 3000\ \text{N/m}$$

5. Calcular la fuerza máxima que puede soportar una varilla de acero templado si el área de su sección transversal es de 3 cm^2.

Datos

$Fm = ?$

$Le = 5 \times 10^8 \ N/m^2$
(leído en el cuadro 7.1)

$A = 3 \ cm^2$

Fórmula

$$Le = \frac{Fm}{A}$$

$$\therefore Fm = LeA$$

Conversión de unidades

$$(1 \ m)^2 = (100 \ cm)^2 = 1 \times 10^4 \ cm^2$$

$$3 \ cm^2 \times \frac{1 \ m^2}{1 \times 10^4 \ cm^2} = 3 \times 10^{-4} \ m^2$$

Sustitución y resultado

$$Fm = 5 \times 10^8 \ N/m^2 \times 3 \times 10^{-4} \ m^2$$
$$= 15 \times 10^4 \ N$$

El resultado muestra que no podrá soportar un peso mayor a 15×10^4 N.

6. Una varilla de hierro de 1.2 m de longitud y 2.46 cm^2 de área de su sección transversal se suspende del techo; si soporta una masa de 400 kg en su extremo inferior, ¿cuál será su alargamiento?

Datos

$\ell = 1.2 \ m$

$A = 2.46 \ cm^2$

$m = 400 \ kg$

$\Delta\ell = ?$

$Y = 8.9 \times 10^{10} \ N/m^2$
(leido en el cuadro 7.1)

Fórmulas

$$P = mg = F$$

$$Y = \frac{F\ell}{A\Delta\ell}$$

$$\therefore \Delta\ell = \frac{F\ell}{YA}$$

Conversión de unidades

$$2.46 \ cm^2 \times \frac{1 \ m^2}{1 \times 10^4 \ cm^2} = 2.46 \times 10^{-4} \ m^2$$

Sustitución y resultado

$$F = mg = 400 \ kg \times 9.8 \ m/s^2 = 3.92 \times 10^3 \ N$$

$$\Delta\ell = \frac{3.92 \times 10^3 \ N \times 1.2 \ m}{8.9 \times 10^{10} \ N/m^2 \times 2.46 \times 10^{-4} \ m^2}$$
$$= 2.1 \times 10^{-4} \ m$$

7. Un alambre de acero templado de 3 mm de diámetro soporta un peso de 250 N. Calcular:
a) ¿Qué esfuerzo de tensión soporta?
b) ¿Cuál es el peso máximo que puede resistir sin exceder su límite elástico?

Datos

$\varnothing = 3 \ mm \therefore r = 1.5 \ mm$

$P = F = 250 \ N$

a) $E = ?$

b) $Fm = ?$

$Le = 5 \times 10^8 \ N/m^2$
(leído en el cuadro 7.1)

Fórmulas

$$A = \pi r^2$$

a) $E = \dfrac{F}{A}$

b) $Le = \dfrac{Fm}{A}$

$$\therefore Fm = LeA$$

Conversión de unidades

$$(1m)^2 = (1000 \ mm)^2 = 1 \times 10^6 \ mm^2$$

Sustitución y resultados

$$A = 3.14 \ (1.5 \ mm)^2 = 7.065 \ mm^2$$

$$7.065 \ mm^2 \times \frac{1 \ m^2}{1 \times 10^6 \ mm^2} = 7.065 \times 10^{-6} \ m^2$$

a) $E = \dfrac{250 \ N}{7.065 \times 10^{-6} \ m^2} = 35.38 \times 10^6 \ N/m^2$

b) $Fm = LeA$

$$= 5 \times 10^8 \ N/m^2 \times 7.065 \times 10^{-6} m^2$$

$$= 35.3 \times 10^2 \ N$$

8. ¿Cuál será la carga máxima que puede aplicársele a un alambre de cobre de diámetro igual a 0.45 cm, para no rebasar su límite elástico? En-

cuentre también el alargamiento del alambre si se le aplica la carga máxima y tiene una longitud inicial de 90 cm.

Datos

$Fm = ?$
$\varnothing = 0.45$ cm $\therefore r = 0.225$ cm
$\Delta\ell = ?$
$\ell = 90$ cm $= 0.9$ m
$Y = 12.5 \times 10^{10}$ N/m^2
$Le = 1.6 \times 10^8$ N/m^2
(los datos Y y Le son leídos en el cuadro 7.1)

Fórmulas

$$A = \pi r^2$$

$$Le = \frac{Fm}{A} \therefore Fm = LeA$$

$$Y = \frac{F\ell}{A\Delta\ell} \therefore \Delta\ell = \frac{F\ell}{YA}$$

Sustitución y resultados

$$A = \pi r^2 = 3.14\,(2.25 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

$$Fm = LeA = 1.6 \times 10^8\text{ N/m}^2 \times 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2 = 25.44 \times 10^2\text{ N}$$

$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{YA}$$

$$= \frac{25.44 \times 10^2\text{ N} \times 0.9\text{ m}}{12.5 \times 10^{10}\text{ N/m}^2 \times 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2}$$

$$= 1.152 \times 10^{-3}\text{ m}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un resorte de 10 cm de longitud recibe una fuerza que lo estira hasta medir 15 cm. ¿Cuál es el valor de la tensión unitaria o deformación lineal?

Respuesta:

$D = 0.5$

2. Una fuerza comprime un resorte de 0.1 m, acortando su longitud a 0.07 m. Calcular el valor de la compresión unitaria o deformación lineal.

Respuesta:

$D = -0.3$

3. Al colocarle diferentes pesos a un resorte y medir sus alargamientos, se encontraron los siguientes datos:

Esfuerzo en N	Deformación en m
10 N	0.01
20 N	0.02
30 N	0.03
40 N	0.04

Grafique el esfuerzo en función de la deformación y encuentre el valor del módulo de elasticidad del resorte, mediante el cálculo de la pendiente de la curva obtenida al unir los puntos.

Respuesta:

$K = 1000$ N/m

4. Determinar el módulo de elasticidad de un resorte si al recibir un esfuerzo de 450 N se deforma 35 cm.

Respuesta:

$K = 1285.7$ N/m

5. Un resorte, cuyo módulo de elasticidad es de 50 N/m, recibe un esfuerzo de 18 N. ¿Cuál es su deformación?

Respuesta:

$D = 0.36$ m

6. El área de la sección transversal de una varilla de cobre es de 4.5 cm^2. ¿Cuál es el peso o fuerza máxima que puede soportar?

cuentre también el alargamiento del alambre si se le aplica la carga máxima y tiene una longitud inicial de 90 cm.

Datos

$Fm = ?$
$\varnothing = 0.45$ cm $\therefore r = 0.225$ cm
$\Delta\ell = ?$
$\ell = 90$ cm $= 0.9$ m
$Y = 12.5 \times 10^{10}$ N/m^2
$Le = 1.6 \times 10^{8}$ N/m^2
(los datos Y y Le son leídos en el cuadro 7.1)

Fórmulas

$$A = \pi r^2$$

$$Le = \frac{Fm}{A} \therefore Fm = LeA$$

$$Y = \frac{F\ell}{A\Delta\ell} \therefore \Delta\ell = \frac{F\ell}{YA}$$

Sustitución y resultados

$$A = \pi r^2 = 3.14\,(2.25 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

$$Fm = LeA = 1.6 \times 10^{8}\text{ N/m}^2 \times 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2 = 25.44 \times 10^{2}\text{ N}$$

$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{YA}$$

$$= \frac{25.44 \times 10^{2}\text{ N} \times 0.9\text{ m}}{12.5 \times 10^{10}\text{ N/m}^2 \times 15.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2}$$

$$= 1.152 \times 10^{-3}\text{ m}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un resorte de 10 cm de longitud recibe una fuerza que lo estira hasta medir 15 cm. ¿Cuál es el valor de la tensión unitaria o deformación lineal?

Respuesta:

$D = 0.5$

2. Una fuerza comprime un resorte de 0.1 m, acortando su longitud a 0.07 m. Calcular el valor de la compresión unitaria o deformación lineal.

Respuesta:

$D = -0.3$

3. Al colocarle diferentes pesos a un resorte y medir sus alargamientos, se encontraron los siguientes datos:

Esfuerzo en N	Deformación en m
10 N	0.01
20 N	0.02
30 N	0.03
40 N	0.04

Grafique el esfuerzo en función de la deformación y encuentre el valor del módulo de elasticidad del resorte, mediante el cálculo de la pendiente de la curva obtenida al unir los puntos.

Respuesta:

$K = 1000$ N/m

4. Determinar el módulo de elasticidad de un resorte si al recibir un esfuerzo de 450 N se deforma 35 cm.

Respuesta:

$K = 1285.7$ N/m

5. Un resorte, cuyo módulo de elasticidad es de 50 N/m, recibe un esfuerzo de 18 N. ¿Cuál es su deformación?

Respuesta:

$D = 0.36$ m

6. El área de la sección transversal de una varilla de cobre es de 4.5 cm^2. ¿Cuál es el peso o fuerza máxima que puede soportar?

Respuesta:

$Fm = 7.2 \times 10^4$ N

7. Un alambre de aluminio de 150 cm de longitud y 2.46 cm^2 de área de su sección transversal se suspende del techo. ¿Qué peso soporta en su extremo inferior si sufre un alargamiento de 0.5×10^{-4} m?

   Dar el resultado en newtons. Consulte el cuadro 7.1 de módulos de Young.

   Respuesta:

   $P = F = 5.74 \times 10^2$ N

8. Un alambre de hierro de 5 mm de diámetro soporta un peso de 180 N. Calcular:
   a) ¿Qué esfuerzo de tensión soporta?
   b) ¿Cuál es el peso que puede resistir sin exceder su límite elástico? Dar los resultados en newtons.

   Consulte la tabla del módulo de Young (límites elásticos).

   Respuestas:

   a) $E = 9.17 \times 10^6$ N/m^2
   b) $Fm = 33.36 \times 10^2$ N

9. Calcule la carga máxima que se le puede aplicar a un alambre de acero templado de 1.8 cm de diámetro para no rebasar su límite elástico; determine también el alargamiento que sufrirá si se le aplica la carga máxima calculada y tiene una longitud inicial de 1.2 m. Exprese sus resultados en el Sistema Internacional. Consulte el módulo de Young y el límite de elasticidad en el cuadro 7.1

Respuestas:

$Fm = 12.7 \times 10^4$ N
$\Delta \ell = 3 \times 10^{-3}$ m

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL

Nota: Se sugiere realizar la actividad experimental 1 (obtención de una ley física), que se encuentra al final de la unidad 1 de este texto, si aún no se lleva a cabo en el laboratorio. En caso de haberse realizado, repasar el desarrollo y las preguntas formuladas.

RESUMEN

1. *Elasticidad* es la propiedad que poseen los cuerpos de recuperar su forma original una vez que desaparece la fuerza que ocasiona su deformación. Dentro de los límites de elasticidad, los sólidos tienen elasticidad de alargamiento, de esfuerzo cortante y de volumen; mientras los líquidos sólo tienen elasticidad de volumen. Al conocer las tensiones y los efectos que se producen sobre alambres, varillas, barras, resortes y tendido de cables, se pueden construir, con mucho margen de seguridad, puentes, soportes, estructuras, aparatos médicos, elevadores y grúas, entre otros.
2. El *esfuerzo* origina una deformación elástica. Existen tres tipos de esfuerzo: de tensión, de compresión y de corte. El esfuerzo longitudinal se determina mediante la relación entre la fuerza aplicada a un cuerpo y el área sobre la que actúa: $E = F/A$. La tensión o compresión unitarias, representan el alar-

gamiento o acortamiento de un cuerpo por cada unidad de longitud; también se les llama deformación longitudinal: $D = \Delta\ell/\ell$.

3. La *Ley de Hooke* dice: la deformación elástica de un cuerpo es directamente proporcional al esfuerzo recibido.
4. El cociente entre el esfuerzo aplicado y la deformación producida en un cuerpo es constante, siempre que no se exceda el límite elástico del cuerpo. Esa constante recibe el nombre de *módulo de elasticidad*. K = módulo de elasticidad = esfuerzo/deformación.
5. Cuando en el módulo de elasticidad se sustituyen las ecuaciones del esfuerzo y la deformación, se obtiene el llamado *módulo de Young*: $Y = F\ell/A\Delta\ell$. El módulo de Young es una propiedad característica de las sustancias sólidas. Conocer su valor nos permitirá calcular la deformación que sufrirá un cuerpo al someterse a un esfuerzo.
6. El *límite elástico* es el esfuerzo máximo que un cuerpo puede resistir sin perder sus propiedades elásticas: $Le = Fm/A$.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Defina el concepto de elasticidad. (Introducción de la unidad 7)
2. ¿Cuántas clases de elasticidad hay en los sólidos? ¿Cuál es la más importante y por qué? (Introducción de la unidad 7)
3. ¿Cómo se denomina a la fuerza que provoca una deformación? (Sección 1)
4. Diga cuántos tipos de esfuerzo hay y explíquelos mediante ejemplos. (Sección 1)
5. ¿Cómo se determina el esfuerzo longitudinal? (Sección 1)
6. ¿Qué se entiende por: a) tensión unitaria?, b) compresión unitaria? ¿De qué otra manera se les llama? (Sección 1)
7. Enuncie la Ley de Hooke. (Sección 2)
8. Explique qué se entiende por módulo de elasticidad. (Sección 3)
9. ¿Cómo se obtiene la expresión matemática del módulo de Young? (Sección 4)
10. ¿Para qué sirve conocer el módulo de Young de algunos materiales sólidos? (Sección 4)
11. Explique qué se entiende por límite elástico y cómo se calcula. (Sección 5)

8 HIDROSTATICA

La hidráulica es la parte de la Física que estudia la mecánica de los fluidos; analiza las leyes que rigen el movimiento de los líquidos y las técnicas para el mejor aprovechamiento de las aguas. La hidráulica se divide en dos partes: la hidrostática, encargada de lo relacionado con los líquidos en reposo; y la hidrodinámica que estudia el comportamiento de los líquidos en movimiento. La hidráulica se fundamenta en las siguientes consideraciones: los líquidos son isótropos, es decir, manifiestan las mismas propiedades físicas en todas las direcciones; son incompresibles y totalmente fluidos; circulan en régimen permanente toda vez que sus moléculas atraviesan una sección de tubería a la misma velocidad y de manera continua, porque las moléculas en íntimo contacto transmiten íntegramente de una a otra las presiones que reciben. Mediante el cálculo matemático, el diseño de modelos a pequeña escala y la experimentación con ellos, es posible determinar las características de construcción que deben tener las presas, puertos, canales, tuberías y las máquinas hidráulicas, como el gato y la prensa. En esta unidad nos dedicaremos al estudio de la hidrostática.

La hidrostática tiene por objeto estudiar a los líquidos en reposo. Se fundamenta en leyes y principios como el de Arquímedes, Pascal o la paradoja hidrostática de Stevin; mismos que contribuyen a cuantificar las presiones ejercidas por los fluidos, y al estudio de sus características generales.

Comúnmente los principios de la hidrostática también se aplican a los gases.

El término fluido se aplica a líquidos y gases porque ambos tienen propiedades comunes. No obstante, conviene recordar que un gas es muy ligero y, por tanto, puede comprimirse con facilidad, mientras un líquido es prácticamente incompresible. Los fluidos están constituidos por gran cantidad de minúsculas partículas de materia, éstas se deslizan unas sobre otras en los líquidos y en los gases se mueven sueltas. Esto explica por qué los líquidos y gases no tienen forma definida, adoptando la del recipiente que los contiene. Finalmente recordemos que un gas es expansible, por consiguiente su volumen no es constante; pues al pasarlo a un recipiente de mayor volumen inmediatamente ocupa todo el espacio libre. Un líquido, por su parte, no tiene forma definida, pero sí volumen definido.

1 CARACTERISTICAS DE LOS LIQUIDOS

Viscosidad

Esta propiedad se origina por el rozamiento de unas partículas con otras, cuando un líquido fluye. Por tal motivo, la viscosidad se puede definir como una medida de la resistencia que opone un líquido a fluir.

Si en un recipiente perforado en el centro se hacen fluir por separado miel, leche, agua y alcohol, observamos que cada líquido fluye con rapidez dis-

Adherencia

La adherencia es la fuerza de atracción que se manifiesta entre las moléculas de dos sustancias diferentes en contacto. Comúnmente las sustancias líquidas se adhieren a los cuerpos sólidos.

Al sacar una varilla de vidrio de un recipiente con agua, está completamente mojada, esto significa que el agua se adhiere al vidrio. Pero si la varilla de vidrio se introduce en un recipiente con mercurio, al sacarla se observa completamente seca, lo cual indica que no hay adherencia entre el mercurio y el vidrio.

En general, cuando el fenómeno de adherencia se presenta significa que la fuerza de cohesión entre las moléculas de una misma sustancia es menor a la fuerza de adherencia que experimenta al contacto con otra. Tal es el caso del agua adherida al vidrio, la pintura al adherirse a un muro, el aceite al papel, o la tinta a un cuaderno. Si la fuerza de cohesión entre las moléculas de una sustancia es mayor que la fuerza de adherencia que experimenta al contacto con otra, no se presenta adherencia y se dice que el líquido no moja al sólido (figuras 8.2 y 8.3).

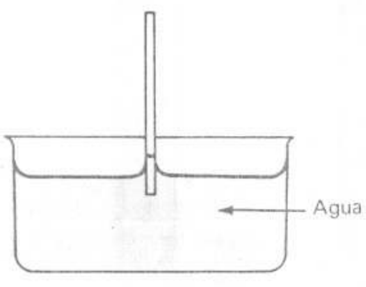


Fig. 8.2 El agua moja a la varilla de vidrio, debido a que es mayor la fuerza de adherencia que la de cohesión.

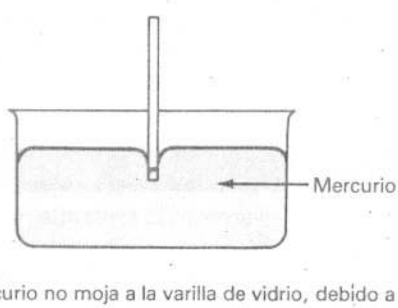


Fig. 8.3 El mercurio no moja a la varilla de vidrio, debido a que es menor la fuerza de adherencia que la de cohesión.

Capilaridad

La capilaridad se presenta cuando existe contacto entre un líquido y una pared sólida, especialmente si son tubos muy delgados (casi del diámetro de un cabello) llamados capilares.

Al introducir un tubo de diámetro muy pequeño en un recipiente con agua se observa que el líquido asciende por el tubo alcanzando una altura mayor que la de la superficie libre del líquido. La superficie del líquido contenido en el tubo no es plana, sino que forma un menisco cóncavo (figura 8.4).

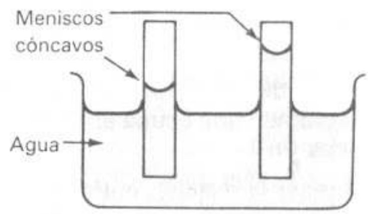


Fig. 8.4 Formación de meniscos cóncavos al introducir tubos delgados en agua.

Si se introduce un tubo capilar en un recipiente con mercurio, se observa que el líquido desciende debido a una depresión. En este caso se forma un menisco convexo (figura 8.5).

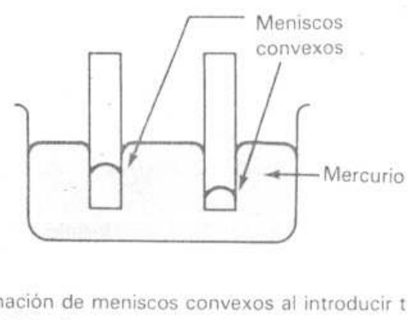


Fig. 8.5 Formación de meniscos convexos al introducir tubos delgados en mercurio.

Debido a la capilaridad, en las lámparas el alcohol y el petróleo ascienden por las mechas; un algodón o un terrón de azúcar sumergidos parcialmente en agua, la absorben poco a poco; y la savia de las plantas circula a través de sus tallos.

2 DENSIDAD Y PESO ESPECIFICO

La densidad de una sustancia ϱ expresa la masa contenida en la unidad de volumen. Su valor se determina dividiendo la masa de la sustancia entre el volumen que ocupa:

$$\varrho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \text{ en kg/m}^3$$

El peso específico de una sustancia se determina dividiendo su peso entre el volumen que ocupa:

$$Pe = \frac{P}{V}$$

donde: Pe = peso específico de la sustancia en N/m^3
P = peso de la sustancia en newtons (N)
V = volumen que ocupa en metros cúbicos (m^3)

Podemos obtener la relación entre la densidad y el peso específico de una sustancia, si recordamos que:

$P = mg \ldots (1)$

como:

$Pe = \frac{P}{V} \ldots (2)$

Sustituyendo 1 en 2 tenemos:

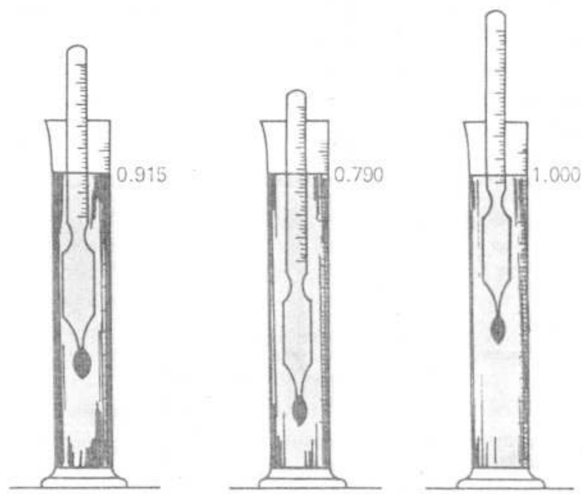
$Pe = \frac{mg}{V} \ldots (3)$

como: $\frac{m}{v} = \varrho \ldots (4)$

$Pe = \varrho g$ Peso específico = densidad por aceleración de la gravedad

$\varrho = \frac{Pe}{g}$ Densidad = peso específico entre aceleración de la gravedad

La densidad de los líquidos se determina en forma práctica usando los densímetros. Estos dispositivos se sumergen en el líquido al cual se le va a determinar su densidad y ésta se lee, según el nivel que alcance en el líquido que flotan, con base en una escala proviamente determinada por el fabricante. Un densímetro se gradúa colocándolo en diferentes líquidos de densidad conocida, como el agua, alcohol o aceite. Al sumergirlo en agua, por ejemplo, el nivel que ésta alcance indicará el valor de 1 g/cm^3 (figura 8.6).



Aceite: densidad 0.915 g/cm^3 o 915 kg/cm^3 0.915 | Alcohol: densidad 0.79 g/cm^3 o 790 kg/m^3 0.790 | Agua: densidad 1 g/cm^3 o 1000 kg/m^3 1.000

Fig. 8.6 Determinación de la densidad de un líquido, usando un densímetro.

3 PRESION

La presión indica la relación entre una fuerza aplicada y el área sobre la cual actúa. En cualquier caso en que exista presión, una fuerza actuará en forma perpendicular sobre una superficie. Matemáticamente la presión se expresa por:

$$P = \frac{F}{A}$$

donde: P = presión en N/m^2 = pascal
F = fuerza perpendicular a la superficie en newtons (N)
A = área o superficie sobre la que actúa la fuerza en metros cuadrados (m^2)

La expresión matemática de la presión señala que a mayor fuerza aplicada, mayor presión y a mayor área sobre la cual actúa la fuerza, menor presión. Es por ello que un bloque rectangular metálico ejercerá menor presión si se coloca sobre una de sus caras de mayor área, que si se coloca sobre una de área menor (figura 8.7).

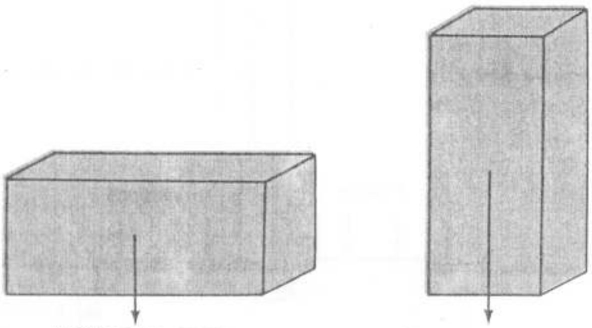


Fig. 8.7 Al disminuir el área sobre la que actúa una fuerza, aumenta la presión.

La presión que ejercen los líquidos es perpendicular a las paredes del recipiente que los contiene. Dicha presión actúa en todas direcciones y sólo es nula en la superficie libre del líquido.

Presión hidrostática y paradoja hidrostática

La presión hidrostática es aquella que origina todo líquido sobre el fondo y las paredes del recipiente que lo contiene. Esto se debe a la fuerza que el peso de las moléculas ejerce sobre un área determinada; la presión aumenta conforme es mayor la profundidad.

La presión hidrostática en cualquier punto puede calcularse multiplicando el peso específico del líquido por la altura que hay desde la superficie libre del líquido hasta el punto considerado

$P_h = Peh$ o bien $P_h = \varrho gh$

donde: P_h = presión hidrostática en N/m^2
ϱ = densidad del líquido en kg/m^3
Pe = peso específico del líquido en N/m^3
g = aceleración de la gravedad, igual a $9.8\ m/s^2$
h = altura de la superficie libre al punto en metros (m)

Consideremos tres recipientes con agua, dos a la misma altura y otro con diferente altura, como se aprecia en la figura 8.8.

Cálculo de la presión hidrostática en el punto A, que corresponde al fondo de los tres recipientes de la figura.

Recipiente 1: $P_h = Peh = \varrho gh$
$= 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 0.5\ m$
$= 4900\ N/m^2$

Recipiente 2: $P_h = Peh = \varrho gh$
$= 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 0.5\ m$
$= 4900\ N/m^2$

Recipiente 3: $P_h = Peh = \varrho gh$
$= 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 0.3\ m$
$= 2940\ N/m^2$

La llamada paradoja hidrostática de Stevin señala lo siguiente: la presión ejercida por un líquido en cualquier punto de un recipiente, no depende de la forma de éste ni de la cantidad de líquido contenido, sino únicamente del peso específico y de la altura que hay del punto considerado a la superficie libre del líquido. Esto lo observamos en el recipiente 1 y 2, en los cuales la presión hidrostática en el punto A es la misma, porque la altura también lo es; mientras la presión hidrostática disminuye en el recipiente 3, por ser menor la altura.

Presión atmosférica

La Tierra está rodeada por una capa de aire llamada atmósfera. El aire, que es una mezcla de 20% de oxígeno, 79% de nitrógeno y 1% de gases raros, debido a su peso ejerce una presión sobre to-

dos los cuerpos que están en contacto con él, la cual es llamada presión atmosférica.

La presión atmosférica varía con la altura, por lo que al nivel del mar tiene su máximo valor o presión normal equivalente a:

$$\begin{aligned} 1 \text{ atmósfera} &= 760 \text{ mm de Hg} \\ &= 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

A medida que es mayor la altura sobre el nivel del mar, la presión atmosférica disminuye. En la Ciudad de México su valor es de 586 mm de Hg equivalente a: 0.78×10^5 N/m^2.

Es común expresar las presiones en milímetros de mercurio, por tanto, resulta conveniente recordar la siguiente equivalencia:

$$1 \text{ mm de Hg} = 133.2 \text{ N/m}^2$$

$$\text{o bien: } 1 \text{ cm de Hg} = 1332 \text{ N/m}^2$$

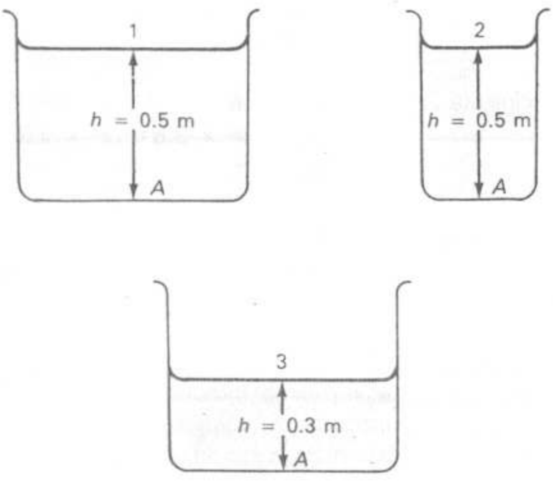


Fig. 8.8 La presión hidrostática en el punto A es la misma en los recipientes 1 y 2, pues contienen agua a la misma altura.

Barómetro de mercurio, experimento de Torricelli

La presión atmosférica no puede calcularse fácilmente, pero sí medirse utilizando un barómetro, instrumento que sirve para determinar experimentalmente la presión atmosférica. Evangelista Torricelli (1608-1647) fue el primero en idear un barómetro de mercurio (figura 8.9); para ello, llenó de mercurio un tubo de vidrio de casi un metro de longitud cerrado por un extremo, tapó con su dedo el extremo abierto, invirtió el tubo y lo introdujo en la superficie de mercurio contenido en una cuba. Al retirar su dedo observó que el líquido descendía del tubo hasta alcanzar un equilibrio a una altura de 76 cm sobre la superficie libre del mercurio. La fuerza que equilibra e impide el descenso de la columna de mercurio en el tubo es la que ejerce la presión atmosférica sobre la superficie libre del mercurio, y es la misma que recibe el tubo de vidrio por su extremo abierto.

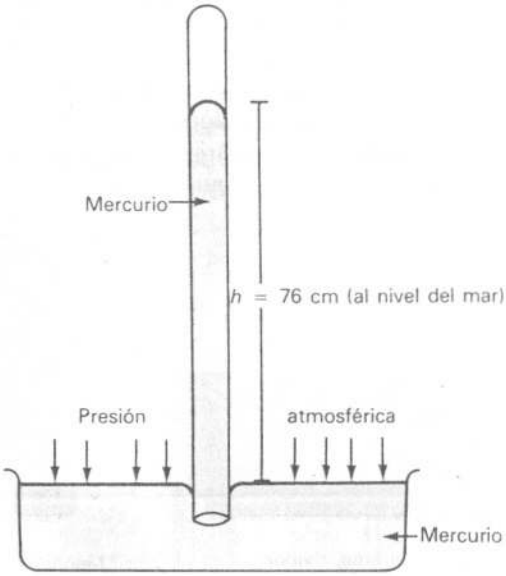


Fig. 8.9 Experimento de Torricelli para medir la presión atmosférica con un barómetro de mercurio.

Al conocer el experimento de Torricelli al nivel del mar, Pascal supuso que si la presión atmosférica tenía su origen en el peso del aire que envolvía a la Tierra, la presión barométrica sería menor a mayor altura. Al experimentar a una altura mayor se comprobó que la columna de mercurio descendía a menos de 76 cm en el tubo de vidrio; este experimento comprobaba la hipótesis de Pascal. La equivalencia de la presión atmosférica, que al nivel del mar es de 76 cm de Hg o 760 mm de Hg, en unidades del Sistema Internacional la obtenemos con la expresión:

$$P = \rho g h$$

$$\begin{aligned} \text{como: } \rho_{Hg} &= 13\,600 \text{ kg/m}^3 \\ g &= 9.8 \text{ m/s}^2 \\ h &= 0.76 \text{ m} \end{aligned}$$

Sustituyendo valores:

$$P = 13\,600 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.76 \text{ m}$$
$$= 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Presión manométrica y presión absoluta

Un líquido contenido en un recipiente abierto, además de la presión originada por su peso, soporta la presión atmosférica, la cual se transmite uniformemente por todo el volumen del líquido. En el caso de un líquido encerrado en un recipiente, además de la presión atmosférica puede recibir otra presión causada por su calentamiento, tal como sucede con las autoclaves que contienen un fluido bajo presión y se emplean como esterilizadores en clínicas y hospitales; también es común detectar la presión en las calderas de vapor, o la presión en los neumáticos de los vehículos como resultado del aire comprimido. La presión diferente a la atmosférica recibe el nombre de presión manométrica. De donde la presión absoluta que soporta el fluido encerrado es igual a la suma de las presiones manométrica y atmosférica

Los dispositivos para medir la presión manométrica se llaman manómetros. La presión manométrica es igual a la diferencia entre la presión absoluta del interior del recipiente y la presión atmosférica

$$\text{Presión absoluta} = \text{presión manométrica} + \text{presión atmosférica}$$

$$\text{Presión manométrica} = \text{presión absoluta} - \text{presión atmosférica}$$

Un manómetro de uso extenso es el de tubo abierto o manómetro de líquido el cual tiene forma de U; generalmente contiene mercurio, pero si se requiere alta sensibilidad puede contener agua o alcohol. Se utiliza para medir la presión en calderas, autoclaves, tanques de gas o cualquier recipiente a presión. Para ello, un extremo del tubo se conecta al recipiente de referencia para medir la presión; el gas o vapor ejerce una presión que hace subir el mercurio por el extremo abierto, hasta igualar las presiones (ambiental, o del gas o vapor). La diferencia entre los dos niveles determina la presión manométrica, a la cual debe agregarse la atmosférica si se desea conocer la presión absoluta del interior del recipiente (figura 8.10).

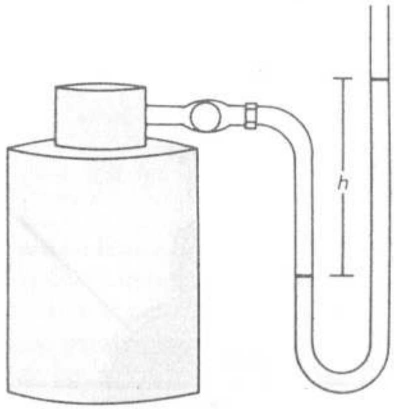


Fig. 8.10 La diferencia de alturas *h* determina la presión manométrica dentro del recipiente, medida en mm de Hg, o bien, en cm de Hg.

Otro tipo de manómetro muy empleado es el metálico, de tubo o de Bourdón, que funciona sin líquido; está constituido por un tubito elástico, en forma de espiral, cerrado por un extremo y por el otro recibe la presión que se desea medir, ésta distiende el tubito y su deformación elástica es transmitida a una aguja que gira sobre una circunferencia graduada.

4 PRINCIPIO DE PASCAL

Sabemos que un líquido produce una presión hidrostática debido a su peso, pero si el líquido se encierra herméticamente dentro de un recipiente puede aplicársele otra presión utilizando un émbolo; dicha presión se transmitirá íntegramente a todos los puntos del líquido. Esto se explica si recordamos que los líquidos, a diferencia de los gases y sólidos, son prácticamente incompresibles. Esta

observación fue hecha por el físico francés Blaise Pascal (1623-1662), quien enunció el siguiente principio que lleva su nombre:

Toda presión que se ejerce sobre un líquido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos del líquido y a las paredes del recipiente que lo contiene.

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión (figura 8.11).

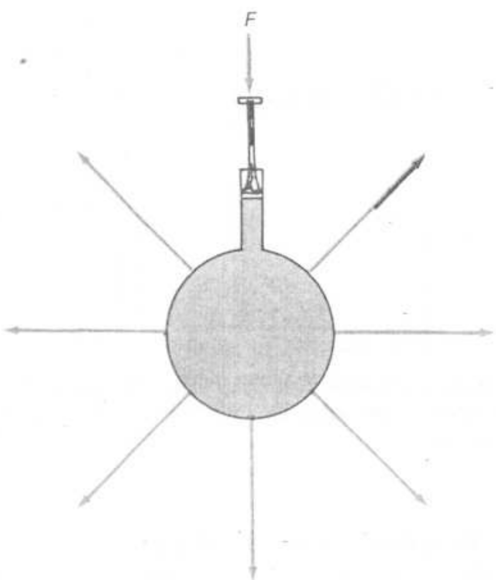


Fig. 8.11 Jeringa de Pascal. Con ella se observa que la presión recibida por un líquido se transmite en todas direcciones.

La prensa hidráulica es una de las aplicaciones del principio de Pascal. Consta esencialmente de dos cilindros de diferente diámetro, cada uno con su respectivo émbolo, unidos por medio de un tubo de comunicación. Se llenan de líquido el tubo y los cilindros, y al aplicar una fuerza en el émbolo de menor tamaño la presión que genera se transmite íntegramente al émbolo mayor. Al penetrar el líquido en el cilindro mayor, que está unido a una plataforma, empuja el émbolo hacia arriba.

Con este dispositivo, si una fuerza pequeña actúa sobre el émbolo menor produce una gran fuerza sobre el émbolo mayor (figura 8.12).

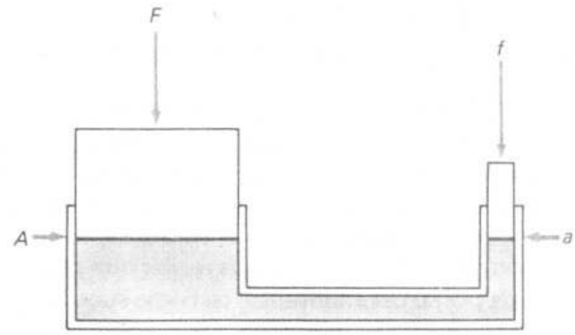


Fig. 8.12 La presión en el émbolo menor es la misma que en el émbolo mayor: $\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$.

La presión en el émbolo menor está dada por la relación $\frac{f}{a}$, y en el émbolo mayor por $\frac{F}{A}$. De acuerdo con el principio de Pascal ambas presiones son iguales, por tanto, la fórmula para la prensa hidráulica es:

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

donde: F = fuerza obtenida en el émbolo mayor en newtons (N)

A = área en el émbolo mayor en metros cuadrados (m^2)

f = fuerza obtenida en el émbolo menor en newtons (N)

a = área en el émbolo menor en metros cuadrados (m^2)

La prensa hidráulica se utiliza en las estaciones de servicio, para levantar automóviles; en la industria, para comprimir algodón o tabaco; para extraer aceites de algunas semillas, o jugos de algunas frutas. Los frenos hidráulicos de los automóviles también se basan en el principio de Pascal. Cuando se pisa el freno, el líquido del cilindro maestro transmite la presión recibida a los cilindros de cada rueda, mismos que abren las balatas para detener el giro de los neumáticos.

5 PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

Cuando un cuerpo se sumerge en un líquido se observa que éste ejerce una presión vertical ascendente sobre él. Lo anterior se comprueba al introducir un trozo de madera en agua; la madera es empujada hacia arriba, por ello se debe ejercer una fuerza hacia abajo si se desea mantenerla sumergida. De igual forma, hemos notado que al introducirnos en una alberca sentimos una aparente pérdida de peso a medida que nos aproximamos a la parte más honda, comenzando a flotar debido al empuje recibido por el agua.

El empuje que reciben los cuerpos al ser introducidos en un líquido fue estudiado por el griego Arquímedes (287-212 a.C.), quien además se destacó por sus investigaciones realizadas sobre el uso de las palancas, la geometría plana y del espacio, y su teoría sobre los números.

Principio de Arquímedes: todo cuerpo sumergido en un fluido recibe un empuje ascendente igual al peso del fluido desalojado.

En un cuerpo totalmente sumergido en un líquido, todos los puntos de su superficie reciben una presión hidrostática, que es mayor conforme aumenta la profundidad de un punto. Las presiones ejercidas sobre las caras laterales opuestas del cuerpo se neutralizan mutuamente, sin embargo, está sujeto a otras dos fuerzas opuestas: su peso que lo empuja hacia abajo y el empuje del líquido que lo impulsa hacia arriba. De acuerdo con la magnitud de estas dos fuerzas tendremos los siguientes casos:

1. Si el peso de un cuerpo es menor al empuje que recibe, flota porque desaloja menor cantidad de líquido que su volumen [figura 8.13(a)].

2. Si el peso del cuerpo es igual al empuje que recibe, permanecerá en equilibrio, es decir, sumergido dentro del líquido [figura 8.13(b)].

3. Si el peso del cuerpo es mayor que el empuje, se hunde, sufriendo una disminución aparente de peso [figura 8.13(c)].

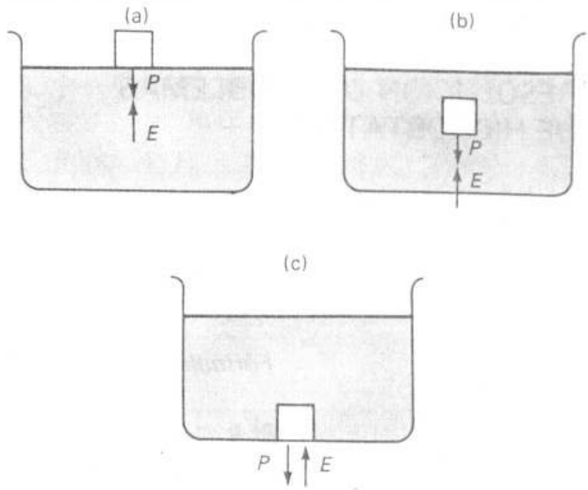


Fig. 8.13

Para que un barco flote debe desalojar un volumen de líquido cuyo peso sea igual al del barco. Por ejemplo, si el peso del barco es de 1000 toneladas, debe desalojar un volumen de 1000 metros cúbicos de agua dulce, considerando que un metro cúbico de esa agua pesa una tonelada.

Alguna vez nos habremos preguntado cómo es posible que flote un barco si está construido con algunos materiales de mayor densidad que el agua y, por si fuera poco, llenos de gente, muebles, automóviles, alimentos y muchas otras cosas más. Para explicarnos esto analicemos lo que le pasa a una lámina de acero extendida sobre un estanque lleno de agua; evidentemente la lámina se hunde, pues su densidad es mayor que la del agua. Pero ¿qué pasará si la doblamos en forma de caja y la sumergimos nuevamente en el estanque?, quizá con sorpresa veamos que flota. Esto sucede porque al dividir la masa de la lámina entre el volumen de agua que desaloja, obtenemos la densidad promedio de la lámina, valor inferior a la densidad del agua.

Para que un cuerpo flote en cualquier fluido, su densidad promedio debe ser menor a la del fluido.

El empuje que recibe un cuerpo sumergido en un líquido se determina multiplicando el peso específico del líquido por el volumen desalojado de éste:

$$E = PeV$$

Algunas aplicaciones del principio de Arquímedes son flotación de barcos, submarinos, salvavidas, densímetros o en los flotadores de las cajas de los inodoros.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE HIDROSTATICA

1. 0.5 kg de alcohol etílico ocupan un volumen de 0.000633 m^3. Calcular:
a) ¿Cuál es su densidad?
b) ¿Cuál es su peso específico?

Datos

$\rho = ?$
$m = 0.5$ kg
$V = 0.000633$ m^3
$g = 9.8$ m/s^2
$Pe = ?$

Fórmulas

a) $\rho = \frac{m}{V}$

b) $Pe = \rho g$

Sustitución y resultados

$$\text{a) } \rho = \frac{m}{V} = \frac{0.5 \text{ kg}}{0.000633 \text{ m}^3} = 789.88 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{b) } Pe = \rho g = 789.88 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 7740.92 \text{ N/m}^3$$

2. Calcular la masa y el peso de 15 000 litros de gasolina. Densidad de la gasolina 700 kg/m^3.

Datos

$m = ?$
$P = ?$
$V = 15\,000$ litros
$\rho = 700$ kg/m^3
$g = 9.8$ m/s^2

Fórmulas

$\rho = \frac{m}{V} \therefore m = \rho V$

$P = mg$

Conversión de unidades

$$15\,000 \text{ litros} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ litros}} = 15 \text{ m}^3$$

Sustitución y resultados

$$m = 700 \text{ kg/m}^3 \times 15 \text{ m}^3 = 10\,500 \text{ kg}$$
$$P = 10\,500 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 102\,900 \text{ N}$$

3. ¿Cuál es la densidad de un aceite cuyo peso específico es de 8967 N/m^3?

Datos

$\rho = ?$
$Pe = 8967$ N/m^3
$g = 9.8$ m/s^2

Fórmula

$\rho = \frac{Pe}{g}$

Sustitución y resultado

$$\rho = \frac{8967 \text{ kg m/s}^2/\text{m}^3}{9.8 \text{ m/s}^2} = 915 \text{ kg/m}^3$$

4. ¿Cuál es el volumen, en metros cúbicos y en litros, de 3000 N de aceite de oliva, cuyo peso específico es de 9016 N/m^3

Datos

$V = ?$
$P = 3000$ N
$Pe = 9016$ N/m^3

Fórmula

$Pe = \frac{P}{V} \therefore V = \frac{P}{Pe}$

Sustitución y resultado

$$V = \frac{3000 \text{ N}}{9016 \text{ N/m}^3} = 0.333 \text{ m}^3$$

$$V = 0.333 \text{ m}^3 \times \frac{1000 \text{ litros}}{1 \text{ m}^3} = 333 \text{ litros}$$

5. Sobre un líquido encerrado en un recipiente se aplica una fuerza de 60 N mediante un pistón de área igual a 0.01 m^2. ¿Cuál es el valor de la presión?

Datos

$F = 60$ N
$A = 0.01$ m^2
$P = ?$

Fórmula

$P = \frac{F}{A}$

Sustitución y resultado

$$P = \frac{60\ N}{0.01\ m^2} = 6000\ N/m^2$$

6. Calcular la fuerza que debe aplicarse sobre un área de $0.3\ m^2$ para que exista una presión de $420\ N/m^2$.

Datos

$F = ?$
$A = 0.3\ m^2$
$P = 420\ N/m^2$

Fórmula

$$P = \frac{F}{A} \therefore F = PA$$

Sustitución y resultado

$$F = 420\ N/m^2 \times 0.3\ m^2 = 126\ N$$

7. Calcular la presión hidrostática en el fondo de una alberca de 5 m de profundidad, si la densidad del agua es de $1000\ kg/m^3$.

Datos

$P_h = ?$
$h = 5\ m$
$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

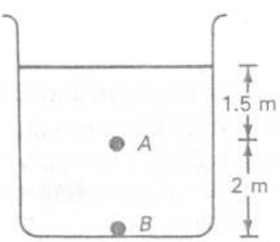
Fórmula

$$P_h = Peh = \rho gh$$

Sustitución y resultado

$$P_h = 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 5\ m = 49\ 000\ N/m^2$$

8. Calcular la presión hidrostática en el punto A y B del siguiente recipiente que contiene agua:



Datos

Punto A: $h = 1.5\ m$, $P_h = ?$
Punto B: $h = 3.5\ m$, $P_h = ?$
$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

Fórmula

$$P_h = Peh = \rho gh$$

Sustitución y resultados

Punto A: $P_h = 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 1.5\ m = 14\ 700\ N/m^2$

Punto B: $P_h = 1000\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2 \times 3.5\ m = 34\ 300\ N/m^2$

9. Calcular la profundidad a la que se encuentra sumergido un submarino en el mar, cuando soporta una presión hidrostática de $8 \times 10^6\ N/m^2$. La densidad del agua de mar es de $1020\ kg/m^3$.

Datos

$h = ?$
$P_h = 8 \times 10^6\ N/m^2$
$\rho_{H_2O\ de\ mar} = 1020\ kg/m^3$

Fórmula

$$P_h = \rho gh \quad \therefore h = \frac{P_h}{\rho g}$$

Sustitución y resultado

$$h = \frac{8 \times 10^6\ N/m^2}{1.02 \times 10^3\ kg/m^3 \times 9.8\ m/s^2}$$
$$= 0.8 \times 10^3\ m = 800\ m$$

10. Para medir la presión manométrica del interior de un cilindro con gas se utilizó un manómetro de tubo abierto. Al medir la diferencia entre los dos niveles de mercurio se encontró un valor de 15 cm de Hg. Determinar la presión absoluta que hay dentro del cilindro en:

a) mm de Hg
b) cm de Hg
c) N/m^2

Considerar el valor de la presión atmosférica igual a 586 mm de Hg.

Datos

$P_{man.} = 15$ cm de Hg
$P_{abs.} = ?$
$P_{atm.} = 586$ mm de Hg

Fórmula

$P_{abs.} = P$ manométrica $+ P$ atmosférica

Sustitución y resultados

a) $P_{abs.} = 150$ mm de Hg $+ 586$ mm de Hg
$= 736$ mm de Hg
b) $P_{abs.} = 73.6$ cm de Hg

c) $$P_{abs.} = 73.6 \text{ cm de Hg} \times \frac{1332 \text{ N/m}^2}{1 \text{ cm de Hg}}$$
$$= 98\,035.2 \text{ N/m}^2$$

11. Se bombea agua con una presión de 25×10^4 N/m^2. ¿Cuál será la altura máxima a la que puede subir el agua por la tubería si se desprecian las pérdidas de presión?

Datos

$P = 25 \times 10^4$ N/m^2
$h = ?$
$\varrho_{H_2O} = 1000$ kg/m^3

Fórmula

$$P = Peh = \varrho gh$$

$$\therefore h = \frac{P}{\varrho g}$$

Sustitución y resultado

$$h = \frac{25 \times 10^4 \text{ N/m}^2}{1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 25.5 \text{ m}$$

12. ¿Qué fuerza se obtendrá en el émbolo mayor de una prensa hidráulica cuya área es de 100 cm^2, cuando en el émbolo menor de área igual a 15 cm^2 se aplica una fuerza de 200 N?

Datos

$F = ?$
$A = 100$ cm^2
$a = 15$ cm^2
$f = 200$ N

Fórmula

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \therefore F = \frac{fA}{a}$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{200 \text{ N} \times 100 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2} = 1333.33 \text{ N}$$

13. Calcular la fuerza que se obtendrá en el émbolo mayor de una prensa hidráulica de un diámetro de 20 cm, si en el émbolo menor de 8 cm se ejerce una fuerza de 150 N.

Datos

$F = ?$
$D = 20$ cm
$d = 8$ cm
$f = 150$ N

Fórmula

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \therefore F = \frac{fA}{a}$$

como área $= \pi r^2$

y $2r = D;\ r = \dfrac{D}{2}$

Sustitución y resultado

$$r = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$F = \frac{150 \text{ N} \times \pi\,(10 \text{ cm})^2}{\pi\,(4 \text{ cm})^2}$$

$$= 937.5 \text{ N}$$

14. Calcular el diámetro que debe tener el émbolo mayor de una prensa hidráulica para obtener una fuerza de 2000 N, cuando el émbolo menor tiene un diámetro de 10 cm y se aplica una fuerza de 100 N.

Datos

$D = ?$
$F = 2000$ N
$d = 10$ cm
$f = 100$ N

Fórmula

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

donde:

$$\frac{F}{\pi R^2} = \frac{f}{\pi r^2}$$

$$\therefore R = \sqrt{\frac{F \pi r^2}{f \pi}}$$

Sustitución y resultado

$$R = \sqrt{\frac{2000 \text{ N } (5 \text{ cm})^2}{100 \text{ N}}} = 22.36 \text{ cm}$$

$$D = 2R = 2\ (22.36 \text{ cm}) = 44.72 \text{ cm}$$

15. Un cubo de acero de 20 cm de arista se sumerge en agua. Si tiene un peso de 564.48 N, calcular:
a) ¿Qué empuje recibe?
b) ¿Cuál será el peso aparente del cubo?

Datos

$\ell = 20$ cm $= 0.2$ m
Peso del cubo $= 564.48$ N
a) $E = ?$
b) $P_{aparente\ del\ cubo} = ?$
$Pe_{H_2O} = 9800$ N/m^3

Fórmulas

$V = \ell^3$
a) $= E = PeV$
b) $= P_{aparente} = P - E$

Sustitución y resultados

a) $V_{cubo} = V_{H_2O\ desalojada}$
$= (0.2 \text{ m})^3 = 0.008 \text{ m}^3$
$E = PeV = 9800 \text{ N/m}^3 \times 0.008 \text{ m}^3$
$= 78.4$ N

b) $P_{aparente} = 564.48 \text{ N} - 78.4 \text{ N}$
$= 486.08$ N

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. 1500 kg de plomo ocupan un volumen de 0.13274 m^3. ¿Cuánto vale su densidad?

Respuesta:

$\varrho = 11\,300$ kg/m^3

2. ¿Cuál es la masa y el peso de 10 litros de mercurio?
Dato: $\varrho_{Hg} = 13\,600$ kg/m^3
Respuestas:
$m = 136$ kg
$P = 1332.8$ N

3. Calcular el peso específico del oro, cuya densidad es de 19 300 kg/m^3.

Respuesta:

$Pe = 189\,140$ N/m^3

4. Qué volumen en metros cúbicos y litros ocuparán 1000 kg de alcohol con una densidad de 790 kg/m^3.

Respuesta:

$V = 1.266$ m^3 $= 1266$ litros

5. Cuál es la presión que se aplica sobre un líquido encerrado en un tanque, por medio de un pistón que tiene un área de 0.02 m^2 y aplica una fuerza de 100 N.

Respuesta:

$P = 5000$ N/m^2

6. Calcular el área sobre la cual debe aplicarse una fuerza de 150 N para que exista una presión de 2000 N/m^2.

Respuesta:

$A = 0.075$ m^2

7. Determine la presión hidrostática que existirá en una prensa hidráulica a una profundidad de 3 y 6 m, respectivamente.

Dato:

$\varrho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

Respuestas:

P_h 3 m $= 29\ 400\ N/m^2$
P_h 6 m $= 58\ 800\ N/m^2$

8. ¿Cuál será la presión hidrostática en el fondo de un barril que tiene 0.9 m de profundidad y está lleno de gasolina cuya densidad es de 680 kg/m^3?

Respuesta:

$P_h = 5997.6\ N/m^2$

9. Determine a qué profundidad está sumergido un buceador en el mar, si soporta una presión hidrostática de 399 840 N/m^2.

Dato:

$\varrho_{H_2O\ de\ mar} = 1020\ kg/m^3$

Respuesta:

$h = 40$ m

10. Al medir la presión manométrica con un manómetro de tubo abierto se registró una diferencia de alturas de 7 cm de Hg. Cuál es el valor de la presión absoluta en:

a) mm de Hg
b) cm de Hg
c) N/m^2

La medición se realizó al nivel del mar.

Respuestas:

a) $P_{abs.} = 830$ mm de Hg
b) $P_{abs.} = 83$ cm de Hg
c) $P_{abs.} = 110\ 556\ N/m^2$

11. ¿A qué altura máxima llegará el agua al ser bombeada a través de una tubería con una presión de $4 \times 10^5\ N/m^2$?

Dato:

$\varrho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

Respuesta:

$h = 40.8$ m

12. Calcular la fuerza que se aplica en el émbolo menor de una prensa hidráulica de 10 cm^2 de área, si en el émbolo mayor con un área de 150 cm^2 se produce una fuerza de 10 500 N.

Respuesta:

$f = 700$ N

13. ¿Cuál será la fuerza que se producirá en el émbolo mayor de una prensa hidráulica, cuyo diámetro es de 40 cm, si en el émbolo menor de 12 cm de diámetro se ejerce una fuerza de 250 N?

Respuesta:

$F = 2777.77$ N

14. Calcular el diámetro del émbolo menor de una prensa hidráulica, para que con una fuerza de 400 N se produzca en el émbolo mayor, cuyo diámetro es de 50 cm, una fuerza de 4500 N.

Respuesta:

$d = 14.9$ cm

15. Un prisma rectangular de cobre, de base igual a 36 cm^2 y una altura de 10 cm, se sumerge hasta la mitad, por medio de un alambre, en un recipiente que contiene alcohol.
   a) ¿Qué volumen de alcohol desaloja?
   b) ¿Qué empuje recibe?
   c) ¿Cuál es el peso aparente del prisma debido al empuje, si su peso real es de 31.36 N?

Dato:

$\rho_{alcohol} = 790\ kg/m^3$

Respuestas:

a) $V_{alcohol\ desalojado} = 180\ cm^3$
b) $E = 1.39$ N
c) Peso aparente = 29.97 N

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 13

PRINCIPIO DE PASCAL Y PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

Objetivo: Comprobar experimentalmente los principios de Pascal y de Arquímedes.

Consideraciones teóricas

Todo líquido contenido en un recipiente origina una presión hidrostática debido a su peso, pero si el líquido se encierra de modo hermético dentro de un recipiente puede aplicársele otra presión utilizando un émbolo; dicha presión se transmitirá íntegramente a todos los puntos del líquido. Esto se explica si recordamos que los líquidos, a diferencia de los gases y sólidos, son prácticamente incompresibles. La observación anterior fue hecha por el físico francés Blaise Pascal, quien enunció el siguiente principio que lleva su nombre: toda presión que se ejerce sobre un líquido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos del líquido y a las paredes del recipiente que lo contiene.

Cuando un cuerpo se sumerge en un líquido se observa que éste aplica una presión vertical ascendente sobre él. Lo anterior se comprueba al introducir un trozo de madera en agua, la madera es empujada hacia arriba, por ello se deberá ejercer una fuerza hacia abajo si se desea mantenerla sumergida. El empuje que reciben los cuerpos al ser introducidos en un líquido fue estudiado por el griego Arquímedes, quien enunció el siguiente principio que lleva su nombre: todo cuerpo sumergido en un fluido recibe un empuje ascendente igual al peso del fluido desalojado.

El empuje (E) que recibe un cuerpo sumergido en un líquido se determina multiplicando el peso específico del líquido (Pe) por el volumen (V) desalojado de éste: $E = PeV$.

Material empleado

Un picahielo o aguja de coser grande, una pinza para sujetar, un mechero de Bunsen, una jeringa de plástico nueva, un cordón, un trozo de hierro, un dinamómetro, una probeta de 500 cm^3 y agua.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Mediante un picahielo, o una aguja sostenida con una pinza para que usted no se queme, caliente la punta en el mechero de Bunsen y con ella haga seis perforaciones alrededor de la parte inferior de una jeringa de plástico.
2. Introduzca agua en la jeringa; por medio del émbolo, presione sobre la superficie del líquido y observe la intensidad con la que sale el agua en cada orificio.
3. Ate con un cordón el trozo de hierro y una el extremo libre del cordón al gancho del dinamómetro para determinar su peso en el aire [figura 8.14(a)]. Agregue 200 cm^3 de agua a la probeta de 500 cm^3 de

capacidad, e introduzca en ella el trozo de hierro [figura 8.14(b)]. Mida con el dinamómetro el peso del trozo de hierro sumergido en el agua, y observando la graduación de la probeta determine el volumen del líquido desalojado por el trozo de hierro. Anote sus mediciones.

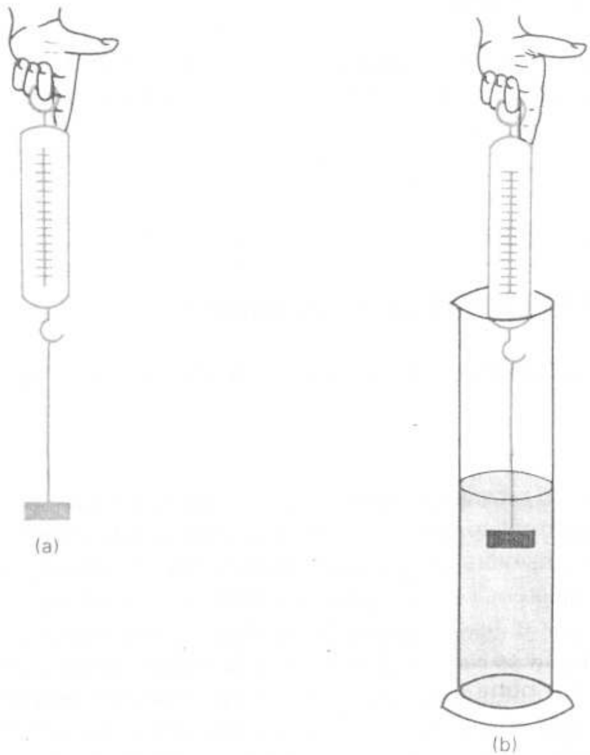


Fig. 8.14 En (a) se registra el peso del trozo de hierro en el aire, en (b) se determina el peso aparente del hierro al sumergirlo en agua.

Cuestionario

1. De acuerdo con lo observado, al ejercer una presión sobre la superficie del líquido por medio del émbolo de la jeringa, ¿cómo es la intensidad con que sale el agua por cada uno de los orificios? Justifique su respuesta.
2. ¿Se comprueba el principio de Pascal? ¿Por qué?
3. Escriba con sus propias palabras el principio de Pascal.
4. Con base en lo realizado en el punto 3 de la actividad experimental, conteste las siguientes preguntas: ¿Cuál es el peso del trozo de hierro en el aire?; ¿cuál fue su peso aparente al introducirlo en la probeta?; ¿a qué se debe la disminución aparente en su peso?; ¿a cuánto equivale el empuje que recibe el trozo de hierro y en qué dirección y sentido actúa dicho empuje?; ¿qué cantidad de agua desalojó el trozo de hierro?; ¿cuál es su volumen?; si sabemos que el peso específico del agua es de 1 g/cm^3, ¿cuál será el peso del volumen de agua desalojada por el trozo de metal?; diga si son iguales o diferentes los valores correspondientes al empuje que recibe el trozo de hierro y el del peso del agua desalojada por él. Justifique su respuesta.
5. ¿Se comprobó el principio de Arquímedes? ¿Por qué?
6. Enuncie en sus propias palabras el principio de Arquímedes.

RESUMEN

1. La *hidrostática* tiene por objeto estudiar a los líquidos en reposo. Generalmente, sus principios también se aplican a los gases. El término fluido se aplica a líquidos y gases porque ambos tienen propiedades comunes. No obstante, conviene recordar que un gas puede comprimirse con facilidad, mientras un líquido es prácticamente incompresible.
2. Las características de los líquidos son las siguientes: a) *Viscosidad.* Es una medida de resistencia que opone un líquido a fluir. b) *Tensión superficial.* Este fenómeno se presenta debido a la atracción entre las moléculas de un líquido. c) *Cohesión.* Es la fuerza que mantiene unidas a las moléculas de una misma sustancia. d) *Adherencia.* Es la fuerza de atracción que se manifiesta entre las moléculas de dos sustancias diferentes en contacto. Por lo general las sustancias líquidas se adhieren a los cuerpos sólidos. e) *Capilaridad.* Se presenta cuando existe contacto entre un líquido y una pared sólida, especialmente si son tubos muy delgados llamados capilares.
3. La *densidad* de una sustancia (ρ) expresa la masa contenida en la unidad de volumen. Su valor se determina dividiendo la masa de la sustancia entre el volumen que ocupa: $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$. El *peso específico* de una sustancia se determina dividiendo su peso entre el volumen que ocupa: $Pe = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}}$. La ecuación que relaciona la densidad con el peso específico es: $Pe = \rho g$, donde g es la aceleración de la gravedad (9.8 m/s^2).
4. La *presión* indica la relación entre una fuerza aplicada y el área sobre la cual actúa: $P = \frac{F}{A}$ en N/m^2.
5. La *presión hidrostática* (P_h) es la que ejerce todo líquido contenido en un recipiente sobre el fondo y las paredes del mismo. Ello debido a la fuerza que el peso de las moléculas ejerce sobre un área determinada. La presión hidrostática en cualquier punto puede calcularse multiplicando el peso específico del líquido por la altura que hay desde la superficie libre del líquido hasta el punto considerado: $P_h = Peh = \rho gh$. La presión hidrostática en cualquier punto de un recipiente no depende de la forma de éste ni de la cantidad de líquido que contiene, sino únicamente del peso específico y de la altura que hay del punto considerado a la superficie libre del líquido.
6. La Tierra está rodeada por una capa de aire llamada atmósfera, la cual por su peso ejerce una presión sobre todos los cuerpos que están en contacto con ella, llamada *presión atmosférica.* Dicha presión varía con la altura, por lo que al nivel del mar tiene su máximo valor, o presión normal, equivalente a:
$$1 \text{ atmósfera} = 760 \text{ mm de Hg} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$
7. Cuando un líquido está encerrado en un recipiente, además de la presión atmosférica recibe otra presión llamada *manométrica* que puede ser causada por el calentamiento del recipiente, la presión *absoluta* será la suma de estas dos presiones. La presión manométrica se mide con dispositivos llamados manómetros. La presión manométrica es igual a la presión absoluta menos la presión atmosférica.

8. El *principio de Pascal* establece que: toda presión que se ejerce sobre un líquido encerrado en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos del líquido y a las paredes del recipiente que lo contiene. La prensa hidráulica que se utiliza para levantar cuerpos pesados, comprimir algodón o tabaco, extraer aceites y jugos de semillas o frutas, son aplicaciones del principio de Pascal. En una prensa hidráulica una fuerza pequeña que actúa sobre el émbolo menor produce una gran fuerza sobre el émbolo mayor. Su expresión matemática es:

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

9. El *principio de Arquímedes* dice: todo cuerpo sumergido en un fluido recibe un empuje ascendente igual al peso del fluido desalojado. Para que un cuerpo flote en cualquier fluido, su densidad promedio debe ser menor a la densidad del fluido. El empuje que recibe un cuerpo sumergido en un líquido se determina multiplicando el peso específico del líquido por el volumen desalojado de éste: $E = PeV$. Algunas aplicaciones del principio de Arquímedes son flotación de barcos, submarinos, salvavidas, densímetros, o en los flotadores de las cajas de los inodoros.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique qué estudia la hidrostática. (Introducción de la unidad 8)
2. ¿Qué se entiende por fluido? (Introducción de la unidad 8)
3. Explique las siguientes características de los fluidos: viscosidad, tensión superficial, cohesión, adherencia y capilaridad. (Sección 1)
4. Defina el concepto, la fórmula y las unidades de: densidad y peso específico. (Sección 2)
5. Explique cómo se determina la densidad de un líquido usando un densímetro. (Sección 2)
6. ¿Cuál es el concepto de presión? Escriba también su fórmula y unidades. (Sección 3)
7. Explique qué origina la presión hidrostática y cómo se calcula su magnitud. (Sección 3)
8. Explique en qué consiste la paradoja hidrostática de Stevin. (Sección 3)
9. ¿Qué ocasiona la presión atmosférica y cómo varía respecto a la altura? (Sección 3)
10. Defina los siguientes conceptos: presión manométrica y presión absoluta. (Sección 3)

11. Explique cómo funciona el manómetro de tubo abierto o manómetro de líquido. (Sección 3)
12. Enuncie el principio de Pascal. (Sección 4)
13. Explique cómo funciona la prensa hidráulica e indique la expresión matemática usada para el cálculo de la fuerza que se puede obtener en el émbolo mayor. (Sección 4)
14. Enuncie el principio de Arquímedes. (Sección 5)
15. Explique: a) en qué condiciones flota un cuerpo sumergido en un líquido, b) en qué condiciones queda sumergido dentro de un líquido, c) cuándo se hunde. (Sección 5)
16. ¿Por qué flota un barco a pesar de tener grandes dimensiones? (Sección 5)
17. ¿Cómo se calcula el valor del empuje que recibe un cuerpo al sumergirlo en un líquido? (Sección 5)
18. Mencione algunas aplicaciones del principio de Arquímedes. (Sección 5)

9 HIDRODINAMICA

La hidrodinámica es la parte de la hidráulica que estudia el comportamiento de los líquidos en movimiento. Para ello considera, entre otras cosas: la velocidad, la presión, el flujo y el gasto del líquido.

En el estudio de la hidrodinámica, el teorema de Bernoulli, que trata de la Ley de la Conservación de la Energía, es de primordial importancia, pues señala que la suma de las energías cinética, potencial y de presión de un líquido en movimiento en un punto determinado es igual a la de otro punto cualquiera. La mecánica de los fluidos investiga las propiedades de un fluido ideal sin fricción y también estudia las características de un fluido viscoso en el cual se presenta fricción. Un fluido es compresible cuando su densidad varía de acuerdo con la presión que recibe; tal es el caso del aire y otros gases estudiados por la aerodinámica. La hidrodinámica investiga fundamentalmente a los fluidos incompresibles, es decir, a los líquidos, pues su densidad casi no varía cuando cambia la presión ejercida sobre ellos.

1 APLICACIONES DE LA HIDRODINAMICA

Las aplicaciones de la hidrodinámica se evidencian en el diseño de canales, puertos, presas, cascos de los barcos, hélices, turbinas y ductos en general.

Con objeto de facilitar el estudio de los líquidos en movimiento, generalmente se hacen las siguientes suposiciones:

1. Los líquidos son completamente incompresibles.
2. Se considera despreciable la viscosidad. Es decir, se supone que los líquidos son ideales, por ello no presentan resistencia al flujo, lo cual permite despreciar las pérdidas de energía mecánica producidas por su viscosidad; pues, como sabemos, durante el movimiento ésta genera fuerzas tangenciales entre las diferentes capas de un líquido.
3. El flujo de los líquidos se supone estacionario o de régimen estable. Esto sucede cuando la velocidad de toda partícula del líquido es igual al pasar por el mismo punto. Por ejemplo, en la figura 9.1 se observa la trayectoria seguida por la partícula de un líquido, esto es, su línea de corriente al pasar por el punto A.

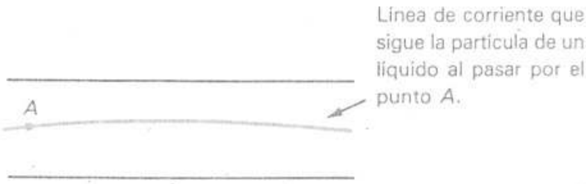


Fig. 9.1 La partícula del líquido que pasa por el punto A lleva cierta velocidad; si cualquier partícula que pase por el punto A lo hace con la misma velocidad y trayectoria o línea de corriente, el flujo es estacionario o de régimen estable.

2 GASTO, FLUJO Y ECUACION DE CONTINUIDAD

Gasto

Cuando un líquido fluye a través de una tubería, es muy común hablar de su gasto, que por definición es: la relación existente entre el volumen de líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir.

$$G = \frac{V}{t}$$

donde: G = gasto en m^3/s
V = volumen del líquido que fluye en metros cúbicos (m^3)
t = tiempo que tarda en fluir el líquido en segundos (s)

El gasto también puede calcularse si se conoce la velocidad del líquido y el área de la sección transversal de la tubería. Veamos la figura 9.2

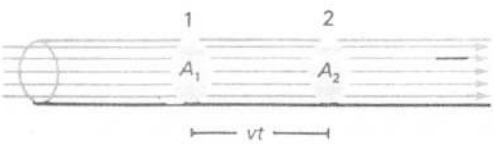


Fig. 9.2 El volumen del líquido que fluye por la tubería es igual a: $V = Avt$.

Para conocer el volumen de líquido que pasa del punto 1 al 2 de la tubería, basta multiplicar entre sí el área, la velocidad del líquido y el tiempo que tarda en pasar por los puntos:

$$V = Avt \ldots (1)$$

y como

$$G = \frac{V}{t} \cdots (2)$$

Sustituyendo 1 en 2:

$$G = \frac{Avt}{t}$$

$$G = Av$$

donde: G = gasto en m^3/s
A = área de la sección transversal del tubo en metros cuadrados (m^2)
v = velocidad del líquido en m/s

En el Sistema CGS el gasto se mide en cm^3/s, o bien, en unidades prácticas como litros/s.

Flujo

Se define como la cantidad de masa del líquido que fluye a través de una tubería en un segundo.

$$F = \frac{m}{t}$$

donde F = flujo en kg/s
m = masa del líquido que fluye en kilogramos (kg)
t = tiempo que tarda en fluir en segundos (s)

Como la densidad de un cuerpo es la relación entre su masa y volumen tenemos:

$$\rho = \frac{m}{V} \ldots (1)$$

$$\therefore m = \rho V \ldots (2)$$

por lo que el flujo será:

$$F = \frac{\rho V}{t} \ldots (3)$$

y como

$$G = \frac{V}{t} \ldots (4)$$

Sustituyendo 4 en 3:

$$F = G\rho$$

donde: F = flujo en kg/s
G = gasto en m^3/s
ρ = densidad en kg/m^3

Ecuación de continuidad

Para comprender el significado de esta ecuación veamos la figura 9.3.

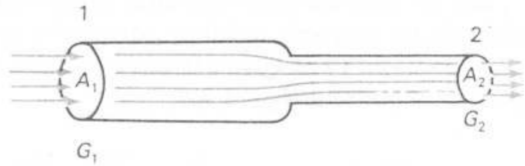


Fig. 9.3 La cantidad de líquido que pasa por el punto 1 es la misma que pasa por el punto 2, por lo tanto $G_1 = G_2$, o bien, $A_1v_1 = A_2v_2$ (ecuación de continuidad).

La tubería de la figura 9.3 reduce de manera considerable su sección transversal entre los puntos 1 y 2. Sin embargo, considerando que los líquidos son incompresibles evidentemente la cantidad de líquido que pasa por los puntos 1 y 2 es la misma. Para ello, en el tubo de mayor sección transversal, la velocidad del líquido es menor a la que adquiere al pasar al punto 2, donde la reducción del área se compensa con el aumento en la velocidad del líquido. Por tanto, el gasto en el punto 1 es igual al gasto en el punto 2

$$G_1 = G_2 = \text{constante}$$

$$A_1v_1 = A_2v_2 \quad \text{Ecuación de continuidad}$$

3 TEOREMA DE BERNOULLI

El físico suizo Daniel Bernoulli (1700-1782), al estudiar el comportamiento de los líquidos, descubrió que la presión de un líquido que fluye por una tubería es baja si su velocidad es alta y, por el contrario, es alta si su velocidad es baja. Por tanto, la Ley de la Conservación de la Energía también se cumple cuando los líquidos están en movimiento.

Con base en sus estudios, Bernoulli enunció el siguiente teorema que lleva su nombre:

En un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera

Observemos la figura 9.4.

Fig. 9.4 El teorema de Bernoulli se basa en la Ley de la Conservación de la Energía, por ello, en el punto 1 y 2 ésta es la misma.

El líquido posee, tanto en el punto 1 como en el 2, tres clases de energía:

a) Energía cinética, debido a la velocidad y a la masa del líquido: $Ec = \frac{1}{2}mv^2$.
b) Energía potencial, debido a la altura del líquido, respecto a un punto de referencia: $Ep = mgh$.
c) Energía de presión, originada por la presión que las moléculas del líquido ejercen entre sí, por lo cual, el trabajo realizado para el desplazamiento de las moléculas es igual a la energía de presión. Para comprender la expresión matemática de esta energía, veamos la figura 9.5.

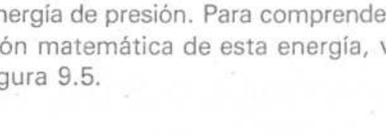


Fig. 9.5 La energía de presión es igual al trabajo realizado para que las moléculas del líquido se desplacen del punto 1 al 2, una distancia ℓ originada por la fuerza de la presión entre una molécula y otra.

Puesto que la energía de presión es igual al trabajo realizado, tenemos:

$$E_{presión} = T = F\ell \quad \ldots (1)$$

como

$$P = \frac{F}{A}$$

$$\therefore F = PA \quad \ldots (2)$$

Sustituyendo 2 en 1:

$$E_{presión} = PA\ell \quad \ldots (3)$$

El área de la sección transversal del tubo multiplicada por la distancia ℓ recorrida por el líquido nos da el volumen de éste que pasa del punto 1 al 2, $A\ell = V$, de donde la ecuación 1 queda:

$$E_{presión} = PV \quad \ldots (4)$$

como

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

$$\therefore V = \frac{m}{\varrho} \quad \ldots (5)$$

Sustituyendo 5 en 4:

$$E_{presión} = P\frac{m}{\varrho}$$

donde: $E_{presión}$ = energía de presión en joules (J)
P = presión en N/m^2
m = masa del líquido en kilogramos (kg)
ϱ = densidad del líquido en kg/m^3

Así, de acuerdo con el teorema de Bernoulli, la suma de las energías, cinética, potencial y de presión en el punto 1 es igual a la suma de estas energías en el punto 2 (figura 9.4):

$$Ec_1 + Ep_1 + E_{presión_1} = Ec_2 + Ep_2 + E_{presión_2}$$

al sustituir dichas energías por sus respectivas exposiciones, tenemos:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{P_1 m}{\varrho_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{P_2 m}{\varrho_2}$$

Si dividimos la expresión anterior entre la masa se obtiene la ecuación correspondiente al teorema de Bernoulli, para expresar la energía por unidad de masa:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\varrho_1} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\varrho_2}$$

Aunque el teorema de Bernoulli parte de la consideración de que el líquido es ideal (por lo cual se desprecian las pérdidas de energía causadas por la viscosidad de todo líquido en movimiento), su ecuación permite resolver con facilidad muchos problemas sin incurrir en errores graves por despreciar esas pérdidas de energía, pues resultan insignificantes comparadas con las otras energías.

4 APLICACIONES DEL TEOREMA DE BERNOULLI

El descubrimiento de Bernoulli, a medida que es mayor la velocidad de un fluido, menor es su presión y viceversa, ha permitido al hombre encontrarle varias aplicaciones prácticas, algunas de las cuales explicaremos en las siguientes secciones; pero antes de ello le sugerimos realizar el siguiente experimento para comprobar que la presión disminuye al aumentar la velocidad: coloque un embudo en posición invertida junto a un grifo de agua, como se ve en la figura 9.6, abra la llave de tal forma que salga un chorro regular de agua. Coloque una pelota de tenis de mesa hasta el fondo del embudo y suéltela, observará que queda suspendida en la corriente de agua sin caer. Esto sucede porque al fluir el agua y encontrarse con el obstáculo de la pelota, aumenta su velocidad al pasar alrededor de

ella disminuyendo su presión. La pelota no cae, pues recibe la presión que la atmósfera ejerce sobre ella y ésta es mayor que la presión del agua

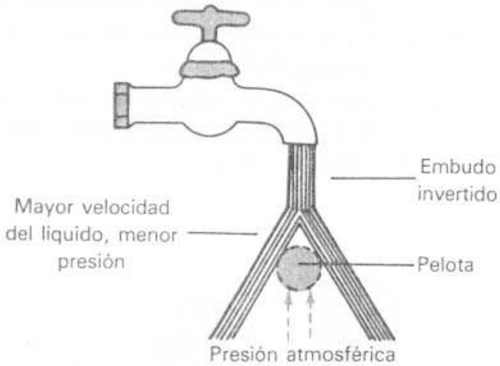


Fig. 9.6 Demostración de que la presión disminuye al aumentar la velocidad de un fluido.

Teorema de Torricelli

Una aplicación del teorema de Bernoulli se tiene cuando se desea conocer la velocidad de salida de un líquido a través de un orificio en un recipiente, como el ilustrado en la figura 9.7.

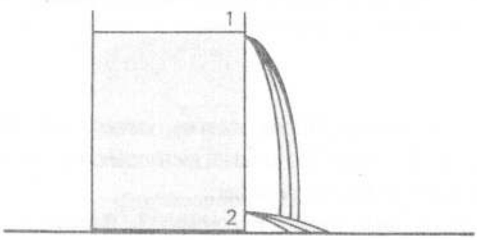


Fig. 9.7 La velocidad con la que sale un líquido por un orificio es mayor conforme aumenta la profundidad (teorema de Torricelli).

Aplicando la ecuación del teorema de Bernoulli, para el punto 1 ubicado sobre la superficie libre del líquido (figura 9.7) y para el punto 2 localizado en el fondo del recipiente donde se encuentra el orificio de salida, tenemos:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\varrho_1} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\varrho_2}$$

Sin embargo, podemos hacer las siguientes consideraciones:

1. Como la velocidad del líquido en el punto 1 es despreciable si la comparamos con la velocidad de salida del líquido en el punto 2, se puede eliminar el término correspondiente a la energía cinética en el punto 1, es decir: $\frac{v_1^2}{2}$.
2. Como el punto 2 se encuentra en el fondo del recipiente, a una altura cero sobre la superficie, podemos eliminar el término que indica la energía potencial en el punto 2, esto es: g/h_2.
3. Como la energía de presión es provocada por la presión atmosférica y ésta es la misma en los dos puntos, se pueden eliminar los términos que corresponden a la energía de presión en dichos puntos, esto es: $\frac{P_1}{\varrho_1}$ y $\frac{P_2}{\varrho_2}$.

De acuerdo con lo antes señalado, de la ecuación de Bernoulli sólo quedan los siguientes términos:

$$gh_1 = \frac{v_2^2}{2}$$

Puesto que deseamos calcular la velocidad de salida en el orificio, la despejamos de la ecuación anterior:

$$v = \sqrt{2gh}$$

donde: v = velocidad del líquido por el orificio en m/s
g = aceleración de la gravedad = 9.8 m/s^2
h = profundidad a la que se encuentra el orificio de salida en metros (m)

La ecuación anterior fue desarrollada por el físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), quien enunció el siguiente teorema que lleva su nombre: La velocidad con la que sale un líquido por el orificio de un recipiente, es igual a la que adquiriría un cuerpo que se dejara caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio.

Tubo de Pitot

Para medir de una forma sencilla la velocidad de la corriente de un río se usa el llamado tubo de Pi-

tot, figura 9.8 La forma del tubo es la de una L; al introducirlo en la corriente, por la presión de ésta, el agua se elevará a cierta altura sobre la superficie. Conociendo dicha altura, la velocidad de la corriente puede calcularse si se emplea la fórmula del teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh}$$

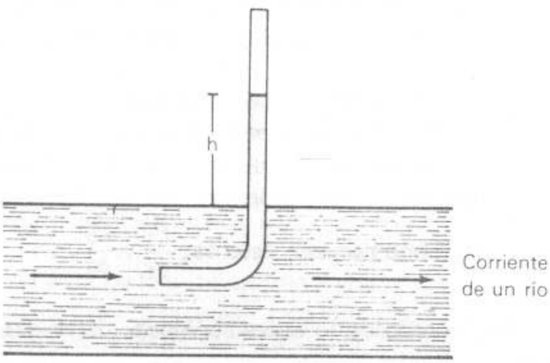


Fig. 9.8 La altura que alcanzará el agua en el tubo de Pitot sobre la superficie aumentará si es mayor la velocidad.

Tubo de Venturi

El tubo de Venturi se emplea para medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería. Su funcionamiento se basa también en el teorema de Bernoulli. Dicho tubo tiene un estrechamiento como se aprecia en la figura 9.9, cuando el líquido pasa por esta sección aumenta su velocidad pero disminuye su presión. Al medir la presión en la parte ancha y en la estrecha, por medio de dos manómetros acoplados en esos puntos, y conociendo el valor de las áreas de sus respectivas secciones transversales, se puede calcular la velocidad del líquido a través de la tubería por la cual circula, si se utiliza la siguiente expresión, obtenida a partir de la ecuación de Bernoulli:

$$v_A = \sqrt{\frac{\frac{2}{\varrho}(P_A - P_B)}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

donde:
v_A = velocidad del líquido a través de la tubería en m/s
P_A = presión del líquido en la parte ancha del tubo en N/m^2
P_B = presión del líquido en el estrechamiento del tubo de Venturi en N/m^2
ϱ = densidad del líquido en kg/m^3
A_A = área de la sección transversal de la parte ancha del tubo en metros cuadrados (m^2)
A_B = área de la sección transversal en el estrechamiento del tubo en metros cuadrados (m^2)

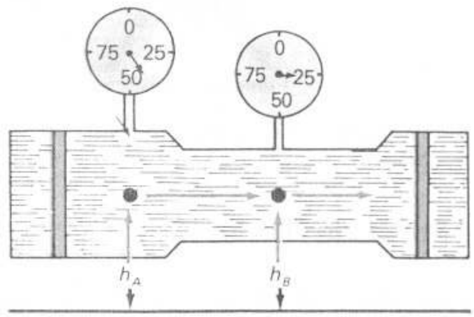


Fig. 9.9 Al intercalar un tubo de Venturi en una tubería, la velocidad del líquido se determina por la disminución de la presión en el punto B, ocasionada por el aumento de velocidad al reducirse el área en el estrechamiento.

Por considerarlo de interés, haremos la deducción de la ecuación usada para calcular la velocidad en el tubo de Venturi:

De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, la suma de las energías cinética, potencial y de presión en el punto A y B de la figura 9.9 es:

$$\frac{v_A^2}{2} + gh_A + \frac{P_A}{\varrho} = \frac{v_B^2}{2} + gh_B + \frac{P_B}{\varrho} \quad \ldots (1)$$

Como la altura a la que se encuentra el punto A y el B es la misma, podemos eliminar los términos correspondientes a su energía potencial, gh_A y gh_B, por lo que la ecuación 1 queda:

$$\frac{v_A^2}{2} + \frac{P_A}{\varrho} = \frac{v_B^2}{2} + \frac{P_B}{\varrho} \quad \ldots (2)$$

Reagrupando términos:

$$\frac{P_A}{\varrho} - \frac{P_B}{\varrho} = \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} \quad \ldots (3)$$

Multiplicando por 2 la ecuación 3:

$$2\left(\frac{P_A}{\varrho}-\frac{P_B}{\varrho}\right)=2\left(\frac{v_B^2}{2}-\frac{v_A^2}{2}\right)$$

obtenemos:

$$\frac{2}{\varrho}(P_A-P_B)=v_B^2-v_A^2\ \ldots\ (4)$$

De acuerdo con la ecuación de continuidad, sabemos que el gasto en A es igual al gasto en B, de donde:

$$G_A = G_B$$

esto es:

$$v_A A_A = v_B A_B\ \ldots\ (5)$$

$$\therefore\ v_B=\frac{v_A A_A}{A_B}\ \ldots\ (6)$$

Sustituyendo la ecuación 6 en la 4:

$$\frac{2}{\varrho}(P_A-P_B)=\left(\frac{v_A A_A}{A_B}\right)^2-v_A^2$$

Que es igual a:

$$\frac{2}{\varrho}(P_A-P_B)=\frac{v_A^2 A_A^2}{A_B^2}-v_A^2\ \ldots\ (7)$$

Utilizando como factor común a v_A^2:

$$\frac{2}{\varrho}(P_A-P_B)=v_A^2\left(\frac{A_A^2}{A_B^2}-1\right)\ \ldots\ (8)$$

Finalmente, al despejar de la ecuación anterior la velocidad en el punto A nos queda la ecuación para calcular la velocidad de un líquido mediante el empleo del tubo de Venturi.

Otra aplicación interesante del teorema de Bernoulli se tiene en la fuerza de sustentación que permite el vuelo de los aviones; al observar la forma del ala de un avión, notamos que su cara superior es curvada y la inferior plana. Cuando el avión está en movimiento, la velocidad del aire que pasa por la superficie del ala es mayor que la que pasa por la parte inferior para no retrasarse con respecto a la demás masa de aire (figura 9.10). Este aumento de velocidad en la parte superior origina la disminución de la presión en esa cara, por eso, al ser mayor la presión en la cara inferior del ala, el avión recibe una fuerza que lo impulsa en forma ascendente, permitiendo que pueda sostenerse en el aire al aumentar su velocidad.

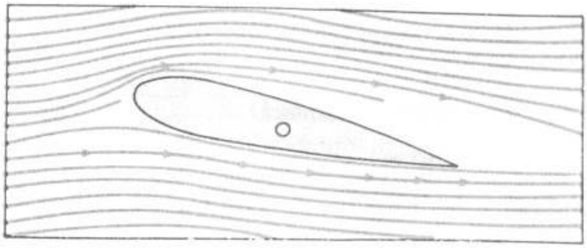


Fig. 9.10 La fuerza de sustentación que se genera al ser mayor la presión en la parte inferior del ala, permite que un avión se eleve.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE HIDRODINAMICA

1. Calcular el gasto de agua por una tubería al circular 1.5 m^3 en 1/4 de minuto.

Datos

$G = ?$
$V = 1.5\ m^3$
$t = 15\ s$

Fórmula

$$G=\frac{V}{t}$$

Sustitución y resultado

$$G=\frac{1.5\ m^3}{15\ s}=0.1\ m^3/s$$

2. Calcular el tiempo que tardará en llenarse un tanque cuya capacidad es de 10 m^3 al suministrarle un gasto de 40 ℓ/s.

Datos

$t = ?$
$V = 10\ m^3$
$G = 40\ \ell/s$

Fórmula

$$G = \frac{V}{t} \therefore t = \frac{V}{G}$$

Conversión de unidades

$$40\frac{\ell}{s} \times \frac{1\ m^3}{1000\ \ell} = 0.04\ m^3/s$$

Sustitución y resultado

$$t = \frac{10\ m^3}{0.04\ m^3/s} = 250\ s$$

3. Calcular el gasto de agua por una tubería de diámetro igual a 5.08 cm, cuando la velocidad del líquido es de 4 m/s.

Datos

$G = ?$
$d = 5.08\ cm = 0.0508\ m$
$v = 4\ m/s$

Fórmulas

$$G = vA$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$

Cálculo del área

$$A = \frac{3.1416}{4}(0.0508\ m)^2 = 0.002\ m^2$$

Sustitución y resultado

$$G = 4\ m/s \times 0.002\ m^2 = 0.008\ m^3/s$$

4. Determinar el diámetro que debe tener una tubería, para que el gasto de agua sea de $0.3\ m^3/s$ a una velocidad de 8 m/s.

Datos

$d = ?$
$G = 0.3\ m^3/s$
$v = 8\ m/s$

Fórmulas

$$G = vA \therefore A = \frac{G}{v}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 \therefore d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

Sustitución y resultado

$$A = \frac{0.3\ m^3/s}{8\ m/s} = 0.0375\ m^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 0.0375\ m^2}{3.1416}} = 0.218\ m$$

5. Por una tubería fluyen 1800 litros de agua en un minuto, calcular:

a) El gasto.
b) El flujo.

La densidad del agua es $1000\ kg/m^3$

Datos

$V = 1800\ \ell = 1.8\ m^3$
$t = 1\ min = 60\ s$
$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$
a) $G = ?$
b) $F = ?$

Fórmulas

a) $G = \frac{V}{t}$

b) $F = G\rho$

Sustitución y resultados

a) $G = \frac{1.8\ m^3}{60\ s} = 0.03\ m^3/s$

b) $F = 0.03\ m^3/s \times 1000\ kg/m^3 = 30\ kg/s$

6. Por una tubería de 3.81 cm de diámetro circula agua a una velocidad de 3 m/s. En una parte de la tubería hay un estrechamiento y el diámetro es de 2.54 cm, ¿qué velocidad llevará el agua en este punto?

Datos

$d_1 = 3.81 \text{ cm} = 0.0381 \text{ m}$
$v_1 = 3 \text{ m/s}$
$d_2 = 2.54 \text{ cm} = 0.0254 \text{ m}$
$v_2 = ?$

Fórmulas

$G_1 = G_2$

o bien:

$A_1 v_1 = A_2 v_2$

$\therefore v_2 = \dfrac{A_1 v_1}{A_2}$

$A = \dfrac{\pi}{4} d^2$

Sustitución y resultado

$$v_2 = \frac{\frac{\pi}{4} d_1^2 v_1}{\frac{\pi}{4} d_2^2} = \frac{d_1^2 v_1}{d_2^2}$$

$$v_2 = \frac{(0.0381 \text{ m})^2 \times 3 \text{ m/s}}{(0.0254 \text{ m})^2} = 6.74 \text{ m/s}$$

7. ¿Con qué velocidad sale un líquido por un orificio que se encuentra a una profundidad de 0.9 m?

Datos

$v = ?$
$h = 0.9 \text{ m}$
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Fórmula

$v = \sqrt{2gh}$

Sustitución y resultado

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.9 \text{ m}} = 4.2 \text{ m/s}$$

8. Un tubo de Pitot se introduce en la corriente de un río; el agua alcanza una altura de 0.15 m en el tubo. ¿A qué velocidad va la corriente?

Datos

$h = 0.15 \text{ m}$
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$
$v = ?$

Fórmula

$v = \sqrt{2gh}$

Sustitución y resultado

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.15 \text{ m}} = 1.71 \text{ m/s}$$

9. Un tubo de Venturi tiene un diámetro de 0.1524 m y una presión de $4.2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ en su parte más ancha. En el estrechamiento, el diámetro es de 0.0762 m y la presión es de $3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$. ¿Cuál es la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

Datos

$d_A = 0.1524 \text{ m}$
$P_A = 4.2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
$d_B = 0.0762 \text{ m}$
$P_B = 3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
$\varrho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$
$v_A = ?$

Fórmula

$$v_A = \sqrt{\frac{\frac{2}{\varrho}(P_A - P_B)}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

Sustitución y resultado

$$v_A = \sqrt{\frac{\frac{2}{1000 \text{ kg/m}^3}(4.2 \times 10^4 \text{N/m}^2 - 3 \times 10^4 \text{N/m}^2)}{\left(\frac{\frac{\pi}{4}(0.1524 \text{ m})^2}{\frac{\pi}{4}(0.0762 \text{ m})^2}\right)^2 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \times 1.2 \times 10^4 \text{ kg m/s}^2 \text{ m}^2}{15.99 - 1}}$$

$$= 1.26 \text{ m/s}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular el gasto de agua por una tubería, así como el flujo, al circular 4 m^3 en 0.5 minutos. $\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

   Respuestas:

   $G = 0.133\ m^3/s$
   $F = 133\ kg/s$

2. Para llenar un tanque de almacenamiento de gasolina se envió un gasto de 0.1 m^3/s durante un tiempo de 200 s. ¿Qué volumen tiene el tanque?

   Respuesta:

   $V = 20\ m^3$

3. Calcular el tiempo que tardará en llenarse una alberca, cuya capacidad es de 400 m^3, si se alimenta recibiendo un gasto de 10 ℓ/s. Dar la respuesta en minutos y horas.

   Respuesta:

   $t = 666.66$ minutos $= 11.11$ horas

4. Determine el gasto de petróleo crudo que circula por una tubería de área igual a 0.05 m^2 de su sección transversal y la velocidad del líquido es de 2 m/s.

   Respuesta:

   $G = 0.1\ m^3/s$

5. ¿Cuál es el gasto de agua en una tubería que tiene un diámetro de 3.81 cm, cuando la velocidad del líquido es de 1.8 m/s?

   Respuesta:

   $G = 0.002\ m^3/s$

6. Calcular el diámetro que debe tener una tubería, para que el gasto sea de 0.02 m^3/s a una velocidad de 1.5 m/s.

   Respuesta:

   $d = 0.13$ m

7. Por una tubería de 5.08 cm de diámetro, circula agua a una velocidad de 1.6 m/s. Calcular la velocidad que llevará el agua, al pasar por un estrechamiento de la tubería donde el diámetro es de 4 cm.

   Respuesta:

   $v = 2.58$ m/s

8. Determinar la velocidad con la que sale un líquido por un orificio localizado a una profundidad de 2.6 m en un tanque de almacenamiento.

   Respuesta:

   $v = 7.14$ m/s

9. Para medir la velocidad de la corriente en un río se introduce en él un tubo de Pitot, la altura a la que llega el agua dentro del tubo es de 0.2 m. ¿A qué velocidad va la corriente?

   Respuesta:

   $v = 1.98$ m/s

10. En la parte más ancha de un tubo de Venturi hay un diámetro de 10.16 cm y una presión de $3 \times 10^4\ N/m^2$. En el estrechamiento del tubo, el diámetro mide 5.08 cm y tiene una presión de $1.9 \times 10^4\ N/m^2$.
    a) ¿Cuál es la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?
    b) ¿Cuál es el gasto?
    c) ¿Cuál es el flujo?

Respuestas:

a) $v = 1.22$ m/s
b) $G = 0.0099\ m^3/s$
c) $F = 9.9$ kg/s

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 14

PRINCIPIO DE BERNOULLI

Objetivo: Medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería, utilizando el tubo de Venturi, cuyo funcionamiento se base en el principio de Bernoulli.

Consideraciones teóricas

La hidrodinámica es la parte de la Física que estudia los líquidos en movimiento. Para ello considera, entre otras cosas: la velocidad, la presión, el flujo y el gasto del líquido. Las aplicaciones de la hidrodinámica se evidencian en el diseño de canales, puertos, presas, casco de los barcos, hélices, turbinas y ductos en general. El gasto de un líquido se define como la relación existente entre el volumen de líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir: $G = \frac{V}{t}$. El gasto también se determina multiplicando el área de la sección transversal del tubo por la velocidad del líquido, de donde: $G = Av$.

La ecuación de continuidad señala que en una tubería cuya sección transversal se reduce considerablemente entre el punto 1 y el 2 (ver figura 9.11), la cantidad de líquido que pasa por los puntos 1 y 2 es la misma, por ello $G_1 = G_2$, o bien, $A_1v_1 = A_2v_2$ (ecuación de continuidad).

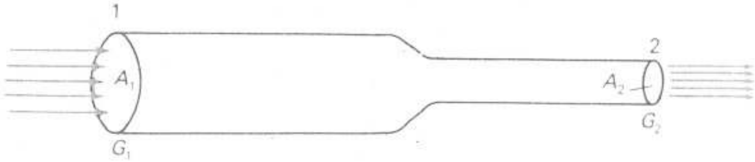


Fig. 9.11 Ecuación de continuidad: $G_1 = G_2$, o bien, $A_1v_1 = A_2v_2$.

Bernoulli descubrió que la presión de un líquido que fluye por una tubería es baja si su velocidad es alta y viceversa. Con ello se demuestra el cumplimiento de la Ley de la Conservación de la Energía en los líquidos en movimiento. El principio de Bernoulli dice: en un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera.

El tubo de Venturi se emplea para medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería. Dicho tubo tiene un estrechamiento como se aprecia en la figura 9.12, cuando el líquido pasa por esta sección aumenta su velocidad pero disminuye su presión. Al medir la presión en la parte ancha y en la estrecha, y conociendo el valor de las áreas de sus respectivas secciones transversales, se puede calcular la velocidad del líquido a través de la tubería por la cual circula, si se utiliza la siguiente expresión:

$$v_A = \sqrt{\frac{\frac{2}{\varrho}(P_A - P_B)}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

Material empleado

Un tubo de Venturi, dos manómetros de mercurio en forma de U con escala graduada en centímetros, un soporte metálico, unas pinzas de sujeción, dos tramos de tubo de hule latex de 2 m y dos tramos de 50 cm, un vernier y agua.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Determine con el vernier el valor del diámetro interior de las secciones ancha y estrecha del tubo de Venturi; para ello, considere el espesor del tubo. Exprese el resultado en centímetros.
2. Calcule el valor de las áreas de las secciones transversales ancha y estrecha del tubo de Venturi, recuérdese que: $A = \pi r^2$, o bien, $A = \frac{\pi}{4} d^2$. Exprese el resultado en cm^2
3. Monte un dispositivo como el de la figura 9.12. Para ello, conecte en cada extremo del tubo de Venturi los tubos de hule latex de 2 m de longitud, uno de ellos irá conectado a la toma de agua y el otro al desagüe. Con mucho cuidado, ponga 10 cm^3 de mercurio dentro de cada manómetro en forma de U. Conecte los tubos de hule latex de 50 cm a cada manómetro, uno se conecta a la parte ancha del tubo de Venturi (A) y el otro a la parte estrecha (B).

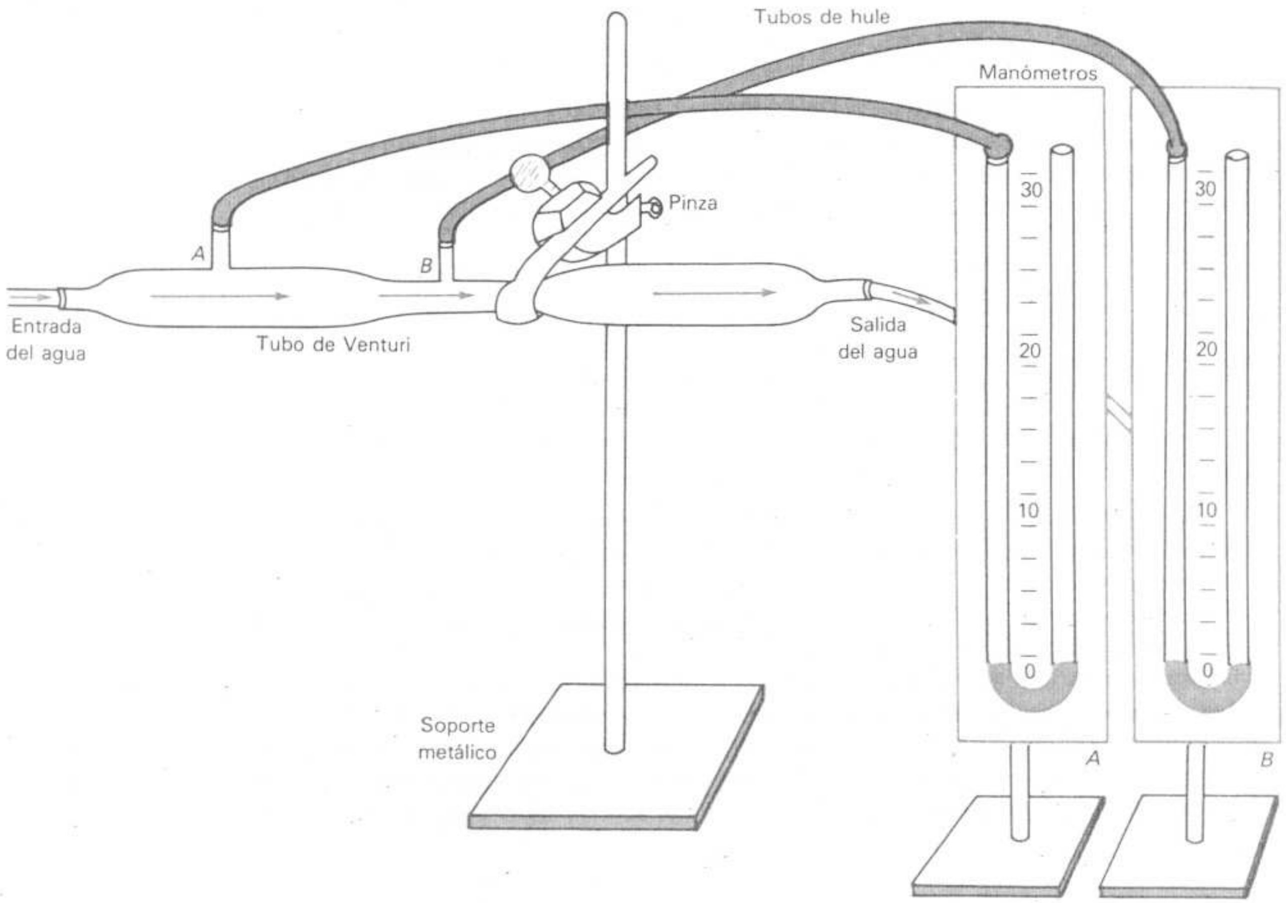


Fig. 9.12 Dispositivo para medir la velocidad de un fluido que circula a presión dentro de una tubería.

4. Abra la llave del agua manteniendo una salida uniforme de ésta. Observe los niveles de mercurio en las columnas de cada manómetro, cuando se hayan estabilizado tome la lectura de la altura del mercurio en la columna del manómetro A, el que mide la presión en la parte ancha del tubo, y la altura del mercurio en la columna del manómetro B, el que mide la presión en la parte estrecha del tubo. Registre sus datos en centímetros de mercurio.

5. Calcule la presión en cada manómetro, expresada en dinas/cm^2. Para ello, recuerde que la presión (P) es igual a: $P = \varrho gh$. Donde: ϱ = densidad del agua igual a 1 g/cm^3; g = aceleración de la gravedad igual a 980 cm/s^2; h = altura en cm que alcanza el mercurio en la columna de cada manómetro.
6. Determine la velocidad que lleva el agua en la parte ancha del tubo de Venturi (v_A) utilizando la ecuación respectiva. Exprese el resultado en cm/s.
7. Utilice la ecuación de continuidad para determinar la velocidad del agua en la parte estrecha del tubo.
8. Calcule el gasto de agua que se tiene a través del tubo de Venturi.

Cuestionario

1. Dónde es mayor la velocidad del agua, en la parte ancha o en la estrecha. Justifique su respuesta.
2. Dónde es mayor la presión, en la parte ancha o en la estrecha. ¿Por qué?
3. ¿Cómo es el valor de la energía total del agua en cualquier parte del tubo de Venturi?
4. Al disminuir la energía de presión del agua en un punto determinado, ¿qué energía de las que presenta el agua al fluir se incrementa?
5. ¿El gasto de agua en el punto A es el mismo que en el punto B? ¿Por qué?
6. ¿Se comprobó el principio de Bernoulli? Justifique su respuesta.

Nota: Si el laboratorio escolar no cuenta con tinaco y el agua llega por bombeo, utilice una cubeta grande colocada a una altura conveniente para que con un sifón se suministre un volumen uniforme de agua y la salida del agua que alimenta al tubo de Venturi sea uniforme.

RESUMEN

1. La *hidrodinámica* es la parte de la Física que estudia los líquidos en movimiento. Sus aplicaciones se observan en el diseño de canales, puertos, presas, cascos de los barcos, hélices, turbinas y ductos en general.
2. Para facilitar el estudio de los líquidos en movimiento, generalmente se hacen las siguientes suposiciones: *1.* Los líquidos son completamente incompresibles; *2.* Se considera despreciable la viscosidad; y *3.* Se supone que el flujo de los líquidos es estacionario o de régimen estable.
3. El *gasto de un líquido* se define como la relación entre el volumen de líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir: $G = \frac{V}{t}$.

   El gasto también se calcula multiplicando la velocidad que lleva el líquido por el área de la sección transversal de la tubería: $G = Av$.
4. El *flujo de un líquido* se define como la cantidad de masa de líquido que fluye a través de una tubería en un segundo. $F = \frac{m}{t}$. La relación entre el flujo y el gasto se tiene con la expresión $F = G\varrho$, donde: ϱ es la densidad del líquido.
5. La *ecuación de continuidad* establece que la cantidad de líquido que pasa por un punto de una tubería, es la misma que pasa por cualquier punto de la misma: $G_1 = G_2$, o bien, $A_1v_1 = A_2v_2$.

6. Daniel Bernoulli estudió el comportamiento de los líquidos y descubrió que la presión de un líquido que fluye por una tubería es baja si su velocidad es alta y la presión es alta si su velocidad es baja. Con ello demostró que la Ley de la Conservación de la Energía también se cumple cuando los líquidos están en movimiento. Con base en sus estudios, Bernoulli enunció el *teorema*: en un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera. La ecuación que corresponde al teorema de Bernoulli para expresar la energía por unidad de masa es:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\varrho_1} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\varrho_2}$$

7. Una aplicación del teorema de Bernoulli es la hecha por el fisico italiano Evangelista Torricelli, quien encontró una ecuación que permite calcular la velocidad de salida de un líquido a través de un orificio en un recipiente: $v = \sqrt{2gh}$ y enunció su *teorema* en los siguientes términos: la velocidad con la que sale un líquido por el orificio de un recipiente, es igual a la que adquiriría un cuerpo que se dejara caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio.
8. Para medir la velocidad de la corriente de un río se usa el llamado *tubo de Pitot*, cuya forma es la de una L. Para ello, el tubo se introduce en la corriente y según la altura que alcanza el agua, la velocidad se calcula con la expresión: $v = \sqrt{2gh}$.
9. Otra aplicación del teorema de Bernoulli se tiene en el llamado tubo de Venturi; dicho dispositivo se emplea para medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería. También se utiliza para obtener la fuerza de sustentación que permite el vuelo de los aviones.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique qué estudia la hidrodinámica y cuáles son sus aplicaciones. (Introducción de la unidad 9 y sección 1)
2. Mencione las tres consideraciones que generalmente se hacen para facilitar el estudio de los líquidos en movimiento. (Sección 1)
3. Defina el concepto de: a) gasto y b) flujo. Escriba también la fórmula y las unidades. (Sección 2)
4. Explique el significado de la ecuación de continuidad. (Sección 2)

5. Explique qué pasa con la presión y la velocidad de un líquido que fluye a través de una tubería, cuando ésta disminuye su sección transversal. (Sección 2)
6. Enuncie el teorema de Bernoulli. (Sección 3)
7. Escriba el concepto de energía: cinética, potencial y de presión, para un líquido en movimiento. (Sección 3)
8. De acuerdo con el teorema de Bernoulli, escriba la ecuación utilizada para expresar la energía de un líquido por unidad de masa. (Sección 3)
9. Enuncie el teorema de Torricelli y escriba la ecuación matemática para calcular la velocidad de un líquido por un orificio de un recipiente. (Sección 4)
10. Explique cómo se mide la velocidad de la corriente en un río o canal, utilizando el tubo de Pitot. (Sección 4)
11. Explique cómo funciona el tubo de Venturi para determinar la velocidad que lleva un líquido por una tubería. (Sección 4)
12. Explique cómo es posible que un avión se mantenga en el aire. (Sección 4)

10 ONDAS MECANICAS

En esta unidad nos ocuparemos únicamente de las ondas mecánicas, que son aquellas ocasionadas por una perturbación y que para su propagación en forma de oscilaciones periódicas requieren de un medio material. Tal es el caso de las ondas producidas en un resorte, una cuerda, en el agua, o en algún medio por el sonido.

Otras clases de ondas son las llamadas electromagnéticas, éstas no necesitan de un medio material para su propagación, pues se difunden aun en el vacío; por ejemplo las ondas luminosas, caloríficas y de radio.

Una onda mecánica representa la forma como se propaga una vibración o perturbación inicial, transmitida de una molécula a otra en los medios elásticos. Al punto donde se genera la perturbación inicial se le llama foco o centro emisor de las ondas. Así, cuando una perturbación ocasiona que una partícula elástica pierda su posición de equilibrio y se aleje de otras a las que estaba unida elásticamente, las fuerzas existentes entre ellas originarán que la partícula separada intente recuperar su posición original, produciéndose las llamadas fuerzas de restitución. Ello provocará un movimiento vibratorio de la partícula, el cual se transmitirá a las más cercanas, primero y a las más alejadas, después.

Los movimientos ondulatorios son longitudinales cuando las partículas del medio material vibran de manera paralela a la dirección de propagación de la onda, y serán transversales si las partículas del medio material vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda. Las ondas también se clasifican según la forma como se propaguen, ya sea en una, dos o tres dimensiones. Las principales características de las ondas son su longitud, frecuencia, período, nodo, elongación, amplitud y velocidad de propagación.

1 ONDAS LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES

De acuerdo con la dirección en la que una onda hace vibrar a las partículas del medio material, los movimientos ondulatorios se clasifican en: longitudinales y transversales.

Ondas longitudinales

Se presentan cuando las partículas del medio material vibran paralelamente a la dirección de propagación de la onda. Tal es el caso de las ondas producidas en un resorte, como el de la figura 10.1, el cual se comporta como un oscilador armónico cuando se tira del cuerpo suspendido en su parte inferior y comienza a oscilar de abajo hacia arriba, produciendo ondas longitudinales.

Al tirar del cuerpo hacia abajo, el resorte se estira y al soltarlo, las fuerzas de restitución del resorte tratan de recuperar su posición de equilibrio; pero al pasar por ella, debido a la velocidad que lleva, sigue su movimiento por inercia comprimiendo al resorte. Por consiguiente, vuelven a actuar las fuerzas de restitución ahora hacia abajo y nuevamente

el cuerpo pasa por su posición de equilibrio, sin embargo, por la inercia no se detiene, se estira de nuevo y otra vez actúan las fuerzas de restitución que lo jalan hacia arriba. Estos movimientos de abajo hacia arriba se repiten sucesivamente y el resorte se comporta como un oscilador armónico, generador de ondas longitudinales, pues las partículas de aire que se encuentran alrededor del resorte vibrarán en la misma dirección en la cual se propagan las ondas.

Otro ejemplo de ondas longitudinales son las que se producen en la propagación del sonido, del cual hablaremos más adelante.

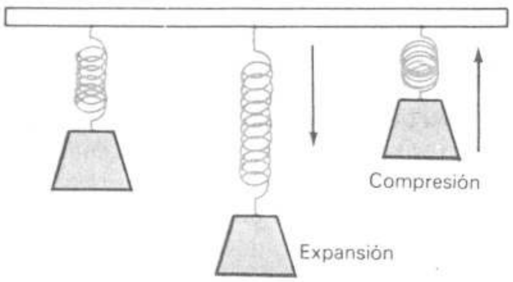


Fig. 10.1 Las ondas de expansión y compresión producidas a lo largo del resorte, al comportarse como un oscilador armónico, hacen que las partículas vibren hacia abajo y hacia arriba en la misma dirección en la cual se propaga la onda.

Ondas transversales

Se presentan cuando las partículas del medio material vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda

Estas se producen, por ejemplo, cuando se arroja una piedra en un estanque; al entrar en el agua, expulsa el líquido en todas direcciones, por tanto unas moléculas empujan a otras, formándose prominencias y depresiones circulares alrededor de la piedra. Como las moléculas de agua vibran hacia arriba y hacia abajo, en forma perpendicular a la dirección en la que se propaga la onda, ésta recibe el nombre de transversal (figura 10.2).

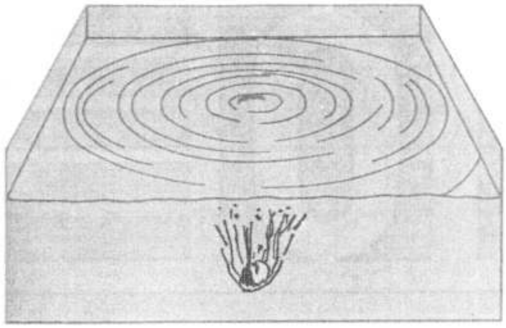


Fig. 10.2 Al arrojar una piedra en un estanque se forman ondas transversales. Cada onda está constituida por una prominencia o cresta y una depresión o valle.

Al mover hacia arriba y hacia abajo una cuerda o un resorte, fijos en uno de sus extremos, también se generarán ondas transversales que se propagan de un extremo a otro (figura 10.3).

En las ondas mecánicas la que se desplaza o avanza es la onda y no las partículas del medio, pues éstas únicamente vibran transmitiendo la onda, pero conservan sus posiciones alrededor de puntos más o menos fijos. Esto puede comprobarse fácilmente si se colocan barquitos de papel en un estanque y a una distancia prudente de ellos se arroja una piedra; se observará que los barquitos ascienden y descienden por la propagación de la onda, pero no cambian de lugar.

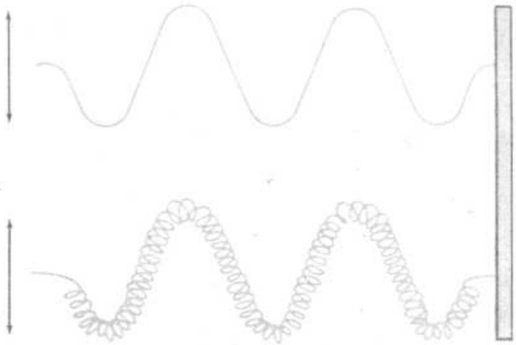


Fig. 10.3 Tren de ondas transversales en una cuerda y en un resorte.

En general, las ondas mecánicas transmiten la energía por medio de la materia, debido a las perturbaciones ocasionadas en ella, pero sin que implique un desplazamiento total de la materia

2 TREN DE ONDAS, FRENTE DE ONDA Y RAYO O VECTOR DE PROPAGACION

Tren de ondas

Si a una cuerda tensa y sujeta por uno de sus extremos se le da un impulso moviéndola hacia arriba, se produce una onda que avanza por las partículas de la cuerda, éstas se moverán al llegarles el impulso y recobrarán su posición de reposo cuando la onda pase por ellas. Si la cuerda se sigue moviendo hacia arriba y hacia abajo, producirá un tren de ondas periódico si el movimiento también lo es (figura 10.3).

Frente de onda

Al dejar caer una piedra en un estanque, como ya mencionamos, se forman ondas transversales; cada onda tiene una cresta y un valle. Si los círculos de la figura 10.4 representan todos los puntos de una onda que experimentan la misma fase, ya sea una cresta o un valle, al propagarse la onda los círculos se desplazarán generando otros de mayor tamaño. Cada círculo representa un frente de onda formado por todos los puntos de la onda con la misma fase, por eso puede decirse que cada punto de un frente de onda es un nuevo generador de ondas

A partir del centro emisor de las ondas, es decir, del lugar donde cayó la piedra, los diferentes frentes de una onda avanzan al mismo tiempo y con velocidad constante

Rayo o vector de propagación

Es la línea que señala la dirección en que avanza cualquiera de los puntos de un frente de onda. Cuando el medio en que se propaga la onda es homogéneo, la dirección de los rayos siempre es perpendicular o normal al frente de onda (figura 10.4).

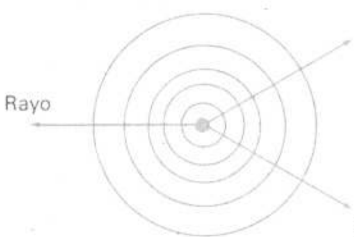


Fig. 10.4 Cada círculo representa un frente de onda formado por todos los puntos que se encuentran en la misma fase del movimiento, ya sea una cresta o un valle. El rayo señala la dirección de cualquiera de los puntos de un frente de onda.

3 ONDAS LINEALES, SUPERFICIALES Y TRIDIMENSIONALES

Las ondas también se clasifican según la forma en que se propaguen, ya sea en una dimensión (unidimensionales), en dos (bidimensionales), o en tres (tridimensionales)

Ondas lineales

Son las que se propagan en una sola dimensión o rayo. Tal es el caso de las ondas producidas en una cuerda o un resorte. En la figura 10.5 se ejemplifican ondas lineales, tanto transversales como longitudinales, que avanzan en una sola dimensión.

Ondas superficiales

Son las que se difunden en dos dimensiones, mo las ondas producidas en una lámina metálica o en la superficie de un líquido como sucede cuando una piedra cae en un estanque. En éstas los frentes de onda son circunferencias concéntricas al foco

o centro emisor, las cuales aumentan de tamaño conforme se alejan de él.

Ondas tridimensionales

Son las que se propagan en todas direcciones, como el sonido. Los frentes de una onda sonora son esféricos y los rayos salen en todas direcciones a partir del centro emisor. La luz y el calor también se propagan tridimensionalmente.

4 CARACTERISTICAS DE LAS ONDAS

Para referirnos a las características de las ondas, nos basaremos en las ondas transversales (figura 10.6), la diferencia será que para las ondas longitudinales en lugar de crestas se tienen compresiones y en lugar de valles, expansiones.

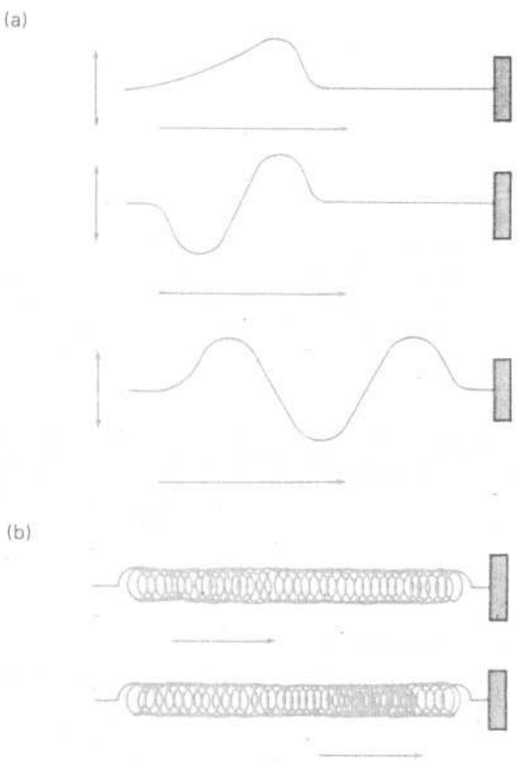


Fig. 10.5

a) Ondas lineales producidas en una cuerda que se mueve de abajo hacia arriba, por tanto, el movimiento ondulatorio es transversal y se propaga en una sola dimensión o rayo; en este caso, a la derecha.

b) Ondas lineales producidas al comprimir un resorte, el movimiento ondulatorio es longitudinal y se propaga en una sola dimensión.

Longitud de onda

Es la distancia entre dos frentes de onda que están en la misma fase. Por ejemplo, la distancia entre dos crestas o dos valles consecutivos. La longitud de onda se representa por la letra griega λ (lambda) y se mide en m/ciclo

Frecuencia

Es el número de ondas emitidas por el centro emisor en un segundo. Se mide en ciclos/s, esto es, en hertz (Hz)

1 hertz = 1 ciclo/s

Período

Es el tiempo que tarda en realizarse un ciclo de la onda. Como puede notarse, el periodo es igual al inverso de la frecuencia y la frecuencia es igual al inverso del periodo, por consiguiente:

$$T = \frac{1}{F} \quad \text{y} \quad F = \frac{1}{T}$$

donde: T = período en s/ciclo
F = frecuencia en ciclos/s = hertz (Hz)

Nodo

Es el punto donde la onda cruza la linea de equilibrio

Elongación

Es la distancia entre cualquier punto de una onda y su posición de equilibrio

Amplitud de onda

Es la máxima elongación o alejamiento de su posición de equilibrio que alcanzan las partículas vibrantes.

Velocidad de propagación

Es aquella con la cual se propaga un pulso a través de un medio. En otras palabras, es la velocidad con que se desplazan los frentes de una onda en la dirección del rayo.

La velocidad con la que se propaga una onda está en función de la elasticidad y de la densidad del medio; mientras éste es más elástico y menos denso, la velocidad de propagación será mayor. En general, dicha velocidad en un medio específico siempre es del mismo valor y puede calcularse con la expresión:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

donde: v = velocidad de propagación en m/s
λ = longitud de onda en m/ciclo
T = período en s/ciclo

como $T = \frac{1}{F}$

$$v = \lambda F$$

La velocidad de propagación es igual al producto de la frecuencia por la longitud de onda. El valor de la velocidad de propagación es constante para cada medio, lo cual significa que para una onda de mayor frecuencia, el valor de longitud debe disminuir, de tal forma que el producto λF sea el mismo y viceversa.

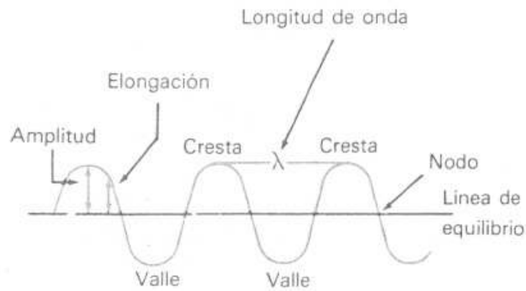


Fig. 10.6 Características de las ondas.

5 REFLEXION DE LAS ONDAS

La reflexión de las ondas se presenta cuando éstas encuentran un obstáculo que les impide propagarse, chocan y cambian de sentido sin modificar sus demás características En la figura 10.7 vemos cómo se refleja una onda lineal producida en un resorte fijo por uno de sus extremos.

Una onda producida en un estanque también se refleja al chocar. El ángulo de reflexión de la onda es igual al ángulo de choque

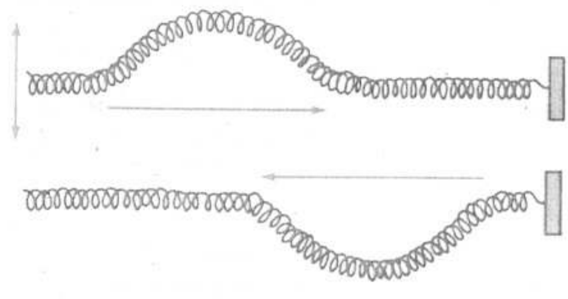


Fig. 10.7 Reflexión. Al chocar una onda lineal se refleja con una elongación contraria.

6 PRINCIPIO DE SUPERPOSICION DE LAS ONDAS

Experimentalmente se ha comprobado que al producirse dos o más trenes de onda al mismo tiempo, en medios elásticos que conservan una proporcionalidad entre la deformación y la fuerza restaura-

dora, cada onda se propaga en forma independiente. Por tanto, la superposición es el desplazamiento que experimenta una partícula vibrante, equivalente a la suma vectorial de los desplazamientos que cada onda le produce. Una aplicación útil de este principio se presenta cuando desea estudiarse un movimiento ondulatorio formado por muchos trenes de onda para lo cual se descompone en cada uno de sus trenes constituyentes.

7 INTERFERENCIA DE ONDAS

La interferencia se produce cuando se superponen simultáneamente dos o más trenes de onda; este fenómeno se emplea para comprobar si un movimiento es ondulatorio o no.

Interferencia constructiva

La interferencia constructiva se presenta al superponerse dos movimientos ondulatorios de la misma frecuencia y longitud de onda, que llevan el mismo sentido. Las dos ondas superpuestas se representan por medio de líneas punteadas en la figura 10.8.

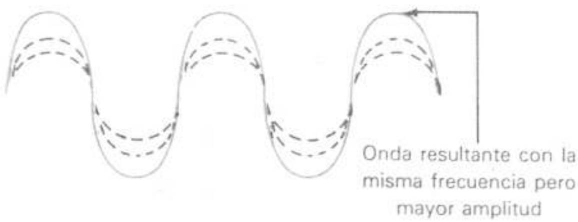


Fig. 10.8 Interferencia constructiva de dos ondas con la misma frecuencia y longitud, representadas por las líneas punteadas, cuya onda resultante es de mayor amplitud.

Al encontrarse las crestas y sumar sus amplitudes se obtiene una cresta mayor y al sumar las amplitudes negativas, en las cuales se encuentran los valles, se obtiene un valle mayor. Por eso la onda resultante (línea continua) tiene mayor amplitud, pero conserva la misma frecuencia.

Interferencia destructiva

La interferencia destructiva se manifiesta cuando se superponen dos movimientos ondulatorios con una diferencia de fase. Por ejemplo, al superponerse una cresta y un valle de diferente amplitud con una diferencia de fase igual a media longitud de onda, la onda resultante tendrá menor amplitud, ver figura 10.9(a). Pero si se superponen dos ondas de la misma amplitud con una diferencia de fase equivalente a media longitud de onda, 180°, la suma vectorial de sus amplitudes contrarias será igual a cero, por consiguiente, la onda resultante tendrá una amplitud nula. Esto sucede cuando la cresta de una onda coincide con el valle de la otra y ambas son de la misma amplitud, como se aprecia en la figura 10.9(b).

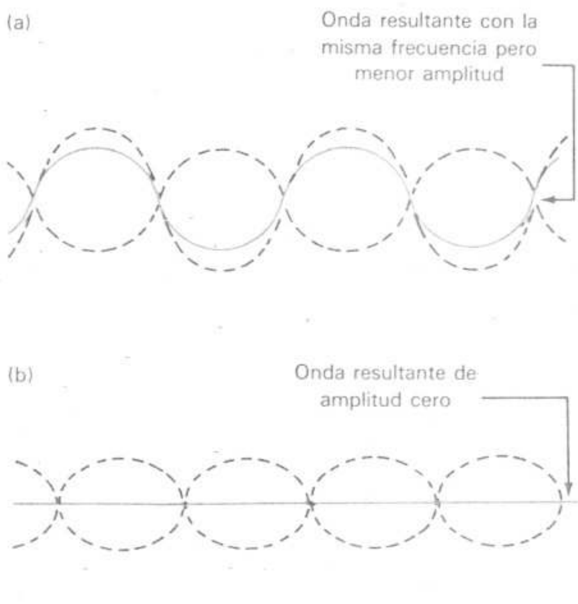


Fig. 10.9
a) Interferencia destructiva de dos ondas con diferente amplitud y diferencia de fase de 180°.
b) Interferencia destructiva de dos ondas con la misma amplitud y diferencia de fase de 180°.

Elongación

Es la distancia entre cualquier punto de una onda y su posición de equilibrio

Amplitud de onda

Es la máxima elongación o alejamiento de su posición de equilibrio que alcanzan las partículas vibrantes.

Velocidad de propagación

Es aquella con la cual se propaga un pulso a través de un medio. En otras palabras, es la velocidad con que se desplazan los frentes de una onda en la dirección del rayo.

La velocidad con la que se propaga una onda está en función de la elasticidad y de la densidad del medio; mientras éste es más elástico y menos denso, la velocidad de propagación será mayor. En general, dicha velocidad en un medio específico siempre es del mismo valor y puede calcularse con la expresión:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

donde: v = velocidad de propagación en m/s
λ = longitud de onda en m/ciclo
T = período en s/ciclo

como $T = \frac{1}{F}$

$$v = \lambda F$$

La velocidad de propagación es igual al producto de la frecuencia por la longitud de onda. El valor de la velocidad de propagación es constante para cada medio, lo cual significa que para una onda de mayor frecuencia, el valor de longitud debe disminuir, de tal forma que el producto λF sea el mismo y viceversa.

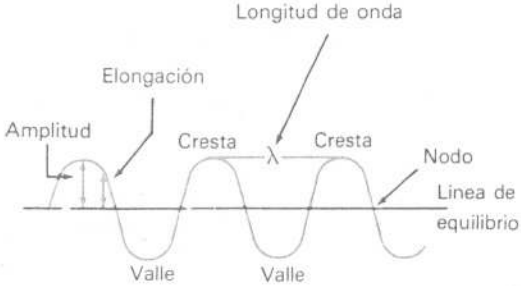


Fig. 10.6 Características de las ondas.

5 REFLEXION DE LAS ONDAS

La reflexión de las ondas se presenta cuando éstas encuentran un obstáculo que les impide propagarse, chocan y cambian de sentido sin modificar sus demás características En la figura 10.7 vemos cómo se refleja una onda lineal producida en un resorte fijo por uno de sus extremos.

Una onda producida en un estanque también se refleja al chocar. El ángulo de reflexión de la onda es igual al ángulo de choque

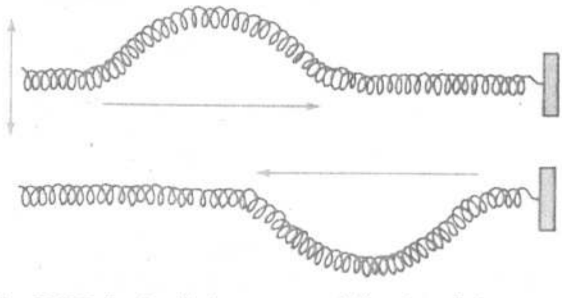


Fig. 10.7 Reflexión. Al chocar una onda lineal se refleja con una elongación contraria.

6 PRINCIPIO DE SUPERPOSICION DE LAS ONDAS

Experimentalmente se ha comprobado que al producirse dos o más trenes de onda al mismo tiempo, en medios elásticos que conservan una proporcionalidad entre la deformación y la fuerza restaura-

8 ONDAS ESTACIONARIAS

Las ondas estacionarias se producen cuando interfieren dos movimientos ondulatorios de la misma frecuencia y amplitud que se propagan en diferente sentido a lo largo de una línea con una diferencia de fase de media longitud de onda. En la figura 10.10, una cuerda sujeta por sus extremos, vibra transmitiendo un movimiento ondulatorio transversal, que avanza a lo largo de la cuerda hasta reflejarse al llegar a uno de los extremos fijos; la interferencia entre las ondas que inciden y las que se reflejan produce las ondas estacionarias. Los puntos de la onda en los cuales la amplitud es nula reciben el nombre de nodos y los que vibran con la misma elongación, antinodos o vientres

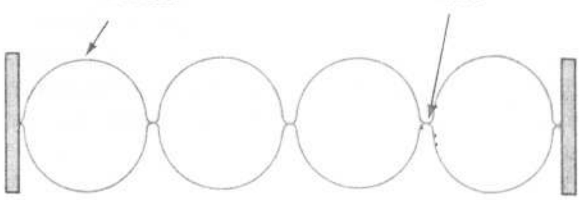


Fig. 10.10 Ondas estacionarias producidas en una cuerda.

9 REFRACCION DE LAS ONDAS

La refracción de ondas se presenta cuando éstas pasan de un medio a otro de distinta densidad, o bien, cuando el medio es el mismo pero se encuentra en condiciones diferentes, por ejemplo, el agua a distintas profundidades. Ello origina que las ondas cambien su velocidad de propagación y su longitud de onda, conservando constante su frecuencia.

Mediante un experimento sencillo puede demostrarse que la velocidad de propagación de una onda en el agua es mayor a medida que aumenta la profundidad: en un extremo de una tina con agua, sumerja un ladrillo, de tal forma que el agua en esa parte sea menos profunda; produzca un tren de ondas en el extremo profundo, mediante pulsos regulares que se obtienen al introducir y sacar un clavo con movimientos constantes. Observará que cuando las ondas pasan a la parte menos profunda, la longitud de onda, o sea, la distancia entre una cresta y otra o entre dos valles, es de menor magnitud. Como las ondas en la parte menos profunda se obtuvieron por el avance de las ondas generadas en la parte más profunda, la frecuencia en ambas regiones es la misma y ya que la longitud de onda ha disminuido en la parte menos profunda, la velocidad de propagación también será menor; pues, como ya vimos, su valor se calcula con la expresión: $v = \lambda f$.

10 DIFRACCION DE LAS ONDAS

Cuando una onda encuentra un obstáculo en su camino y lo rodea o lo contornea se produce la difracción de ondas. Este fenómeno es más notorio a medida que son mayores las longitudes de onda, y si el tamaño de la abertura por la que atravesará la onda es menor; en la figura 10.11 las ondas generadas en el agua inciden en la abertura.

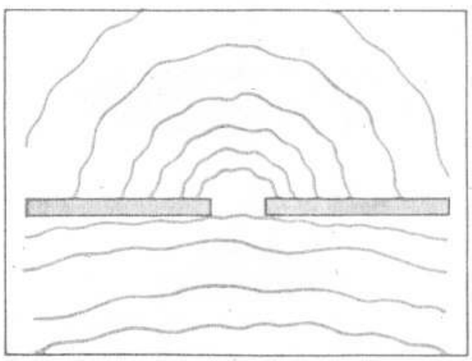


Fig. 10.11 Fenómeno de difracción en el cual la parte del frente de onda que atraviesa la pequeña abertura se convierte en un nuevo emisor de ondas. La longitud de onda es la misma en ambos lados de la abertura.

11 ONDAS SONORAS

Como ya mencionamos, las ondas sonoras son ondas mecánicas longitudinales (figura 10.12). El sonido se produce cuando un cuerpo es capaz de vibrar a una frecuencia comprendida entre unos 16 ciclos/s y unos 20 000 ciclos/s, gama denominada de frecuencias del espectro audible. Cuando la frecuencia de una onda es inferior al límite audible se dice que es infrasónica y si es mayor, es ultrasónica.

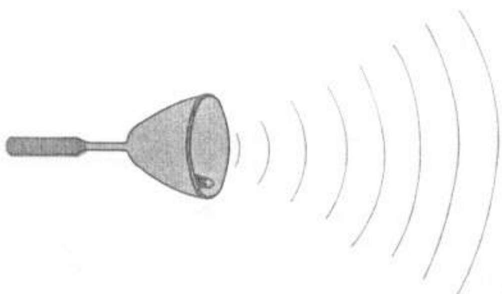


Fig. 10.12 El sonido se produce cuando un cuerpo vibra. Se propaga por medio de ondas mecánicas longitudinales, ya que las partículas vibran en la dirección de propagación de la onda.

El sonido se transmite en todas direcciones en forma de ondas a través de los medios elásticos. Cuando percibimos un sonido, generalmente el medio elástico que lo transmite es el aire. Un sonido, por intenso que sea, no se propaga en el vacío (figura 10.13).

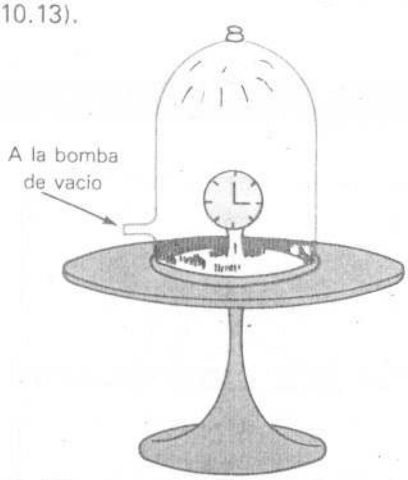


Fig. 10.13 Al funcionar la alarma del reloj que está dentro de la campana, sólo se oye mientras existe aire, pero al extraerlo el sonido ya no se propaga en el vacío.

Velocidad de propagación del sonido

La velocidad con la que se propaga un sonido depende del medio elástico y de su temperatura. La siguiente tabla muestra algunos de estos valores, obsérvese que la velocidad es mayor en los sólidos que en los líquidos y gases.

Cuadro 10.1 VELOCIDAD DEL SONIDO

Medio elástico	Velocidad m/s	Temperatura °K
Aire	331.4	273
Aire	340	288
Agua	1435	281
Oxígeno	317	273
Hierro	5130	293
Aluminio	5100	293
Vidrio	4500	293

Fenómenos acústicos: reflexión, eco, resonancia y reverberación

La acústica es la parte de la Física que se encarga del estudio de los sonidos. Los fenómenos acústicos, consecuencia de algunos efectos auditivos provocados por el sonido son:

Reflexión

Este fenómeno se produce cuando las ondas sonoras se reflejan al chocar con una pared dura. Si el vector de propagación sonoro incide perpendicularmente a una superficie, se refleja en sentido contrario; pero si incide en forma oblicua, los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales.

Eco

Se origina por la repetición de un sonido reflejado. Este se escucha claramente en salones amplios en donde la pared se encuentra a unos 17 metros como mínimo de distancia del oyente, ya que para oír separadamente el sonido original y el reflejado

se requieren 0.1 segundos, tiempo necesario para que el oído distinga dos sonidos distintos. Así, en 0.1 segundos el sonido recorrerá 34 m (17 m de ida y 17 m de regreso), si consideramos una velocidad de propagación del sonido en el aire de 340 m/s. Una aplicación del eco se tiene al medir la profundidad del mar, usando un aparato llamado sonar

Resonancia

Se presenta cuando la vibración de un cuerpo hace vibrar a otro con la misma frecuencia. Este fenómeno se aplica en las llamadas cajas de resonancia que tienen algunos instrumentos musicales para aumentar la intensidad del sonido original.

Reverberación

Dicho fenómeno se produce si después de escucharse un sonido original, éste persiste dentro de un local como consecuencia del eco. En una sala amplia una reverberación excesiva ocasiona que no se escuchen claramente los sonidos producidos por instrumentos musicales, o la voz de las personas. La reverberación se reduce con el empleo de cortinas, o bien, recubriendo las paredes con materiales que absorben el sonido, como el corcho.

Cualidades del sonido: intensidad, tono y timbre

Intensidad

Esta cualidad determina si un sonido es fuerte o débil. La intensidad de un sonido depende de la amplitud de la onda, ya que a medida que ésta aumenta, la intensidad también aumenta; de la distancia existente entre la fuente sonora y el oyente, pues a mayor distancia, menor intensidad, y finalmente, la intensidad es mayor si la superficie que vibra también lo es.

La intensidad de un sonido expresa la cantidad de energía acústica que en un segundo pasa a través de una superficie de un centímetro cuadrado, perpendicular a la dirección en la cual se propaga la onda. Las unidades de intensidad sonora (Is) son:

$$Is = \frac{\text{joules/s}}{1\ \text{cm}^2} = \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2}$$

El oído humano sólo percibe sonidos débiles cuya intensidad sea de 1×10^{-16} watt/cm^2, valor considerado como el nivel cero de la intensidad sonora. La máxima intensidad audible equivale a 1×10^{-4} watt/cm^2, nivel denominado umbral de dolor.

El intervalo de intensidades que el oído humano es capaz de percibir es muy grande, por eso se creó una escala logarítmica para medirlas, usando como unidades el bel (B) y el decibel (dB). Dicha escala se fundamenta en la comparación de distintos sonidos, de tal forma que si la intensidad I de un sonido es 10 veces mayor a la intensidad I' de otro, se dice que la relación entre sus intensidades es de un bel. De donde:

$$B = \log \frac{I}{I'}$$

donde: B = relación entre las intensidades en bel (B)

I = intensidad de un sonido en watt/cm^2
I' = intensidad del otro sonido en watt/cm^2

Como el bel es una unidad muy grande se usa el decibel equivalente a la décima parte del bel.

$$1\ \text{dB} = 0.1\ \text{B}$$

El intervalo de intensidades audibles por el hombre queda comprendido en un rango de 0 a 120 dB. El cuadro 10.2 indica una serie de valores para los niveles de intensidad de diferentes sonidos medidos en decibeles (dB).

Tono

Esta cualidad del sonido depende de la frecuencia con la que vibra el cuerpo emisor del sonido. A mayor frecuencia, el sonido es más alto o agudo, a menor frecuencia, el sonido es más bajo o grave

Cuadro 10.2 NIVELES DE INTENSIDAD DEL SONIDO EN DECIBELES

Sonido	Nivel de intensidad en dB
Umbral de audición	0
Murmullo	20
Conversación común	60
Calle con tránsito	85
Sirena de ambulancia	110
Umbral del dolor	120

Timbre

Cualidad que permite identificar la fuente sonora, aunque distintos instrumentos produzcan sonidos con el mismo tono e intensidad. Lo anterior es posible, pues el tono fundamental siempre va acompañado de tonos armónicos llamados sobretonos, éstos le dan el timbre característico a un instrumento musical o a la voz. Por eso, podemos identificar las voces de personas conocidas, así como los instrumentos que producen un sonido.

Efecto Doppler

El efecto Doppler consiste en un cambio aparente en la frecuencia de un sonido, durante el movimiento relativo entre el observador y la fuente sonora.

Este fenómeno se aprecia claramente al escuchar la sirena de una ambulancia, pues notamos que el tono se hace agudo a medida que se aproxima y después se hace grave al alejarse. Cuando la fuente sonora se acerca al observador, las ondas que emite tienden a alcanzar a las que se desplazan delante de ellas, reduciendo la longitud de onda, o distancia entre cresta y cresta, lo cual provoca un aumento en la frecuencia del sonido; por esta razón se escucha un sonido agudo. Al alejarse, la distancia entre crestas aumenta y origina una disminución en la frecuencia; debido a ello se escucha un sonido grave.

Sucede un efecto similar si la fuente sonora permanece fija y el observador es quien se acerca; éste percibe una frecuencia mayor porque le llegan más ondas sonoras por unidad de tiempo, reduciéndose la longitud de onda. Cuando el observador se aleja ocurre el efecto contrario.

Para calcular la frecuencia aparente de un sonido que escucha un observador, tenemos las siguientes situaciones:

a) Cuando la fuente sonora está en movimiento y el observador se encuentra en reposo, se usa la expresión:

$$F' = \frac{FV}{V \pm v}$$

donde: F' = frecuencia aparente escuchada por el observador en ciclos/s

F = frecuencia real del sonido emitido por la fuente sonora en ciclos/s

V = velocidad a la que se propaga el sonido en el aire en m/s

v = velocidad a la que se mueve la fuente sonora en m/s

El signo menos de la expresión se utiliza si la fuente sonora se acerca al observador y el signo más, cuando se aleja de él.

b) Si la fuente sonora permanece en reposo y el observador es quien se acerca o aleja de ella, se usa la expresión:

$$F' = \frac{F\,(V \pm v)}{V}$$

El signo más de la expresión se utiliza si el observador se acerca a la fuente sonora y el signo menos, cuando se aleja de ella.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE ONDAS MECANICAS

1. Calcular la velocidad con la que se propaga una onda longitudinal cuya frecuencia es de 120 ciclos/s y su longitud de onda es de 10 m/ciclo.

Datos

$v = ?$

$F = 120$ ciclos/s

$\lambda = 10$ m/ciclo

Fórmula

$v = \lambda F$

Sustitución y resultado

$v = 10\ \text{m/ciclo} \times 120\ \text{ciclos/s} = 1200\ \text{m/s}$

2. Una lancha sube y baja por el paso de las olas cada 3.2 segundos, entre cresta y cresta hay una distancia de 24.5 m. ¿Cuál es la velocidad con que se mueven las olas?

Datos

$T = 3.2\ \text{s/ciclo}$
$\lambda = 24.5\ \text{m/ciclo}$
$v = ?$

Fórmulas

$$F = \frac{1}{T}$$
$$v = \lambda F$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{1}{3.2\ \text{s/ciclo}} = 0.31\ \text{ciclo/s}$$

$$v = 24.5\ \text{m/ciclo} \times 0.31\ \text{ciclo/s} = 7.6\ \text{m/s}$$

3. La cresta de una onda producida en la superficie libre de un líquido avanza 0.4 m/s. Si tiene una longitud de onda de 6×10^{-3} m/ciclo, calcular su frecuencia.

Datos

$v = 0.4\ \text{m/s}$
$\lambda = 6 \times 10^{-3}\ \text{m/ciclo}$
$F = ?$

Fórmula

$$v = \lambda F \therefore F = \frac{v}{\lambda}$$

Sustitución y resultado

$$F = \frac{0.4\ \text{m/s}}{6 \times 10^{-3}\ \text{m/ciclo}} = 0.066 \times 10^{3}\ \text{ciclo/s}$$

4. Por una cuerda tensa se propagan ondas con una frecuencia de 200 hertz y una velocidad de propagación igual a 130 m/s. ¿Cuál es su longitud de onda?

Datos

$F = 200\ \text{Hz}$
$v = 130\ \text{m/s}$
$\lambda = ?$

Fórmula

$$v = \lambda F \therefore \lambda = \frac{v}{F}$$

Sustitución y resultado

$$\lambda = \frac{130\ \text{m/s}}{200\ \text{ciclos/s}} = 0.65\ \text{m/ciclo}$$

5. Calcular la frecuencia y el periodo de las ondas producidas en una cuerda de guitarra, si tienen una velocidad de propagación de 140 m/s y su longitud de onda es de 0.3 m/ciclo.

Datos

$F = ?$
$T = ?$
$v = 140\ \text{m/s}$
$\lambda = 0.3\ \text{m/ciclo}$

Fórmulas

$$v = \lambda F \therefore F = \frac{v}{\lambda}$$

$$T = \frac{1}{F}$$

Sustitución y resultados

$$F = \frac{140\ \text{m/s}}{0.3\ \text{m/ciclo}} = 466.66\ \text{ciclos/s}$$

$$T = \frac{1}{466.66\ \text{ciclo/s}} = 0.002\ \text{s/ciclo}$$

6. Un barco provisto de sonar emite una señal ultrasónica para determinar la profundidad del mar en un punto. Si la señal tarda 1.2 segundos en regresar al barco, a una velocidad de propagación de 1450 m/s, ¿cuál es la profundidad del mar en ese lugar?

Datos

$t = 1.2$ s
$v = 1450$ m/s
$d = ?$

Fórmula

$$v = \frac{d}{t} \therefore d = vt$$

Sustitución y resultado

$$d = 1450 \text{ m/s} \times 1.2 \text{ s} = 1740 \text{ m}$$

La señal recorre una distancia de 1740 m en ir y regresar al barco, entonces la profundidad del mar es igual a la mitad de esa distancia, esto es 870 m.

7. Calcular las longitudes de onda de dos sonidos cuyas frecuencias son 250 Hz y 2400 Hz si:
   a) Se propagan en el aire a una velocidad de 340 m/s.
   b) Se propagan en el agua a una velocidad de 1435 m/s.

Datos

$F_1 = 250$ Hz
$F_2 = 2400$ Hz
a) $v = 340$ m/s
$\lambda_1 = ?$
$\lambda_2 = ?$
b) $v = 1435$ m/s
$\lambda_1 = ?$
$\lambda_2 = ?$

Fórmula

$$v = \lambda F \therefore \lambda = \frac{v}{F}$$

Sustitución y resultados

$$\text{a) } \lambda_1 = \frac{340 \text{ m/s}}{250 \text{ ciclos/s}} = 1.36 \text{ m/ciclo}$$

$$\lambda_2 = \frac{340 \text{ m/s}}{2400 \text{ ciclos/s}} = 0.14 \text{ m/ciclo}$$

$$\text{b) } \lambda_1 = \frac{1435 \text{ m/s}}{250 \text{ ciclos/s}} = 5.74 \text{ m/ciclo}$$

$$\lambda_2 = \frac{1435 \text{ m/s}}{2400 \text{ ciclos/s}} = 0.59 \text{ m/ciclo}$$

8. En una varilla de hierro se genera una onda compresiva con una frecuencia de 320 Hz; la onda después pasa de la varilla al aire. La velocidad de propagación de la onda es de 5130 m/s en el hierro y de 340 m/s en el aire. Calcular la longitud de onda en el hierro y en el aire.

Datos

$F = 320$ Hz
$v_{Fe} = 5130$ m/s
$v_{aire} = 340$ m/s
$\lambda_{Fe} = ?$
$\lambda_{aire} = ?$

Fórmula

$$v = \lambda F \therefore \lambda = \frac{v}{F}$$

Sustitución y resultados

$$\lambda_{Fe} = \frac{5130 \text{ m/s}}{320 \text{ ciclos/s}} = 16.03 \text{ m/ciclo}$$

$$\lambda_{aire} = \frac{340 \text{ m/s}}{320 \text{ ciclos/s}} = 1.06 \text{ m/ciclo}$$

9. Se percibe el resplandor de un rayo y 5 segundos después se escucha el ruido del trueno, calcular a qué distancia del observador cayó el rayo. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

Datos

$t = 5$ s
$v = 340$ m/s
$d = ?$

Fórmula

$$v = \frac{d}{t} \therefore d = vt$$

Sustitución y resultado

$d = 340 \text{ m/s} \times 5 \text{ s} = 1700 \text{ m}$

10. Una ambulancia lleva una velocidad de 70 km/h y su sirena suena con una frecuencia de 830 Hz. Qué frecuencia aparente escucha un observador que está parado, cuando:
   a) La ambulancia se acerca a él.
   b) La ambulancia se aleja de él. Considere la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s.

Datos

$v = 70 \text{ km/h}$
$F = 830 \text{ Hz}$
$F' = ?$
$V = 340 \text{ m/s}$

Fórmula

$$F' = \frac{FV}{V \pm v}$$

Conversión de unidades

$$70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 19.44 \text{ m/s}$$

Sustitución y resultados

a) $F' = \dfrac{830 \text{ ciclos/s} \times 340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 19.44 \text{ m/s}}$
$= 880.33 \text{ Hz}$

b) $F' = \dfrac{830 \text{ ciclos/s} \times 340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 19.44 \text{ m/s}}$
$= 785.11 \text{ Hz}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar la frecuencia de las ondas que se transmiten por una cuerda tensa, cuya velocidad de propagación es de 200 m/s y su longitud de onda es de 0.7 m/ciclo.

   Respuesta:

   $F = 285.71 \text{ Hz}$

2. ¿Cuál es la velocidad con que se propaga una onda longitudinal en un resorte, cuando su frecuencia es de 180 Hz y su longitud de onda es de 0.8 m/ciclo?

   Respuesta:

   $v = 144 \text{ m/s}$

3. Se produce un tren de ondas en una cuba de ondas, entre cresta y cresta hay una distancia de 0.03 m, con una frecuencia de 90 Hz. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas?

   Respuesta:

   $v = 2.7 \text{ m/s}$

4. En una cuerda tensa se producen ondas con una frecuencia de 240 Hz, a una velocidad de propagación de 150 m/s. ¿Qué longitud de onda tienen?

   Respuesta:

   $\lambda = 0.625 \text{ m/ciclo}$

5. Determinar cuál es la frecuencia y el período de las ondas producidas en una cuerda de violín si la velocidad de propagación es de 220 m/s y su longitud de onda es de 0.2 m/ciclo.

   Respuestas:

   $F = 1100 \text{ Hz}$
   $T = 0.0009 \text{ s}$

6. Una fuente sonora produce un sonido con una frecuencia de 750 Hz, calcular su longitud de onda en:

   a) El aire.
   b) El agua.

   Considere la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s y en el agua de 1435 m/s.

Respuestas:

a) λ_{aire} = 0.453 m/ciclo
b) λ_{agua} = 1.913 m/ciclo

7. Un submarino emite una señal ultrasónica detectando un obstáculo en su camino; la señal tarda 2 segundos en ir y regresar al submarino. ¿A qué distancia se encuentra el obstáculo? Considere la velocidad del sonido en el agua igual a 1435 m/s.

Respuesta:

d = 1435 m

8. Un cañón dispara un proyectil y 3.5 segundos después de ser expulsado se escucha el ruido de la explosión. ¿A qué distancia del cañón se encuentra el observador? Considere la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s.

Respuesta:

d = 1190 m

9. En una varilla de aluminio se produce una onda compresiva con una frecuencia de 450 Hz, misma que es transmitida del aluminio a un tanque lleno con agua. Calcular la longitud de onda en la varilla y en el agua, su velocidad de propagación es de 5100 m/s en el aluminio y de 1435 m/s en el agua.

Respuestas:

λ_{Al} = 11.33 m/ciclo
λ_{H_2O} = 3.18 m/ciclo

10. Una patrulla de caminos se mueve a una velocidad de 110 km/h, haciendo sonar su sirena con una frecuencia de 900 Hz. Encontrar la frecuencia aparente escuchada por un observador en reposo cuando:
a) La patrulla se acerca a él.
b) La patrulla se aleja de él.

Considere la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s.

Respuestas:

a) F' = 1076.75 Hz
b) F' = 899.20 Hz

11. Un automovilista que viaja a una velocidad de 80 km/h escucha el silbato de una fábrica cuya frecuencia es de 1100 Hz. Calcular la frecuencia aparente escuchada por el automovilista cuando:

a) Se acerca a la fuente.
b) Se aleja de la fuente.

Considere la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s.

Respuestas:

a) F' = 1171.88 Hz
b) F' = 1028.11 Hz

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 15

ONDAS SUPERFICIALES

Objetivo: Observar las características de las ondas producidas en la superficie de un líquido.

Consideraciones teóricas

Las ondas mecánicas son aquellas ocasionadas por una perturbación y que para su propagación en forma de oscilaciones periódicas requieren de un medio material. Tal es el caso de las ondas producidas en un

resorte, una cuerda, en el agua, o en algún medio por el sonido. Las ondas pueden ser longitudinales si las partículas del medio material vibran paralelamente a la dirección de propagación de la onda; como las ondas producidas en un resorte. Son transversales si las partículas del medio material vibran en forma perpendicular a la dirección de propagación de la onda; ejemplo de éstas son las ondas que se difunden en un estanque al arrojar un piedra. Las ondas también se clasifican en lineales si se propagan en una sola dimensión, tal es el caso de un resorte; superficiales si se propagan en dos dimensiones, como sucede en la superficie de un líquido cuando una piedra cae en un estanque; tridimensionales si se propagan en todas direcciones, el sonido, por ejemplo.

Material empleado

Un tanque de ondas con fuente luminosa, una cartulina blanca o papel blanco, una cubeta grande con agua, una regla de plástico de 30 cm, dos lápices con punta, un transportador, dos bloques de madera, una piedra pequeña, un cuaderno y un pedazo de manguera semicircular.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Frente de onda. Llene una cubeta con agua y deje caer una piedra pequeña en su centro. Observe las ondas que se forman.
   Nota: Repita la actividad experimental cuantas veces sea necesario, para observar con claridad las ondas que se forman.
2. Reflexión de las ondas. Instale un tanque de ondas como el de la figura 10.14, el cual consta de un recipiente con fondo de vidrio y una lámpara en la parte superior para que la sombra de las ondas se vea en el papel blanco colocado debajo del tanque. La lámpara también puede colocarse en la parte inferior, a fin de observar las ondas reflejadas en el techo del laboratorio a manera de pantalla. Agréguele agua al tanque de ondas, a una altura aproximadamente de 5 a 7 mm.

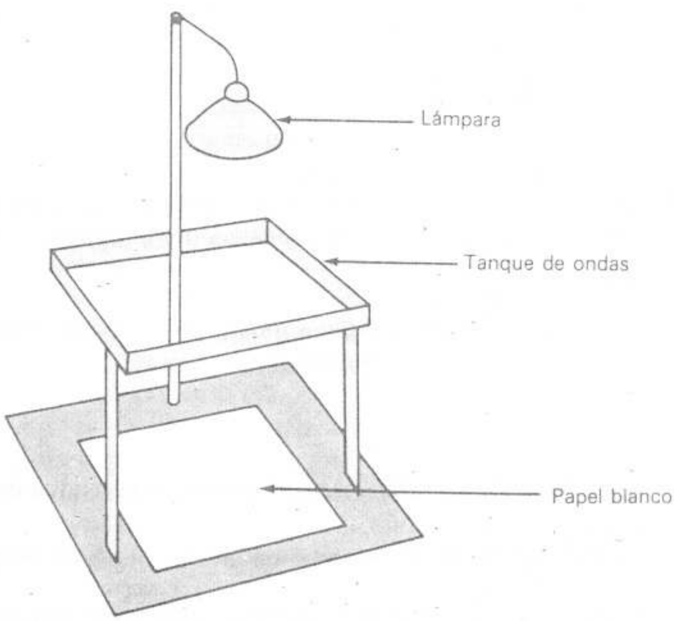


Fig. 10.14 Tanque de ondas con fuente luminosa.

En un extremo del tanque, toque el agua con la punta de un lápiz para producir una perturbación de fuente puntual. Después mueva el lápiz de arriba hacia abajo con movimientos regulares y observe las ondas en la pantalla. Coloque una regla a manera de barrera recta a unos 20 cm de donde se generan los pulsos con la punta del lápiz y note cómo se reflejan las ondas. Mueva la regla o barrera recta para formar un ángulo de 40° respecto al lápiz generador de los pulsos; observe el ángulo de incidencia de las ondas reflejadas con relación al ángulo de reflexión. Finalmente, cambie la regla por un trozo de manguera, colóquelo a manera de barrera semicircular a 20 cm de donde se generan los pulsos con la punta del lápiz y vea cómo son las ondas reflejadas.

3. Difracción de las ondas. Como se ve en la figura 10.15(a), use su regla para generar un frente de onda recto. Dibuje la forma de la onda en su cuaderno. Ahora coloque dos bloques de madera, como se aprecia en la figura 10.15(b), separados unos 15 cm; genere un frente de onda recto con la regla y observe la forma de la onda después de pasar entre los bloques. Repita la experiencia con los bloques separados por distancias cada vez menores, hasta llegar a una separación de unos 10 mm.

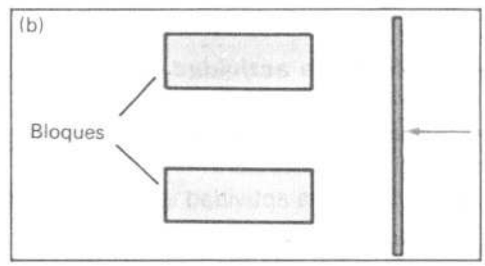


Fig. 10.15 En (a) se aprecia cómo se genera un frente de onda recto con una regla. En (b) se observa el comportamiento de una onda cuando pasa por la abertura de dos bloques de madera.

4. Interferencia de las ondas. A intervalos de tiempo regulares, sumerja la punta de un lápiz en un extremo del tanque de ondas y observe la formación de las ondas. Ahora, utilice dos lápices separados por unos 10 cm; sáquelos y métalos en el agua al mismo tiempo y vea las formas que se producen en donde los frentes de onda se cruzan.

Cuestionario

Frente de onda

1. ¿Son transversales las ondas que se formaron en la cubeta al dejar caer la piedra? ¿Por qué?
2. ¿Cada onda está formada por una prominencia o cresta y por una depresión o valle? Justifique su respuesta.
3. ¿Qué representa cada círculo formado?
4. A partir del centro emisor de las ondas, o lugar donde cayó la piedra, ¿avanzan al mismo tiempo los diferentes frentes de onda? Justifique su respuesta.

Reflexión de las ondas

5. Dibuje el modelo proyectado en la pantalla del papel blanco en el tanque de ondas, y explique el porqué de las áreas claras y oscuras.
6. ¿Cómo son las ondas cuando el lápiz se mueve de arriba hacia abajo, considerando la dirección de propagación y su forma?
7. Dibuje y describa las ondas que se generan al poner la regla como barrera.
8. Dibuje y describa las ondas generadas al cambiar la regla por un trozo de manguera semicircular.

Difracción de las ondas

9. De acuerdo con el punto 3 de la actividad experimental, ¿cómo se define el fenómeno de difracción de las ondas? Dibuje cómo son las ondas que se forman después de pasar entre los bloques.

Interferencia de las ondas

10. Qué sucede al introducir los dos lápices al mismo tiempo, ¿aparece cada frente de onda como si el otro no estuviera ahí, o se interfieren de alguna manera?
11. Defina las interferencias constructiva y destructiva de las ondas.
12. ¿En la última parte de la actividad experimental se observan dichos fenómenos? Si es así descríbalos y dibújelos.

RESUMEN

1. Las *ondas mecánicas* son ocasionadas por una perturbación; para su propagación en forma de oscilaciones periódicas es necesario la existencia de un medio material. Otra clase de ondas son las llamadas electromagnéticas, las cuales no necesitan de un medio material para su propagación, pues se difunden aun en el vacío.
2. Las *ondas longitudinales* se presentan cuando las partículas del medio material vibran paralelamente a la dirección de propagación de la onda.
3. Las *ondas transversales* se manifiestan cuando las partículas del medio material vibran en forma perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
4. En las ondas mecánicas la que se desplaza o avanza es la onda y no las partículas del medio, éstas únicamente vibran transmitiendo la onda, pero conservan sus posiciones alrededor de puntos más o menos fijos.
5. Un *tren de ondas* se produce, por ejemplo, cuando una cuerda tensa, sujeta por uno de sus extremos, se mueve varias veces hacia abajo y hacia arriba. Un *frente de onda* está formado por todos los puntos que se encuentran en la misma fase del movimiento, ya sea una cresta o un valle. Cada punto de un frente de onda es un nuevo generador de ondas. El *rayo o vector de propagación* es la línea que señala la dirección en que avanza cualquiera de los puntos de un frente de onda.
6. Las ondas también se clasifican, según su forma de propagación, en: a) *Lineales*. Son las que se propagan en una sola dimensión o rayo, tal es el caso de las ondas producidas en una cuerda o un resorte. b) *Superficiales*. Son las que se difunden en dos dimensiones, como las ondas producidas en una lámina metálica o en la superficie de un líquido. En éstas los frentes de onda son circunferencias concéntricas al foco o centro emisor. c) *Tridimensionales*. Son las que se propagan en todas direcciones, como el sonido. Los frentes de una onda sonora son esféricos y los rayos salen en todas direcciones a partir del centro emisor.
7. Las características de las ondas son: a) *Longitud de onda*. Es la distancia entre dos frentes de onda en la misma fase; por ejemplo, la distancia entre

dos crestas o dos valles consecutivos. b) *Frecuencia*. Es el número de ondas emitidas por el centro emisor en un segundo; se mide en ciclos/s = hertz. c) *Período*. Es el tiempo que tarda en realizarse un ciclo de la onda. El período es el inverso de la frecuencia y viceversa:

$T = \frac{1}{F}$; $F = \frac{1}{T}$. d) *Nodo*. Punto donde la onda cruza la línea de equilibrio.

e) *Elongación*. Es la distancia entre cualquier punto de una onda y su posición de equilibrio. f) *Amplitud de onda*. Es la máxima elongación o alejamiento de su posición de equilibrio que alcanzan las partículas vibrantes. g) *Velocidad de propagación*. Es aquella con la cual se propaga un pulso a través de un medio. La velocidad con la que se propaga una onda, por un medio específico, siempre es del mismo valor y se calcula con las expresiones: $v = \lambda/T$; $v = \lambda F$.

8. La *reflexión* de las ondas se presenta cuando éstas encuentran un obstáculo que les impide propagarse, chocan y cambian de sentido sin modificar sus demás características.
9. El principio de *superposición* enuncia: el desplazamiento experimentado por una partícula vibrante equivale a la suma vectorial de los desplazamientos que cada onda le produce.
10. La *interferencia* se produce cuando se superponen simultáneamente dos o más trenes de onda; este fenómeno se emplea para comprobar si un movimiento es ondulatorio o no. La *interferencia constructiva* se presenta al superponerse dos movimientos ondulatorios de igual frecuencia y longitud de onda, que llevan el mismo sentido. La onda resultante tiene mayor amplitud, pero conserva la misma frecuencia. La *interferencia destructiva* se manifiesta cuando se superponen dos movimientos ondulatorios con una diferencia de fase. Si se superponen dos ondas de la misma amplitud y la cresta de una coincide con el valle de la otra, la onda resultante tiene una amplitud igual a cero.
11. Las *ondas estacionarias* se producen cuando interfieren dos movimientos ondulatorios de la misma frecuencia y amplitud, que se propagan en diferente sentido a lo largo de una línea con una diferencia de fase de media longitud de onda.
12. La *refracción de las ondas* se presenta cuando éstas pasan de un medio a otro de distinta densidad, o bien, cuando el medio es el mismo pero se encuentra en condiciones diferentes; por ejemplo, el agua a distintas profundidades. Ello origina que las ondas cambien su velocidad de propagación y su longitud de onda, conservando constante su frecuencia.
13. La *difracción de las ondas* es otra característica de las ondas, se produce cuando una onda encuentra un obstáculo en su camino y lo rodea o lo contornea.
14. Las *ondas sonoras* son ondas mecánicas longitudinales. El sonido se produce cuando un cuerpo es capaz de vibrar a una frecuencia comprendida entre 16 ciclos/s y unos 20 000 ciclos/s, gama que recibe el nombre de frecuencias del espectro audible. Cuando la frecuencia de una onda es inferior al límite audible se dice que es infrasónica y si es mayor se dice que es ultrasónica.

15. El *sonido* se propaga en todas direcciones en forma de ondas a través de los medios elásticos, pero no se propaga en el vacío.
16. La velocidad con la que se propaga un sonido depende del medio elástico y de su temperatura. La velocidad del sonido es mayor en los sólidos que en los líquidos y gases.
17. La *acústica* se encarga del estudio de los sonidos. Los fenómenos acústicos, consecuencia de algunos efectos auditivos provocados por el sonido son: a) *Reflexión*. Se produce cuando las ondas sonoras se reflejan al chocar con una pared dura. b) *Eco*. Se origina por la repetición de un sonido reflejado. c) *Resonancia*. Se presenta cuando la vibración de un cuerpo hace vibrar a otro con la misma frecuencia. d) *Reverberación*. Se produce cuando después de escucharse un sonido original, éste persiste dentro de un local como consecuencia del eco.
18. Las cualidades del sonido son: a) *Intensidad*. Esta determina si un sonido es fuerte o débil; la intensidad de un sonido aumenta si se incrementa la amplitud de onda; la intensidad es mayor si la superficie que vibra también lo es. Para medir la intensidad de un sonido se usa como unidad el bel o el decibel equivalente a 0.1 bel. El umbral de audición del oído humano equivale a 0 decibeles y el umbral del dolor es de 120 decibeles. b) *Tono*. Esta cualidad del sonido depende de la frecuencia con la que vibra el cuerpo emisor del sonido. A mayor frecuencia, el sonido es más alto o agudo; a menor frecuencia, el sonido es más bajo o grave. c) *Timbre*. Esta cualidad permite identificar la fuente sonora. Por ello, podemos identificar las voces de personas conocidas, así como los instrumentos que producen un sonido.
19. El *efecto Doppler* consiste en un cambio aparente en la frecuencia de un sonido, durante el movimiento relativo entre el observador y la fuente sonora. Este fenómeno se aprecia claramente al escuchar la sirena de una ambulancia, pues notamos que el tono se hace agudo a medida que se aproxima y después se hace grave al alejarse. Sucede un efecto similar si la fuente sonora permanece fija y el observador es quien se acerca. Para calcular la frecuencia aparente de un sonido escuchado por un observador, tenemos las siguientes situaciones: a) Cuando la fuente sonora está en movimiento y el observador está en reposo se usa la expresión: $F' = \dfrac{FV}{V \pm v}$. b) Cuando la fuente sonora permanece en reposo y el observador es quien se acerca o aleja de ella se usa la expresión: $F' = \dfrac{F\,(V \pm v)}{V}$.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique qué es una onda mecánica y qué es una onda electromagnética. (Introducción de la unidad 10)
2. ¿Qué origina una onda mecánica? (Introducción de la unidad 10)
3. Explique con un ejemplo cuáles son las ondas longitudinales. (Sección 1)
4. Explique con un ejemplo cuáles son las ondas transversales. (Sección 1)
5. ¿Sufren algún desplazamiento considerable las partículas de un medio material cuando se desplaza una onda? Fundamente su respuesta. (Sección 1)
6. Explique cómo se produce un tren de ondas en una cuerda atada por uno de sus extremos. (Sección 2)
7. Defina qué es un frente de onda. (Sección 2)
8. ¿Qué señala el rayo o vector de propagación de una onda? (Sección 2)
9. Explique con un ejemplo, cuáles son las ondas lineales. (Sección 3)
10. Explique con un ejemplo, cuáles son las ondas superficiales. (Sección 3)
11. ¿Por qué son tridimensionales las ondas sonoras? (Sección 3)
12. Explique los siguientes conceptos:

    a) Longitud de onda.
    b) Frecuencia.
    c) Período.
    d) Nodo.
    e) Elongación.
    f) Amplitud de onda.
    g) Velocidad de propagación. (Sección 4)

13. Puesto que la velocidad de propagación de una onda es un valor constante para cada medio material, ¿qué sucede si llega al medio una onda de alta frecuencia? (Sección 4)
14. Explique cuándo se presenta el fenómeno de reflexión de una onda y qué sucede con sus características. (Sección 5)
15. Explique el principio de superposición de las ondas. (Sección 6)
16. ¿Cuándo se produce la interferencia de las ondas? (Sección 7)
17. ¿Qué ocasiona una interferencia constructiva? (Sección 7)
18. Describa mediante un dibujo cómo se produce una interferencia destructiva. (Sección 7)
19. ¿Cómo se pueden producir ondas estacionarias? (Sección 8)
20. Explique cuándo se presenta la refracción de las ondas. (Sección 9)
21. Explique qué sucede con la frecuencia de las ondas cuando se refractan. (Sección 9)
22. Describa en qué consiste el fenómeno de difracción de las ondas. (Sección 10)
23. ¿Qué tipo de ondas son las sonoras? (Sección 11)
24. Explique cuándo se dice que una onda es infrasónica y cuándo es ultrasónica. (Sección 11)
25. ¿Qué produce un cuerpo cuando vibra? (Sección 11)
26. Explique cómo es la velocidad del sonido cuando se transmite en los sólidos, los líquidos y los gases. (Sección 11)
27. Explique los siguientes fenómenos acústicos: reflexión, eco, resonancia y reverberación. (Sección 11)

28. Describa las cualidades del sonido: intensidad, tono y timbre. (Sección 11)
29. ¿Cuál es el intervalo de intensidades que el oído humano puede escuchar? (Seccion 11)
30. ¿En qué consiste el efecto Doppler? (Sección 11)

11 TERMOLOGIA

La sensación de calor o de frío está estrechamente relacionada con nuestra vida cotidiana, sin embargo, el calor es algo más que eso. En el siglo XVIII los físicos lo consideraban como un fluido invisible sin sabor, olor ni peso; lo llamaban calórico y de él sólo conocían sus efectos: cuanto más caliente estaba un cuerpo, más fluido o calórico tenía. Cuando el calórico fluía en una sustancia, ésta se expandía debido a que ocupaba un lugar en el espacio, y cuando el calórico salía la sustancia se enfriaba y se contraía. Finalmente, consideraron que el calórico no podía ser creado ni destruido, razón por la cual no era posible formarlo a partir de alguna cosa ni podía ser sustituido por otra.

A fines del siglo XVIII Benjamín Thompson descubrió, al barrenar un cañón, que la fricción produce calor. Más adelante, Joule demostró que cuando se proporciona energía, ya sea por fricción, corriente eléctrica, radiación o cualquier otro medio, para producir trabajo mecánico, éste puede ser transformado en una cantidad equivalente de calor. Con estas investigaciones se desechó la Teoría del Calórico para explicar qué era el calor. De ahí nació la Teoría Cinética, la cual atribuye el calor de los cuerpos a su energía interna, misma que depende de las energías cinética y potencial provenientes del movimiento y de las posiciones de las moléculas en cada cuerpo.

1 DIFERENCIA ENTRE CALOR Y TEMPERATURA

La temperatura y el calor están muy ligados, pero no son lo mismo. La temperatura de una sustancia es una medida de la energía cinética media de sus moléculas. El calor de una sustancia es la suma de la energía cinética de todas las moléculas. El calor o energía térmica se transmite de los cuerpos que están a alta temperatura a los de baja temperatura. A través de un experimento sencillo (figura 11.1) se entenderá la diferencia entre calor y temperatura.

En los dos recipientes la energía cinética media de cada molécula es la misma, por tanto, la temperatura también es igual. Sin embargo, como el recipiente más grande tiene mayor cantidad de líquido, la suma de la energía cinética media de todas las moléculas es mayor.

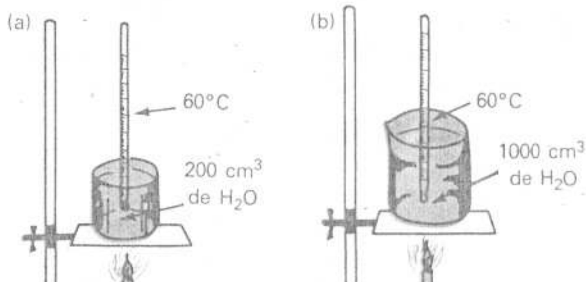


Fig. 11.1 Igual temperatura en (a) y (b) pero diferente cantidad de calor.

Potencial térmico y energía térmica

Si colocamos un cuerpo caliente junto a uno frío notaremos que al transcurrir el tiempo el primero se enfría y el segundo se calienta.

Cuando un cuerpo se encuentra demasiado caliente su temperatura o potencial térmico es alto, esto le permite ceder calor o energía térmica a otro cuerpo de menor temperatura que se encuentre cercano a él, de esta manera ambos poseerán igual potencial térmico. Lo mismo sucede cuando se conectan dos tanques con agua, uno lleno y otro semivacío, el lleno le pasará agua al otro hasta que igualen su contenido (figura 11.2).

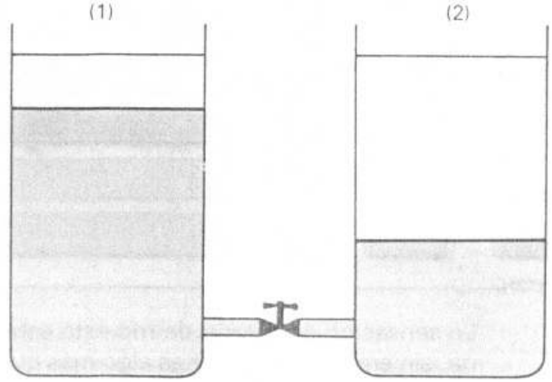


Fig. 11.2 Analogía hidráulica: el tanque (1) dejará pasar el agua al tanque (2) hasta que tengan el mismo nivel.

2 MEDIDA DE LA TEMPERATURA

Para medir la temperatura se utiliza el termómetro. Existen diferentes termómetros, el más común es el de mercurio; dicho instrumento consiste en un tubo capilar que lleva en la parte inferior un bulbo con mercurio, el cual al calentarse se dilata y sube por el tubo capilar, al enfriarse se contrae y desciende. Su escala de temperatura puede ser de 357°C a −39°C. Cuando se requiere medir temperaturas menores de −39°C, se utiliza el termómetro de alcohol que registra temperaturas hasta de −130°C. Para temperaturas aún menores, se usa el tolueno y los éteres de petróleo.

Si se trata de temperaturas altas se emplean los termómetros de resistencia, cuyo funcionamiento se basa en el hecho de que la resistencia eléctrica de un conductor varía con la temperatura. Por ejemplo, la resistencia eléctrica del platino manifiesta variaciones uniformes útiles en la industria.

3 DIFERENTES ESCALAS TERMOMETRICAS: GRADOS CELSIUS, KELVIN Y FAHRENHEIT

El alemán Gabriel Fahrenheit (1686-1736) soplador de vidrio y fabricante de instrumentos, construyó en 1714 el primer termómetro. Para ello, lo colocó a la temperatura más baja que pudo obtener, mediante una mezcla de hielo y cloruro de amonio, marcó el nivel que alcanzaba el mercurio; después, al registrar la temperatura del cuerpo humano volvió a marcar el termómetro y entre ambas señales hizo 96 divisiones iguales. Más tarde, observó que al colocar su termómetro en una mezcla de hielo en fusión y agua, registraba una lectura de 32°F y al colocarlo en agua hirviendo leía 212°F.

En 1742 el biólogo sueco Andrés Celsius (1701-1744) basó su escala en el punto de fusión del hielo (0°C) y en el punto de ebullición del agua (100°C) a la presión de una atmósfera, o sea, 760 mm de Hg, es decir, dividió su escala en 100 partes iguales cada una de 1°C.

Años después el inglés William Kelvin (1824-1907) propuso una nueva escala de temperatura,

en la cual el cero corresponde a lo que tal vez sea la menor temperatura posible llamada cero absoluto, en esta temperatura la energía cinética de las moléculas es cero. El tamaño de un grado de la escala Kelvin es igual al de un grado Celsius y el valor de cero grados en la escala de Celsius equivale a 273°K, tal como se muestra en la figura 11.3. Cuando la temperatura se da en grados Kelvin se dice que es absoluta y ésta es la escala aceptada por el Sistema Internacional de Unidades (SI).

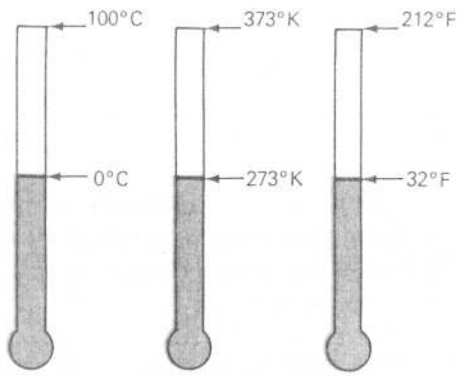


Fig. 11.3 Comparación de las escalas Celsius, Kelvin y Fahrenheit, para el punto de fusión y ebullición del agua. En el SI se usa la escala Kelvin para medir la temperatura.

Existe un límite mínimo de temperatura: 0°K = −273°C = −460°F, pero no hay límite máximo de ella, pues en forma experimental se obtienen en los laboratorios temperaturas de miles de grados, mientras que en una explosión atómica se alcanzan temperaturas de millones de grados. Se supone que la temperatura en el Sol alcanza los mil millones de grados.

Conversión de temperaturas de una escala a otra

Aunque la escala Kelvin es la usada por el SI para medir temperaturas, aún se emplea la escala Celsius o centígrada y la escala Fahrenheit, por tanto, es conveniente manejar sus equivalencias de acuerdo con las siguientes expresiones:

1. Para convertir de grados Celsius a grados Kelvin:

$$°K = °C + 273$$

2. Para convertir de grados Kelvin a grados Celsius:

$$°C = °K - 273$$

3. Para convertir de grados Celsius a grados Fahrenheit:

$$°F = 1.8°C + 32$$

4. Para convertir de grados Fahrenheit a grados Celsius:

$$°C = \frac{°F - 32}{1.8}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONVERSION DE TEMPERATURAS DE UNA ESCALA A OTRA

1. Convertir 100°C a °K.

Solución:

$$°K = 100°C + 273 = 373°K$$

2. Convertir 273°K a °C.

Solución:

$$°C = 273°K - 273 = 0°C$$

3. Convertir 0°C a °F.

Solución:

$$°F = 1.8 \times 0°C + 32 = 32°F$$

4. Convertir 212°F a °C.

Solución:

$$°C = \frac{212°F - 32}{1.8} = 100°C$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Convertir:	*Respuesta:*
1. 50°C a °K	323°K
2. 120°C a °K	393°K
3. 380°K a °C	107°C
4. 210°K a °C	−63°C
5. 60°C a °F	140°F
6. 98°C a °F	208.4°F
7. 50°F a °C	10°C
8. 130°F a °C	54.4°C

4 DILATACION DE LOS CUERPOS

Los cambios de temperatura afectan el tamaño de los cuerpos, pues la mayoría de ellos se dilatan al calentarse y se contraen si se enfrían. Los gases se dilatan mucho más que los líquidos y éstos más que los sólidos.

En los gases y líquidos las partículas chocan unas con otras en forma continua; pero si se calientan, chocarán violentamente rebotando a mayores distancias y provocarán la dilatación. En los sólidos las partículas vibran alrededor de posiciones fijas sin embargo, al calentarse aumentan su movimiento y se alejan de sus centros de vibración dando como resultado la dilatación. Por el contrario, al bajar la temperatura las partículas vibran menos y el sólido se contrae (figura 11.4).

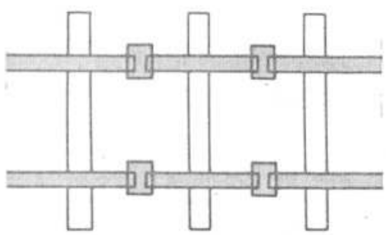


Fig. 11.4 Para evitar que la dilatación levante las vías férreas siempre se deja un espacio libre entre los rieles.

Dilatación lineal y coeficiente de dilatación lineal

Una barra de cualquier metal al ser calentada sufre un aumento en sus tres dimensiones: largo, ancho y alto, por lo que su dilatación es cúbica. Sin embargo, en los cuerpos sólidos, como alambres, varillas o barras, lo más importante es el aumento de longitud que experimentan al elevarse la temperatura, es decir, su dilatación lineal.

Coeficiente de dilatación lineal

Es el incremento de longitud que presenta una varilla de determinada sustancia, con un largo inicial de un metro, cuando su temperatura se eleva un grado Celsius. Por ejemplo: una varilla de aluminio de un metro de longitud aumenta 0.000024 metros (22.4×10^{-6} m) al elevar su temperatura 1°C. A este incremento se le llama coeficiente de dilatación lineal y se representa con la letra griega alfa (α)

Algunos coeficientes de dilatación lineal de diferentes sustancias se dan en el cuadro 11.1.

Cuadro 11.1 COEFICIENTES DE DILATACION LINEAL

Sustancia	α (1/°C)
Hierro	11.7×10^{-6}
Aluminio	22.4×10^{-6}
Cobre	16.7×10^{-6}
Plata	18.3×10^{-6}
Plomo	27.3×10^{-6}
Níquel	12.5×10^{-6}
Acero	11.5×10^{-6}
Zinc	35.4×10^{-6}
Vidrio	7.3×10^{-6}

Para calcular el coeficiente de dilatación lineal se emplea la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{L_f - L_0}{L_0\,(T_f - T_0)}$$

donde: = coeficiente de dilatación lineal en 1/°C o en °C^{-1}

L_f = longitud final medida en metros (m)
L_0 = longitud inicial expresada en metros (m)
T_f = temperatura final medida en grados Celsius (°C)
T_0 = temperatura inicial expresada en grados Celsius (°C)

Si conocemos el coeficiente de dilatación lineal de una sustancia y queremos calcular la longitud final que tendrá un cuerpo al variar su temperatura, despejamos la longitud final de la ecuación anterior:

$$L_f = L_0 [1 + \alpha (T_f - T_0)]$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DILATACION LINEAL

1. A una temperatura de 15°C una varilla de hierro tiene una longitud de 5 m. ¿Cuál será su longitud al aumentar la temperatura a 25°C?

Datos

$\alpha_{Fe} = 11.7 \times 10^{-6}°C^{-1}$
$L_0 = 5$ m
$T_0 = 15°C$
$T_f = 25°C$
$L_f = ?$

Fórmula

$L_f = L_0 [1 + \alpha (T_f - T_0)]$

Sustitución y resultado

$L_f = 5 \text{ m} [1 + 0.0000117°C^{-1} (25°C - 15°C)]$
$= 5.000585$ m
Se dilató 0.000585 m.

2. ¿Cuál es la longitud de un cable de cobre al disminuir la temperatura a 14°C, si con una temperatura de 42°C mide 416 m?

Datos

$L_f = ?$
$T_f = 14°C$
$T_0 = 42°C$
$L_0 = 416$ m
$\alpha_{Cu} = 16.7 \times 10^{-6}°C^{-1}$

Fórmula

$L_f = L_0 [1 + \alpha (T_f - T_0)]$

Sustitución y resultado

$L_f = 416 \text{ m} [1 + 0.0000167°C^{-1} (14°C - 42°C)]$
$= 415.80547$ m
Se contrajo 0.19453 m.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un puente de acero de 100 m de largo a 8°C, aumenta su temperatura a 24°C. ¿Cuánto medirá su longitud?

Respuesta:

$L_f = 100.0184$ m

2. ¿Cuál es la longitud de un riel de hierro de 50 m a 40°C, si desciende la temperatura a 6°C? ¿Cuánto se contrajo?

Respuestas:

$L_f = 49.980011$ m
Se contrajo 0.01998 m.

Consideraciones prácticas sobre la dilatación

Como la temperatura ambiente cambia en forma continua durante el día, cuando se construyen vías de ferrocarril, puentes de acero, estructuras de concreto armado, y en general cualquier estructura rígida, se deben dejar huecos o espacios libres que permitan a los materiales dilatarse libremente para evitar rupturas o deformaciones que pongan en peligro la estabilidad de lo construido. Por ello, se instalan en lugares convenientes las llamadas juntas de dilatación, articulaciones móviles que absorben las variaciones de longitud. En los puentes se usan rodillos en los cuales se apoya su estructura para que al dilatarse no se produzcan daños por rompimientos estructurales resultado de los cambios de temperatura y de la dilatación no controlada. También en la fabricación de piezas para maquinaria, sobre todo en los móviles, se debe considerar la dilatación con el objeto de evitar desgastes prematuros o rompimientos de partes.

Dilatación cúbica y coeficiente de dilatación cúbica

Dilatación cúbica

Implica el aumento en las dimensiones de un cuerpo: largo, ancho y alto, lo que significa un incremento de volumen. La dilatación cúbica se diferencia de la dilatación lineal porque además implica un incremento de volumen.

Coeficiente de dilatación cúbica

Es el incremento de volumen que experimenta un cuerpo de determinada sustancia, de volumen igual a la unidad, al elevar su temperatura un grado Celsius. Este coeficiente se representa con la letra griega beta (β). Por lo general, el coeficiente de dilatación cúbica se emplea para los líquidos. Sin embargo, si se conoce el coeficiente de dilatación lineal de un sólido, su coeficiente de dilatación cúbica será tres veces mayor.

$$\beta = 3\alpha$$

Por ejemplo: el coeficiente de dilatación lineal del hierro es $11.7 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$, por tanto, su coeficiente de dilatación cúbica es:

$$\begin{aligned}\beta &= 3\alpha = 3 \times 11.7 \times 10^{-6}\,°C^{-1}\\ &= 35.1 \times 10^{-6}\,°C^{-1}\end{aligned}$$

En el cuadro 11.2 se dan algunos valores de coeficientes de dilatación cúbica para diferentes sustancias.

Cuadro 11.2 COEFICIENTES DE DILATACION CUBICA

Sustancia	β ($°C^{-1}$)
Hierro	35.1×10^{-6}
Aluminio	67.2×10^{-6}
Cobre	50.1×10^{-6}
Acero	34.5×10^{-6}
Vidrio	21.9×10^{-6}
Mercurio	182×10^{-6}
Glicerina	485×10^{-6}
Alcohol etílico	746×10^{-6}
Petróleo	895×10^{-6}
Gases a 0°C	1/273

Al conocer el coeficiente de dilatación cúbica de una sustancia se puede calcular el volumen que tendrá al variar su temperatura con la siguiente expresión:

$$V_f = V_0\,[1 + \beta\,(T_f - T_0)]$$

donde: V_f = volumen final determinado en metros cúbicos (m^3)

V_0 = volumen inicial expresado en metros cúbicos (m^3)

β = coeficiente de dilatación cúbica determinado en $1/°C$ o $°C^{-1}$

T_f = temperatura final medida en grados Celsius (°C)

T_0 = temperatura inicial medida en grados Celsius (°C)

Notas:
1. En el caso de sólidos huecos la dilatación cúbica se calcula considerando al sólido como si estuviera lleno del mismo material, es decir, como si fuera macizo.
2. Para la dilatación cúbica de los líquidos debemos tomar en cuenta que cuando se ponen a calentar, también se calienta el recipiente que los contiene, el cual al dilatarse aumenta su capacidad. Por ello, el aumento real del volumen del líquido, será igual al incremento de volumen del recipiente más el aumento aparente del volumen del líquido en el recipiente graduado

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE DILATACION CUBICA

1. Una barra de aluminio de 0.01 m^3 a 16°C se calienta a 44°C. Calcular:
   a) ¿Cuál será el volumen final?
   b) ¿Cuál fue su dilatación cúbica?

Datos	*Fórmulas*
$\beta = 67.2 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$	a) $V_f = V_0\,[1 + \beta\,(T_f - T_0)]$
$V_0 = 0.01\ m^3$	b) $\Delta V = V_f - V_0$
$T_0 = 16°C$	
$T_f = 44°C$	

a) $V_f = ?$
b) $\Delta V = ?$

Sustitución y resultados

a) $V_f = 0.01\ m^3\ [1 + 0.0000672°C^{-1}$
$(44°C - 16°C)] = 0.0100188\ m^3$
b) $\Delta V = V_f - V_0 = 0.0100188\ m^3 - 0.01\ m^3$
$= 0.0000188\ m^3 = 1.88 \times 10^{-5}\ m^3$

2. Una esfera hueca de acero a 24°C tiene un volumen de 0.2 m³. Calcular:

a) ¿Qué volumen final tendrá a −4°C en m³ y en litros?
b) ¿Cuánto disminuyó su volumen en litros?

Datos	*Fórmulas*
$\beta = 34.5 \times 10^{-6}°C^{-1}$	a) $V_f = V_0\ [1 + \beta\ (T_f - T_0)]$
$V_0 = 0.2\ m^3$	b) $\Delta V = V_f - V_0$
$T_0 = 24°C$	
a) $V_f = ?$	
$T_f = -4°C$	
b) $\Delta V = ?$	

Sustitución y resultados

a) $V_f = 0.2\ m^3\ [1 + 0.0000345\ (-4°C - 24°C)]$
$= 0.1998068\ m^3$

Conversión de unidades

$$0.1998068\ m^3 \times \frac{1000\ \ell}{1\ m^3}$$

1 m³ — 1000 ℓ
0.1998068 — x

$V_f = 199.8068\ \ell$

b) $0.2\ m^3 \times \dfrac{1000\ \ell}{1\ m^3} = 200\ \ell$

1 m³ — 1000 ℓ
0.2 m³ — x

$\Delta V = 199.8068\ \ell - 200\ \ell = -0.1932\ \ell$

3. ¿Cuál será el volumen final de 2 litros de alcohol etílico, si sufre un calentamiento de 18°C a 45°C? Diga también cuánto varió su volumen en litros y en cm³.

Datos	*Fórmula*
$\beta = 746 \times 10^{-6}°C^{-1}$	$V_f = V_0\ [1 + \beta\ (T_f - T_0)]$
$V_f = ?$	$\Delta V = V_f - V_0$
$V_0 = 2\ \ell$	
$T_0 = 18°C$	
$\Delta V =$ en ℓ y cm³ = ?	
$T_f = 45°C$	

Sustitución y resultado

$V_f = 2\ \ell\ [1 + 0.000746°C^{-1}\ (45°C - 18°C)]$
$= 2.040284\ \ell$
$\Delta V = \qquad \ell - 2\ \ell = 0.040284\ \ell$

Conversión de unidades

$$0.040284\ \ell \times \frac{1000\ cm^3}{1\ \ell}$$

$\Delta V = 40.284\ cm^3$

4. A una temperatura de 15°C un matraz de vidrio con capacidad de 1 litro se llena de mercurio y se calientan ambos a 80°C. Calcular:

a) ¿Cuál es la dilatación cúbica del matraz?
b) ¿Cuál es la dilatación cúbica del mercurio?
c) ¿Cuánto mercurio se derramará en litros y en cm³?

Datos	*Fórmulas*
$\beta_{vidrio} = 21.9 \times 10^{-6}°C^{-1}$	$\Delta V = V_f - V_0$
$\beta_{Hg} = 182 \times 10^{-6}°C^{-1}$	$V_f = V_0\ ([1 + \beta\ (T_f - T_0)]$
$V_0 = 1\ \ell$	
$T_0 = 15°C$	
$T_f = 80°C$	
a) $\Delta V_{mátraz} = ?$	
b) $\Delta V_{Hg} = ?$	
c) Hg derramado = ?	

Sustitución y resultados

a) Dilatación cúbica del matraz
$V_f = 1\ \ell\ [1 + 0.0000219°C^{-1}$
$(80°C - 15°C)] = 1.0014235\ \ell$
$\Delta V = 1.0014235\ \ell - 1\ \ell =$

b) Dilatación cúbica del mercurio

$V_f = 1\ \ell\ [1 + 0.000182°C^{-1}$
$(80°C - 15°C)] = 1.01183\ \ell$

$\Delta V = 1.01183\ \ell - 1\ \ell = 0.01183\ \ell$

c) Mercurio derramado en ℓ y cm^3

Puesto que el vidrio se dilató 0.0014235 ℓ y el mercurio 0.01183 ℓ, la diferencia entre los dos volúmenes equivaldrá al mercurio derramado:

$0.01183\ \ell - 0.0014235\ \ell = 0.0104065\ \ell$

Conversión de unidades

$$0.0104065\ \ell \times \frac{1000\ cm^3}{1\ \ell} = 10.4065\ cm^3$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un tubo de cobre tiene un volumen de 0.009 m^3 a 10°C y se calienta a 200°C. Calcular:

   a) ¿Cuál es su volumen final?
   b) ¿Cuál es su dilatación cúbica en m^3 y en litros?

   Respuestas:

   a) $V_f = 0.0090856\ m^3 = 9.0856 \times 10^{-3}\ m^3$
   b) $\Delta V = 0.0000856\ m^3 = 0.0856\ \ell$

2. Una barra de aluminio tiene un volumen de 500 cm^3 a 90°C. Calcular:

   a) ¿Cuál será su volumen a 20°C?
   b) ¿Cuánto disminuyó su volumen?

   Respuestas:

   a) $V_f = 497.648\ cm^3$
   b) $\Delta V = 2.352\ cm^3$

3. Calcular el volumen final de 5.5 litros de glicerina si se calienta de 4°C a 25°C. Determine también la variación de su volumen en cm^3.
   Respuestas:
   a) $V_f = 5.5560175\ \ell$
   b) $\Delta V = 56.0175\ cm^3$

4. Un tanque de hierro de 200 litros de capacidad a 10°C, se llena totalmente de petróleo, si se incrementa la temperatura de ambos hasta 38°C, calcular:

   a) ¿Cuál es la dilatación cúbica del tanque?
   b) ¿Cuál es la dilatación cúbica del petróleo?
   c) ¿Cuánto petróleo se derramará en litros y en cm^3?

   Respuestas:

   a) 0.19656 ℓ
   b) 5.012 ℓ
   c) 4.81544 ℓ = 4815.44 cm^3

Dilatación irregular del agua

Por regla general, un cuerpo se dilata cuando aumenta su temperatura. Sin embargo, hay algunas sustancias que en lugar de dilatarse se contraen, tal es el caso del agua: un gramo de agua a 0°C ocupa un volumen de 1.00012 cm^3, si se calienta, en lugar de dilatarse se contrae, por lo que a la temperatura de 4°C el agua tiene su volumen mínimo de 1.00000 cm^3, alcanza su densidad máxima, si se sigue calentando comienza a aumentar su volumen.

Durante el invierno los peces y otras especies acuáticas conservan la vida gracias a esa dilatación irregular. A principios de la estación la superficie de los lagos y estanques se enfría; al llegar el agua a 4°C aumenta su densidad, razón por la cual se va al fondo y es sustituida por otra más caliente estableciéndose así una recirculación hasta que toda el agua tiene una temperatura de 4°C. Si la temperatura continúa enfriando la superficie, entonces se forma una capa de hielo flotante cuya densidad es menor a la del agua. Ello evita el enfriamiento del resto del agua, con lo cual la vida sigue su curso a una temperatura mínima de 4°C.

Dilatación de los gases

El coeficiente de dilatación cúbica es igual para todos los gases. Es decir, cualquier gas, al ser sometido a una presión constante, por cada grado Cel-

sius que cambie su temperatura, variará 1/273 el volumen que ocupaba a 0°C

$\beta = 1/273$ para cualquier gas

En otras palabras, si tomamos 273 litros de cualquier gas, por ejemplo oxígeno a 0°C, y sin cambiar la presión (proceso isobárico), lo calentamos 1°C, el nuevo volumen será de 274 litros. Un incremento de 2°C lo aumentará a 275 litros. Si lo calentamos 3°C el gas ocupará un volumen de 276 litros y así sucesivamente.

5 FORMAS DE PROPAGACION DEL CALOR

Si dos cuerpos se ponen en contacto y no manifiestan tendencia a calentarse o enfriarse, es porque su temperatura y la energía cinética media de sus moléculas es igual; pero cuando diversas partes de un mismo cuerpo, o varios cuerpos en contacto, están más calientes, todos tenderán a alcanzar la misma temperatura y el calor se propagará de un punto a otro.

El calor o energía térmica siempre se propaga de los cuerpos calientes a los fríos, de tres maneras diferentes:

a) Conducción.
b) Convección.
c) Radiación.

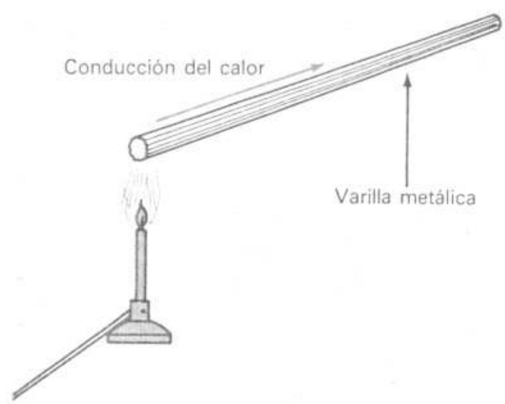


Fig. 11.5 Transmisión del calor por conducción a través de un cuerpo sólido.

Conducción

La conducción es la forma de propagación del calor a través de un cuerpo sólido, debido al choque entre moléculas

Cuando el extremo de una varilla metálica se pone en contacto con el fuego, al cabo de cierto tiempo el otro extremo también se calienta. Esto se debe a que las moléculas del extremo calentado por el fuego vibran con mayor intensidad, es decir, con mayor energía cinética. Una parte de esa energía se transmite a las moléculas cercanas, las cuales al chocar unas con otras comunican su exceso de energía a las contiguas, así su temperatura aumenta y se distribuye en forma uniforme a lo largo de la varilla. Esta transmisión de calor continuará mientras exista una diferencia de temperatura entre los extremos, y cesará totalmente cuando sea la misma en todas las partes.

Los metales son buenos conductores del calor y el corcho, la madera, el plástico, la lana, el aire, la porcelana, el vidrio y el papel, son malos conductores del mismo. En el vacío no se propaga el calor por conducción

Las sartenes, ollas, calderas y demás objetos que requieren ser calentados con rapidez, se fabrican de metal, y los malos conductores son usados como aislantes del frío o del calor. Por ejemplo: mangos de sartenes, cucharas, ollas, revestimientos para calentadores, refrigeradores y tuberías, o bien, ropa de invierno como abrigos y chamarras.

Un termo es un recipiente utilizado para conservar los líquidos calientes o fríos y su construcción se basa en dos paredes entre las cuales existe un vacío que evita la transmisión de calor por conducción.

Convección

La convección es la propagación del calor ocasionada por el movimiento de la sustancia caliente.

Al poner agua en un vaso de precipitados y calentarla posteriormente, observamos que transcurrido cierto tiempo comienza un movimiento en el seno del líquido. Esto se debe a que al recibir calor el líquido del fondo, la temperatura sube y provoca su dilatación, aumentando el volumen y en consecuencia disminuye la densidad de esa porción, por lo que sube a la superficie y es reemplazada por agua más fría y con mayor densidad. Este proceso se repite con la circulación de masas de agua más caliente hacia arriba y las de agua más fría hacia abajo, provocándose las llamadas corrientes de convección.

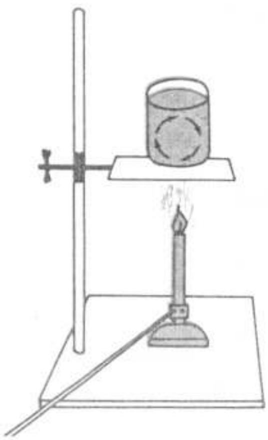


Fig. 11.6 Calentamiento del agua por corriente de convección.

El calentamiento en los líquidos y gases es por convección. Los vientos son corrientes de convección del aire atmosférico, debido a las diferencias de temperatura y densidad que se producen en la atmósfera.

Radiación

La radiación es la propagación del calor por medio de ondas electromagnéticas esparcidas, incluso en el vacío, a una velocidad de 300 mil km/s.

El calor que nos llega del Sol es por radiación, pues las ondas caloríficas atraviesan el vacío existente entre la Tierra y el Sol. A las ondas caloríficas también se les llama rayos infrarrojos, en virtud de que su longitud de onda es menor si se compara con la del color rojo.

Todos los cuerpos calientes emiten radiaciones térmicas, es decir, ondas electromagnéticas de energía proporcional a su temperatura. Cuando la radiación de un cuerpo caliente llega a un objeto, una parte se absorbe y otra se refleja. Los colores oscuros son los que absorben más las radiaciones. Por ello, en los climas cálidos se usan con frecuencia ropas de colores claros para reflejar gran parte de las ondas infrarrojas y luminosas que provienen del Sol.

Unidades para medir el calor

Como ya señalamos, el calor es una forma de energía llamada energía térmica o energía calorífica. Por tanto, las unidades para medir el calor son las mismas del trabajo mecánico y de la energía:

a) Sistema Internacional de Unidades (SI):
   joule = newton metro = Nm = J
b) Sistema CGS:
   ergio = dina centímetro = dina cm
   Recordemos que $1\ J = 1 \times 10^7$ erg.

Aunque existen las unidades anteriores, aún se utilizan unidades como: la caloría y el Btu que a continuación describiremos.

Caloría

Es la cantidad de calor aplicado a un gramo de agua para elevar su temperatura 1°C.

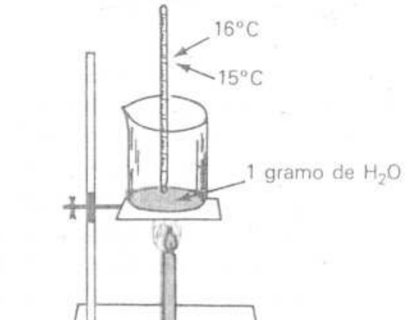


Fig. 11.7 Para que un gramo de agua aumente su temperatura un grado Celsius, se debe suministrar una caloría de energía térmica.

Kilocaloria

Es un múltiplo de la caloría y equivale a:

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$$

Como se señaló en la primera unidad aún se usa mucho el Sistema Inglés a pesar de los inconvenientes que presenta. Por ello, es necesario describir a la unidad de calor usada por el Sistema Inglés que es el Btu (de sus siglas en inglés: British thermal unit).

Btu

Es la cantidad de calor aplicada a una libra de agua (454 g), para que eleve su temperatura un grado Fahrenheit:

$$1 \text{ Btu} = 252 \text{ cal} = 0.252 \text{ kcal}$$

La equivalencia entre joules y calorías, es la siguiente:

1 joule = 0.24 cal
1 caloría = 4.2 J

6 CAPACIDAD CALORIFICA

A partir de experimentos se ha observado que al suministrar la misma cantidad de calor a dos sustancias diferentes, el aumento de temperatura no es el mismo. Por consiguiente, para conocer el aumento de temperatura que tiene una sustancia cuando recibe calor, emplearemos su capacidad calorífica, la cual se define como la relación existente entre la cantidad de calor ΔQ que recibe y su correspondiente elevación de temperatura ΔT

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Como el calor puede estar expresado en calorías, kcal, joule, erg o Btu; y la temperatura en °C, °K, o °F; las unidades de la capacidad calorífica pueden ser en: cal/°C, kcal/°C, J/°C, J/°K, erg/°C, Btu/°F.

En la determinación de la capacidad calorífica de una sustancia debe especificarse si se hace a presión o a volumen constante y se indicará de la siguiente manera: C_p si es a presión constante, C_v si es volumen constante. La capacidad calorífica de una sustancia tiene un valor mayor si se lleva a cabo a presión constante, que si es realizada a volumen constante. Toda vez que al aplicar presión constante a una sustancia, ésta sufre un aumento en su volumen, lo que provoca una disminución en su temperatura y, consecuentemente, necesitará más calor para elevarla. A volumen constante, todo el calor suministrado a la sustancia pasa a aumentar la energía cinética de las moléculas, por tanto, la temperatura se incrementa con mayor facilidad.

Es evidente que mientras más alto sea el valor de la capacidad calorífica de una sustancia, requiere mayor cantidad de calor para elevar su temperatura

7 CALOR ESPECIFICO

Puesto que la capacidad calorífica de una sustancia es la relación entre el calor recibido y su variación de temperatura; si calentamos diferentes masas de una misma sustancia, observaremos que su capacidad calorífica es distinta. Por ejemplo, al calentar dos trozos de hierro, uno de dos kg y otro de diez kg, la relación $\Delta Q/\Delta T = C$ es diferente entre los dos trozos, aunque se trata de la misma sustancia. Pero si dividimos el valor de la capacidad calorífica de cada trozo de hierro entre su masa, en-

contraremos que la relación: capacidad calorífica/masa, o bien, C/m para cada trozo es la misma. De donde: para un mismo material independientemente de su masa C/m = constante. A esta relación se le nombra calor específico y es una propiedad característica de la materia.

Por definición: el calor específico Ce de una sustancia es igual a la capacidad calorífica C de dicha sustancia entre su masa m:

$$Ce = \frac{C}{m}, \text{ como } C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$$Ce = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \therefore Q = mCe\Delta T$$

En términos prácticos, el calor especifico se define como la cantidad de calor que necesita un gramo de una sustancia para elevar su temperatura un grado Celsius

En el cuadro 5.3 se dan valores del calor específico para algunas sustancias. En el caso del agua su valor es de 1 cal/g°C, esto quiere decir que un gramo de agua aumenta su temperatura un grado Celsius cuando se le suministra una cantidad de calor igual a una caloría.

Según el cuadro 11.3 el agua tiene mayor calor específico, lo cual significa que necesita más calor para elevar su temperatura. Por ejemplo, cuando se ponen a calentar por separado la misma masa de dos sustancias diferentes, como el agua y la plata, se observará que al aplicarles cantidades iguales de calor, la plata se calentará aproximadamente 18 veces más rápido en comparación con el agua, por tanto, cuando ésta tenga 1°C de temperatura la plata tendrá 18°C.

Cuadro 11.3 CALORES ESPECIFICOS (a presión constante)

Sustancia	Ce en cal/g °C
Agua	1.00
Hielo	0.50
Vapor	0.48
Hierro	0.113
Cobre	0.093
Aluminio	0.217
Plata	0.056
Vidrio	0.199
Mercurio	0.033
Plomo	0.031

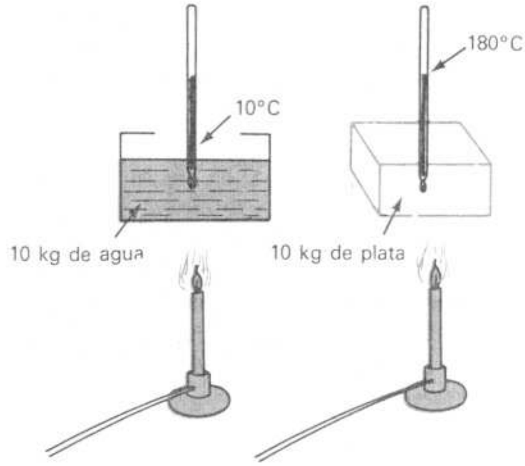


Fig. 11.8 Al aplicar el mismo calor a dos masas iguales de agua y plata, ésta se calienta 18 veces más rápido que el agua, pues es menor su calor específico.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CALOR ESPECIFICO

1. ¿Qué cantidad de calor se debe aplicar a una barra de plata de 12 kg para que eleve su temperatura de 22°C a 90°C?

Datos

$Q = ?$
$m = 12 \text{ kg} = 12\,000 \text{ g}$
$T_0 = 22°C$
$T_f = 90°C$
$Ce_{Ag} = 0.056 \text{ cal/g°C}$

Fórmula

$Q = mCe\Delta T$

Sustitución y resultado

$$Q = 12\,000 \text{ g} \times 0.056 \text{ cal/g°C } (90°C - 22°C) = 45\,696 \text{ cal}$$

2. 600 g de hierro se encuentran a una temperatura de 20°C. ¿Cuál será su temperatura final si le suministran 8 000 calorías?

Datos

$m = 600 \text{ g}$
$T_0 = 20°C$
$T_f = ?$

Fórmula

$Q = mCe\,(T_f - T_0)$
Despejando a T_f por pasos

$Q = 8\ 000$ cal
$Ce_{Fe} = 0.113$ cal/g°C $\qquad T_f - T_0 = \dfrac{Q}{mCe}$

$$\therefore\ T_f - \frac{Q}{mCe} + T_0$$

Sustitución y resultado

$$T_f = \frac{8\ 000 \text{ cal}}{600 \text{ g} \times 0.113 \text{ cal/g°C}} + 20°C$$
$$= 117.99°C + 20°C = 137.99°C$$

3. ¿Qué cantidad de calor se necesita suministrar a 500 g de agua para que eleve su temperatura de 10°C a 80°C?

Datos — *Fórmula*

$Q = ?$ $\qquad Q = mCe\Delta T$
$m = 500$ g
$T_0 = 10°C$
$T_f = 80°C$
$Ce_{H_2O} = 1$ cal/g°C

Sustitución y resultado

$$Q = 500 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g°C } (80°C - 10°C)$$
$$= 35\ 000 \text{ cal}$$

4. ¿Cuántas calorías se deben suministrar para que un trozo de hierro de 0.3 kg eleve su temperatura de 20°C a 100°C?

Datos — *Fórmula*

$Q = ?$ $\qquad Q = mCe\Delta T$
$m = 0.3$ kg $= 300$ g
$T_0 = 20°C$
$T_f = 100°C$
$Ce_{Fe} = 0.113$ cal/g°C

Sustitución y resultado

$$Q = 300 \text{ g} \times 0.113 \text{ cal/g°C} \times 80°C$$
$$= 2712 \text{ cal}$$

5. Determine el calor específico de una muestra metálica de 100 g que requiere 868 calorías para elevar su temperatura de 50°C a 90°C. Consulte el cuadro 11.3 a fin de identificar de qué sustancia se trata.

Datos — *Fórmula*

$Ce = ?$ $\qquad Ce = \dfrac{Q}{m\Delta T}$
$m = 100$ g
$Q = 868$ cal
$\Delta T = 90°C - 50°C = 40°C$

Sustitución y resultado

$$Ce = \frac{868 \text{ cal}}{100 \text{ g} \times 40°C} = 0.217 \text{ cal/g°C}$$

Al consultar el cuadro 11.3 encontraremos que la muestra metálica es de aluminio.

6. Determinar la cantidad de calor que cede al ambiente una barra de plata de 600 g al enfriarse de 200°C a 50°C.

Datos — *Fórmula*

$Q = ?$ $\qquad Q = mCe\Delta T$
$m = 600$ g
$T_0 = 200°C$
$T_f = 50°C$
$Ce_{Ag} = 0.056$ cal/g°C

Sustitución y resultado

$$Q = 600 \text{ g} \times 0.056 \text{ cal/g°C } (50°C - 200°C)$$
$$= -5040 \text{ cal}$$

Nota: El signo (−) indica que la temperatura del cuerpo disminuyó.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿Qué cantidad de calor se debe aplicar a un trozo de plomo de 850 g para que eleve su temperatura de 18°C a 120°C?

Dato

$Ce_{Pb} = 0.031$ cal/g°C

Respuesta:

$Q = 2687.7$ cal

2. La temperatura inicial de una barra de aluminio de 3 kg es de 25°C. ¿Cuál será su temperatura final si al ser calentada recibe 12 000 calorías?

Dato

$Ce_{Al} = 0.217$ cal/g°C

Respuesta:

$T_f = 43.43$°C

3. ¿Qué cantidad de calor necesitan 60 g de agua para que su temperatura aumente de 25°C a 100°C?

Respuesta:

$Q = 4500$ cal

4. Determine las calorías requeridas por una barra de cobre de 2.5 kg para que su temperatura aumente de 12°C a 300°C

Respuesta:

$Q = 66\ 960$ cal

5. Determine el calor específico de una muestra metálica de 400 g, si al suministrarle 620 calorías aumentó su temperatura de 15°C a 65°C. Consulte el cuadro 11.3 e identifique de qué sustancia se trata.

Respuestas:

$Ce = 0.031$ cal/g°C
La muestra es de plomo

6. 2 kg de agua se enfrían de 100°C a 15°C. ¿Qué cantidad de calor cedieron al ambiente?

Respuesta:

$Q = 170\ 000$ cal

8 CALOR LATENTE

Cuando una sustancia se funde o se evapora absorbe cierta cantidad de calor llamada calor latente, este término significa oculto, pues existe aunque no se incremente su temperatura ya que mientras dure la fusión o la evaporación de la sustancia no se registrará variación en la misma. En tanto, el calor sensible es aquel que al suministrarse a una sustancia eleva su temperatura

Calor latente de fusión

Para que un sólido pase al estado líquido debe absorber la energía necesaria a fin de destruir las uniones entre sus moléculas. Por lo tanto, mientras dura la fusión no aumenta la temperatura. Ejemplo: para fundir el hielo o congelar el agua sin cambio en la temperatura, se requiere un intercambio de 80 calorías por gramo. El calor requerido para este cambio en el estado físico del agua sin que exista variación en la temperatura, recibe el nombre de calor latente de fusión o simplemente calor de fusión del agua. Esto significa que si sacamos de un congelador cuya temperatura es de −6°C un pedazo de hielo de masa igual a 100 g y lo ponemos a la intemperie, el calor existente en el ambiente elevará la temperatura del hielo, y al llegar a 0°C y seguir recibiendo calor se comenzará a fundir. A partir de ese momento todo el calor recibido servirá para que la masa de hielo se transforme en agua. Como requiere 80 calorías por cada gramo, necesitará recibir 8 mil calorías del ambiente para fundirse totalmente. Cuando ésto suceda, el agua se encontrará aún a 0°C y su temperatura se incrementará sólo si continúa recibiendo calor, hasta igualar su temperatura con la del ambiente.

El calor de fusión es una propiedad característica de cada sustancia, pues según el material de que esté hecho el sólido requerirá cierta cantidad de calor para fundirse. Por definición: el calor latente de fusión de una sustancia es la cantidad de calor que requiere ésta para cambiar 1 g de sólido a 1 g de líquido sin variar su temperatura

$$\lambda_f = \frac{Q}{m} \therefore Q = m\lambda_f$$

donde: λ_f = calor latente de fusión en cal/g
Q = calor suministrado en calorías (cal)
m = masa de la sustancia en gramos (g)

Como lo contrario de la fusión es la solidificación, la cantidad de calor requerida por una sustancia para fundirse, es la misma que cede cuando se solidifica. Por tanto, con respecto a una sustancia el calor latente de fusión es igual al calor latente de solidificación.

En el cuadro 11.4 se dan algunos valores del calor latente de fusión para diferentes sustancias.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE CALOR LATENTE DE FUSION

Calcular la cantidad de calor que se requiere para cambiar 100 g de hielo a −15°C en agua a 0°C.

Solución:

Para que el hielo eleve su temperatura de −15°C hasta el punto de fusión a 0°C, se necesita una cantidad de calor que se calcula con la ecuación: $Q = mCe\Delta T$ y el valor del calor específico del hielo se lee en el cuadro 11.3 de donde:

$$Q_1 = mCe\Delta T = 100 \text{ g} \times 0.50 \text{ cal/g°C} \times 15\text{°C} = 750 \text{ cal}$$

Para que el hielo se funda y se tenga agua a 0°C, se aplica la ecuación $Q = m\lambda_f$ y el calor latente de fusión se lee en el cuadro 11.4, de donde:

$$Q_2 = m\lambda_f = 100 \text{ g} \times 80 \text{ cal/g} = 8000 \text{ cal}$$

Así, el calor total requerido es:

$$Q_1 + Q_2 = 750 \text{ cal} + 8000 \text{ cal} = 8750 \text{ cal}$$

Cuadro 11.4 CALOR LATENTE DE FUSION (a 1 atmósfera de presión)

Sustancia	λ_f en cal/g
Agua	80
Hierro	6
Cobre	42
Plata	21
Platino	27
Oro	16
Mercurio	2.8
Plomo	5.9

Calor latente de vaporización

A una presión determinada todo líquido calentado hierve a una temperatura fija que constituye su punto de ebullición. Este se mantiene constante independientemente del calor suministrado al líquido, pues si se le aplica mayor cantidad de calor, habrá mayor desprendimiento de burbujas sin cambio en la temperatura del mismo.

Cuando se produce la ebullición se forman abundantes burbujas en el seno del líquido, las cuales suben a la superficie desprendiendo vapor. Si se continúa calentando un líquido en ebullición, la temperatura ya no sube, esto provoca la disminución de la cantidad del líquido y aumenta la de vapor. Al medir la temperatura del líquido en ebullición y la del vapor se observa que ambos estados tienen la misma temperatura, es decir, coexisten en equilibrio termodinámico.

A presión normal (1 atm = 760 mm de Hg), el agua ebulle y el vapor se condensa a 100°C, a esta temperatura se le da el nombre de punto de ebullición del agua. Si se desea que el agua pase de líquido a vapor o viceversa sin variar su temperatura, necesita un intercambio de 540 calorías por cada gramo. Este calor necesario para cambiar de estado sin variar de temperatura se llama calor latente de vaporización del agua o simplemente calor de vaporización. Por definición: el calor de vaporización de una sustancia es la cantidad de calor que requiere para cambiar 1 g de líquido en ebullición a 1 g de vapor, manteniendo constante su temperatura.

$$= \frac{Q}{m} \therefore Q = m\lambda_v$$

donde: λ_v = calor de vaporización en cal/g
Q = calor suministrado en calorías (cal)
m = masa de la sustancia en gramos (g)

Como lo contrario de la evaporación es la condensación, la cantidad de calor requerida por una sustancia para evaporarse es igual a la que cede cuando se condensa, por tanto, en ambos el calor es igual al calor de vaporización para diferentes sustancias.

Cuadro 11.5 CALOR DE VAPORIZACION (a 1 atmósfera de presión)

Sustancia	λ_v en cal/g
Agua	540
Nitrógeno	48
Helio	6
Aire	51
Mercurio	65
Alcohol etílico	204
Bromo	44

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE CALOR LATENTE DE VAPORIZACION

Calcular la cantidad de calor que se requiere para cambiar 100 g de hielo a −10°C en vapor a 130°C.

Solución:

Para que el hielo eleve su temperatura de −10°C hasta el punto de fusión a 0°C, necesita una cantidad de calor igual a:

$$Q_1 = mCe\Delta T = 100 \text{ g} \times 0.50 \text{ cal/g°C} \times 10°\text{C} = 500 \text{ cal}$$

Para que el hielo se funda y se tenga agua a 0°C, se aplica la ecuación: $Q = m\lambda_f$, y el calor latente de fusión del agua se lee en el cuadro 11.4.

$$Q_2 = m\lambda_f = 100 \text{ g} \times 80 \text{ cal/g} = 8000 \text{ cal}$$

El calor que requiere el agua a fin de elevar su temperatura de 0°C hasta el punto de ebullición a 100°C se calcula con la ecuación $Q = mCe\Delta T$, y el calor específico del agua se lee en el cuadro 11.3.

$$Q_3 = mCe\Delta T = 100 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g°C} \times 100°\text{C} = 10\,000 \text{ cal}$$

En el cálculo del calor necesario para vaporizar el agua a 100°C se utiliza la ecuación: $Q = m\lambda_v$ y el calor de vaporización del agua se lee en el cuadro 11.5.

$$Q_4 = m\lambda_v = 100 \text{ g} \times 540 \text{ cal/g} = 54\,000 \text{ cal}$$

El calor que se necesita para calentar el vapor desde 100°C hasta 130°C, se calcula mediante la ecuación: $Q = mCe\Delta T$, y el calor específico del vapor se lee en el cuadro 11.3.

$$Q_5 = mCe\Delta T = 100 \text{ g} \times 0.48 \text{ cal/g°C} \times 30°\text{C} = 1440 \text{ cal}$$

El calor total que se requiere para el cambio de 100 g de hielo a −10°C en vapor a 130°C se encuentra sumando todos los calores.

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 500 \text{ cal} + 8\,000 \text{ cal} + 10\,000 \text{ cal} + 54\,000 \text{ cal} + 1\,440 \text{ cal} = 73\,940 \text{ cal}$$

9 CALOR CEDIDO Y ABSORBIDO POR LOS CUERPOS. USO DEL CALORIMETRO

Cuando un cuerpo caliente se pone en contacto con uno frío, existe un intercambio de energía térmica del cuerpo caliente al frío hasta que igualan su temperatura. En un intercambio de calor, la cantidad del mismo permanece constante, pues el calor transmitido por uno o más objetos calientes será

el que reciba uno o más objetos fríos. Esto da origen a la llamada Ley del Intercambio de Calor, que dice: en cualquier intercambio de calor efectuado, el calor cedido es igual al absorbido. En otras palabras:

calor perdido = calor ganado

Cuando se realizan experimentos cuantitativos de intercambio de calor en el laboratorio, se deben evitar al máximo las pérdidas de éste, así nuestros cálculos serán confiables. Por ello, es común utilizar un calorímetro. El más usual es el de agua, el cual consta de un recipiente externo de aluminio que en su interior tiene otro del mismo material, aislado con el propósito de evitar pérdidas de calor. Tiene además un agitador, un termómetro y una tapa.

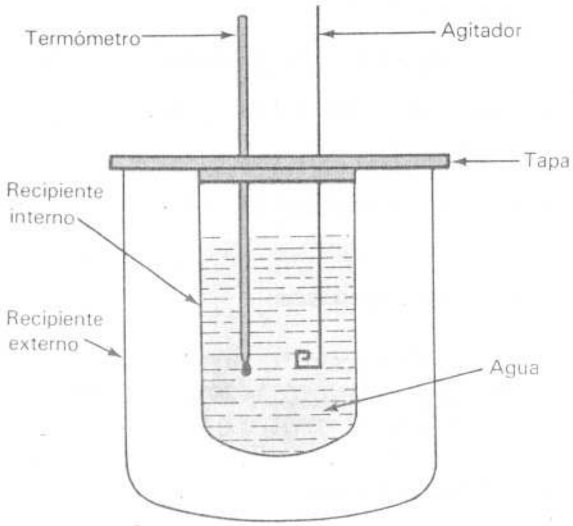


Fig. 11.9 Calorímetro de agua.

Por el llamado método de las mezclas el calorímetro de agua permite determinar el calor específico de algunas sustancias, para ello primero se le pone una masa determinada de agua a fin de conocer su temperatura. Después se determina la masa de la sustancia de la cual se va a calcular el calor específico y se calienta a una temperatura conocida (por ejemplo, se puede sumergir en agua previamente calentada a una cierta temperatura), para evitar su enfriamiento se introduce inmediatamente en el agua del calorímetro y se agita hasta que la temperatura indicada en el termómetro no varíe; esto significa que existe un equilibrio térmico en todas las partes. Al medir el aumento de temperatura en el agua del calorímetro se puede calcular cuál fue la cantidad de calor cedido al agua y al recipiente interior por la sustancia, y encontrar finalmente el calor específico de la misma mediante la sustitución de datos en la fórmula respectiva.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE USO DEL CALORIMETRO

1. Un trozo de hierro de 316.93 g se pone a calentar en un vaso de precipitados con agua hasta que alcanza una temperatura de 90°C. Se introduce inmediatamente en el recipiente interior del calorímetro de aluminio cuya masa es de 150 g que contiene 300 g de agua a 18°C. Se agita la mezcla y la temperatura aumenta hasta 25°C. ¿Cuál es el calor específico del hierro?

Datos

$m_{Fe} = 316.93$ g
$T_{Fe} = 90°C$
$m_{Al} = 150$ g
$Ce_{Al} = 0.217$ cal/g°C
$Ce_{H_2O} = 1.0$ cal/g°C
$m_{H_2O} = 300$ g
$T_0 = 18°C$
$T_f = 25°C$
$Ce_{Fe} = ?$

Solución:

Calor perdido por el hierro = calor ganado por el agua y el aluminio.

$Q_{Fe} = Q_{H_2O} + Q_{Al}$

como $Q = mCe\Delta T$ tenemos:

$m_{Fe}Ce_{Fe}\,(T_{Fe} - T_f) = m_{H_2O}Ce_{H_2O}\,(T_f - T_0) + m_{Al}Ce_{Al}\,(T_f - T_0)$

Sustitución y resultado

316.93 g Ce_{Fe} (90°C − 25°C) = 300 g × 1 cal/g°C (25°C − 18°C) + 150 g × 0.217 cal/g°C (25°C − 18°C) =

$20\,600.45 \text{ g°C } (Ce_{Fe}) = 2100 \text{ cal} + 227.85 \text{ cal}$

$$Ce_{Fe} = \frac{2\,327.85 \text{ cal}}{20\,600.45 \text{ g°C}} = 0.113 \text{ cal/g°C}$$

2. Se introducen 140 g de una aleación a una temperatura de 93°C en un calorímetro de aluminio de 50 g que contiene 200 g de agua a 20°C. Se agita la mezcla y la temperatura se estabiliza a los 24°C. ¿Cuál es el calor específico de la aleación? (Consultar en el cuadro 11.3 los valores de calores específicos que se requieran.)

Datos

$m_{aleac} = 140$ g
$T_{aleac} = 93°C$
$m_{Al} = 50$ g
$m_{H_2O} = 200$ g
$T_0 = 20°C$
$T_f = 24°C$
$Ce_{aleac} = ?$

Solución:

Calor perdido por la aleación = calor ganado por el agua y el aluminio.

$Q_{aleac} = Q_{H_2O} + Q_{Al} = m_{aleac}Ce_{aleac}$
$(T_{aleac} - T_f) = m_{H_2O}Ce_{H_2O}\,(T_f - T_0) +$
$m_{Al}Ce_{Al}\,(T_f - T_0)$

Sustitución y resultado

$140 \text{ g } Ce_{aleac}\,(93°C - 24°C) = 200 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g°C } (24°C - 20°C) + 50 \text{ g} \times 0.217 \text{ cal/g°C } (24°C - 20°C) =$
$9660 \text{ g°C } Ce_{aleac} = 800 \text{ cal} + 43.4 \text{ cal}$

$$Ce_{aleac} = \frac{843.4 \text{ cal}}{9\,660 \text{ g°C}} = 0.087 \text{ cal/g°C}$$

3. Determinar cuál es la temperatura final de 900 g de agua a 17°C contenida en un calorímetro de aluminio que tiene una masa de 300 g, después de introducir en ella un trozo de plomo de 400 g previamente calentado a 100°C.

Datos

$T_f = ?$
$m_{H_2O} = 900$ g
$T_0 = 17°C$
$m_{Al} = 300$ g
$m_{Pb} = 400$ g
$T_{Pb} = 100°C$
$Ce_{H_2O} = 1$ cal/g°C
$Ce_{Al} = 0.217$ cal/g°C
$Ce_{Pb} = 0.031$ cal/g°C

Solución:

Calor perdido por el plomo = calor ganado por el agua y el aluminio.

$Q_{Pb} = Q_{H_2O} + Q_{Al}$

$m_{Pb}Ce_{Pb}\,(T_{Pb} - T_f) =$

$m_{H_2O}Ce_{H_2O}\,(T_f - T_0) + m_{Al}Ce_{Al}\,(T_f - T_0)$

con $(T_f - T_0)$ como factor común:

$m_{Pb}Ce_{Pb}\,(T_{Pb} - T_f) =$

$(m_{H_2O}Ce_{H_2O} + m_{Al}Ce_{Al})\,(T_f - T_0)$

Sustitución y resultado

$400 \text{ g} \times 0.031 \text{ cal/g°C } (100°C - T_f) = (900 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g°C} + 300 \text{ g} \times 0.217 \text{ cal/g°C})\,(T_f - 17°C)$

multiplicando tenemos:

$12.4 \text{ cal/°C } (100°C - T_f) = (900 \text{ cal/°C} + 65.1 \text{ cal/°C})\,(T_f - 17°C)$

multiplicando tenemos:

$1240 \text{ cal} - (12.4 \text{ cal/°C})\,(T_f) = [(965.1 \text{ cal/°C})\,(T_f)] - 16\,406.7 \text{ cal}$

Al sumar cantidades con T_f y sin T_f:

$1240 \text{ cal} + 16\,406.7 \text{ cal} = 965.1 \text{ cal/°C } T_f + [(12.4 \text{ cal/°C})\,(T_f)] = 17\,646.7 \text{ cal} = (977.5 \text{ cal/°C})\,(T_f)$

Despejando a T_f

$$T_f = \frac{17\,646.7 \text{ cal}}{977.5 \text{ cal/°C}} = 18.05\text{°C}$$

4. Una barra caliente de cobre cuya masa es de 1.5 kg se introduce en 4 kg de agua, elevando su temperatura de 18°C a 28°C. ¿Qué temperatura tiene la barra de cobre?

Datos

$m_{Cu} = 1.5$ kg
$m_{H_2O} = 4$ kg
$T_0 = 18$°C
$T_f = 28$°C
$T_{Cu} = ?$
$Ce_{Cu} = 0.093$ cal/c
$Ce_{H_2O} = 1$ cal/g°C

Solución:

Calor perdido por el cobre = calor ganado por el agua.

$$Q_{Cu} = Q_{H_2O}$$
$$m_{Cu}Ce_{Cu}\,(T_{Cu} - T_f) = m_{H_2O}\,Ce_{H_2O}\,(T_f - T_0)$$

Sustitución y resultado

$$1\,500 \text{ g} \times 0.093 \text{ cal/g°C } (T_{Cu} - 28\text{°C}) =$$
$$4\,000 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g°C } (28\text{°C} - 18\text{°C}) =$$
$$139.5 \text{ cal/°C } (T_{Cu} - 28\text{°C}) = 40\,000 \text{ cal}$$
$$139.5 \text{ cal/°C } T_{Cu} - 3\,906 \text{ cal} = 40\,000 \text{ cal}$$
$$139.5 \text{ cal/°C } T_{Cu} = 40\,000 \text{ cal} + 3\,906 \text{ cal}$$

despejando a T_{Cu}

$$T_{Cu} = \frac{43\,906 \text{ cal}}{139.5 \text{ cal/°C}} = 314.7\text{°C}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una barra de plata de 335.2 g con una temperatura de 100°C se introduce en un calorímetro de aluminio de 60 g de masa que contiene 450 g de agua a 23°C. Se agita la mezcla y la temperatura se incrementa hasta 26°C. ¿Cuál es el calor específico de la plata?

   Respuesta:

   $Ce_{Ag} = 0.056$ cal/g°C

2. Un calorímetro de aluminio de 55 g de masa contiene 300 g de agua a una temperatura de 21°C. Si en él se introdujeron 160 g de una aleación a 85°C, ¿cuál es su calor específico si la temperatura del agua se incrementó hasta 25°C?

   Respuesta:

   $Ce_{aleac} = 0.13$ cal/g°C

3. Un recipiente de aluminio de 150 g contiene 200 g de agua a 10°C. Determinar la temperatura final del recipiente y del agua, si se introduce en ésta un trozo de cobre de 60 g a una temperatura de 300°C.

   Respuesta:

   $T_f = 16.78$°C

4. Determine la temperatura a la que se calentó una barra de hierro de 3 kg, si al ser introducida en 2 kg de agua a 15°C eleva la temperatura de ésta hasta 30°C.

   Respuesta:

   $T_{Fe} = 115.47$°C

10 LOS GASES Y SUS LEYES

Un gas se caracteriza porque sus moléculas están muy separadas unas de otras, razón por la cual carecen de forma definida y ocupan todo el volumen del recipiente que los contiene. Son fluidos como los líquidos pero se diferencian de éstos por ser sumamente compresibles debido a la mínima fuerza de cohesión entre sus moléculas. De acuerdo con la Teoría Cinética Molecular, los gases están cons-

tituidos por moléculas independientes como si fueran esferas elásticas en constante movimiento, chocando entre sí y contra las paredes del recipiente que los contiene. Cuando la temperatura de un gas aumenta, se incrementa la agitación de sus moléculas y en consecuencia se eleva la presión. Pero, si la presión permanece constante, entonces aumentará el volumen ocupado por el gas. Si un gas se comprime, se incrementan los choques entre sus moléculas y se eleva la cantidad de calor desprendida, como resultado de un aumento en la energía cinética de las moléculas. Todos los gases pueden pasar al estado líquido siempre y cuando se les comprima a una temperatura inferior a su temperatura crítica. La temperatura crítica de un gas es aquella temperatura por encima de la cual no puede ser licuado independientemente de que la presión aplicada sea muy grande. Los gases licuados tienen muchas aplicaciones, tal es el caso del oxígeno líquido utilizado en la soldadura autógena o el hidrógeno líquido que sirve como combustible de las naves espaciales. Los gases cuyc punto de ebullición se encuentra cercano a la temperatura del medio, generalmente se conservan a alta presión en recipientes herméticamente cerrados, como son los tanques estacionarios o móviles en los que se almacena el gas butano de uso doméstico, o el gas de los encendedores comerciales de cigarrillos.

Concepto de gas ideal

Un gas ideal es un gas hipotético que permite hacer consideraciones prácticas que facilitan algunos cálculos matemáticos. Se le supone conteniendo un número pequeño de moléculas, por tanto, su densidad es baja y su atracción intermolecular es nula. Debido a ello, en un gas ideal el volumen ocupado por sus moléculas es mínimo en comparación con el volumen total, por este motivo no existe atracción entre sus moléculas. Es evidente que en el caso de un gas real sus moléculas ocupan un volumen determinado y existe atracción entre las mismas. Sin embargo, en muchos casos estos factores son insignificantes y el gas puede considerarse como ideal.

Teoría Cinética de los Gases

La Teoría Cinética de los Gases parte de la suposición de que las moléculas de un gas están muy separadas y se mueven en línea recta hasta que al encontrarse con otra molécula se colisionan con ella o con las paredes del recipiente que las contiene.

Sus consideraciones principales son:

1. Los gases están constituidos por moléculas de igual tamaño y masa para un mismo gas, pero serán diferentes si se trata de gases distintos.
2. Las moléculas de un gas contenido en un recipiente, se encuentran en constante movimiento, razón por la cual chocan entre sí o contra las paredes del recipiente que las contiene.
3. Las fuerzas de atracción intermoleculares son despreciables, pues la distancia entre molécula y molécula es grande comparada con sus diámetros moleculares.
4. El volumen que ocupan las moléculas de un gas, es despreciable en comparación con el volumen total del gas.

Ley de Boyle

El inglés Robert Boyle (1627-1691) es considerado el padre de la química moderna. Fue el iniciador de las investigaciones respecto a los cambios en el volumen de un gas, como consecuencia de las variaciones en la presión aplicada, y enunció la siguiente ley que lleva su nombre:

Ley de Boyle: a una temperatura constante y para una masa dada de un gas, el volumen del gas varía de manera inversamente proporcional a la presión absoluta que recibe

Lo anterior quiere decir que cuando un gas ocupa un volumen de un litro a una atmósfera de presión, si la presión aumenta a dos atmósferas, el volumen del gas será ahora de medio litro (figura 11.10). Por tanto, esta ley también significa que la presión (P) multiplicada por el volumen (V) es igual a una constante (k) para una determinada masa de un gas a una temperatura constante. De donde, la Ley de Boyle se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$PV = k$$

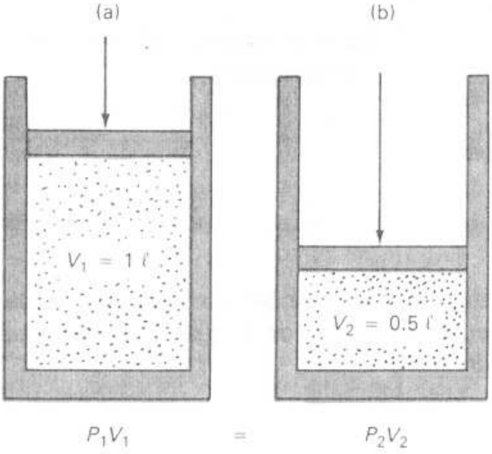


Fig. 11.10 Demostración de la Ley de Boyle, al aumentar la presión disminuye el volumen de un gas.

De acuerdo con la figura 11.10, tenemos que en (a) existe un estado 1 de presión y volumen:

$$P_1V_1 = k$$

donde: $1 \text{ atm} \times 1\ \ell = 1 \text{ atm}\ \ell$

En (b) existe un estado 2 de presión y volumen:

$$P_2V_2 = k$$

donde: $2 \text{ atm} \times 0.5\ \ell = 1 \text{ atm}\ \ell$

por tanto:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

Esta ecuación relaciona los dos estados de presión y volumen para una misma masa de un gas a igual temperatura.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE BOYLE

1. Un gas ocupa un volumen de 200 cm^3 a una presión de 760 mm de Hg. ¿Cuál será su volumen si la presión recibida aumenta a 900 mm de Hg?

Datos

$V_1 = 200 \text{ cm}^3$
$P_1 = 760 \text{ mm de Hg}$
$V_2 = ?$
$P_2 = 900 \text{ mm de Hg}$

Fórmula

$$P_1V_1 = P_2V_2 \therefore$$

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2}$$

Sustitución y resultado

$$V_2 = \frac{760 \text{ mm de Hg} \times 200 \text{ cm}^3}{900 \text{ mm de Hg}}$$
$$= 168.89 \text{ cm}^3$$

2. Calcular el volumen de un gas al recibir una presión de 2 atmósferas, si su volumen es de 0.75 litros a una presión de 1.5 atmósferas.

Datos

$V_1 = ?$
$P_1 = 2 \text{ atm}$
$V_2 = 0.75\ \ell$
$P_2 = 1.5 \text{ atm}$

Fórmula

$$P_1V_1 = P_2V_2 \therefore$$

$$V_1 = \frac{P_2V_2}{P_1}$$

Sustitución y resultado

$$V_1 = \frac{1.5 \text{ atm} \times 0.75\ \ell}{2 \text{ atm}} = 0.56\ \ell$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el volumen que ocupará un gas a una presión de 587 mm de Hg, si a una presión de 690 mm de Hg su volumen es igual a 1500 cm^3.

Respuesta:

$V_1 = 1763.2 \text{ cm}^3$

2. Un gas recibe una presión de 2 atmósferas y ocupa un volumen de 125 cm^3. Calcular la presión que debe soportar para que su volumen sea de 95 cm^3.

Respuesta:

$P_2 = 2.63 \text{ atm}$

Ley de Charles

En 1785 el científico francés Jacques Charles fue el primero en hacer mediciones acerca de los gases que se expanden al aumentar su temperatura y enunció una ley que lleva su nombre:

Ley de Charles: a una presión constante y para una masa dada de un gas, el volumen del gas varía de manera directamente proporcional a su temperatura absoluta

La Ley de Charles se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$\frac{V}{T} = k'$$

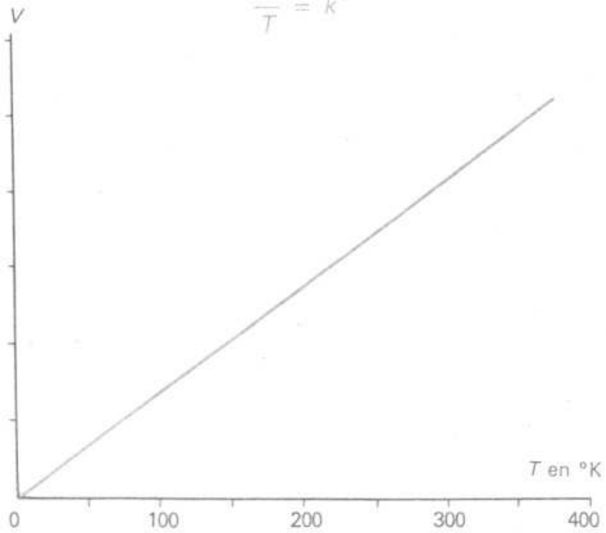


Fig. 11.11 El volumen de un gas aumenta a medida que se incrementa su temperatura absoluta.

De acuerdo con la figura 11.11, vemos que a una temperatura de 0°K, es decir, en el cero absoluto de temperatura y equivalente a −273°C, el volumen de un gas es nulo, lo cual significa que todo el movimiento de las moléculas ha cesado. En el cero absoluto de temperatura, la ausencia de volumen del gas y del movimiento de sus partículas implica el estado mínimo de energía y, por consiguiente, la mínima temperatura posible.

Al considerar a un gas bajo dos diferentes condiciones de volumen y temperatura tenemos:

$$\frac{V_1}{T_1} = k' \text{ (para un estado 1 de volumen y temperatura)}$$

$$\frac{V_2}{T_2} = k' \text{ (para un estado 2 de volumen y temperatura)}$$

donde:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Esta ecuación relaciona los dos estados de volumen y temperatura de un gas, para una masa y presión constantes.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE CHARLES

1. Se tiene un gas a una temperatura de 25°C y con un volumen de 70 cm³ a una presión de 586 mm de Hg. ¿Qué volumen ocupará este gas a una temperatura de 0°C si la presión permanece constante?

Datos

$T_1 = 25°C$
$V_1 = 70\ cm^3$
$V_2 = ?$
$T_2 = 0°C$
$P = cte.$

Fórmula

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore$$

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$$

Conversión de unidades

Para T_1: °K = °C + 273 = 25°C + 273 = 298°K

Para T_2: °K = °C + 273 = 0°C + 273 = 273°K

Sustitución y resultado

$$V_2 = \frac{70\ cm^3 \times 273°K}{298°K} = 64.13\ cm^3$$

2. Una masa determinada de nitrógeno gaseoso ocupa un volumen de 0.03 ℓ a una temperatura de 23°C y a una presión de una atmósfera, calcular su temperatura absoluta si el volumen que ocupa es de 0.02 ℓ a la misma presión.

Datos

$V_1 = 0.03\ \ell$
$T_1 = 23°C$
$T_2 = ?$
$V_2 = 0.02\ \ell$
$P =$ cte.

Fórmula

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

despejando T_2 por pasos

$$V_1 T_2 = V_2 T_1 \therefore$$

$$T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1}$$

Conversión de la temperatura en °C a temperatura absoluta, es decir, a °K

Para T_1: $°K = °C + 273 = 23°C + 273 = 296°K$

Sustitución y resultado

$$T_2 = \frac{0.02\ \ell \times 296°K}{0.03\ \ell} = 197.3°K$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una masa de oxígeno gaseoso ocupa un volumen de 50 cm^3 a una temperatura de 18°C y a una presión de 690 mm de Hg. ¿Qué volumen ocupará a una temperatura de 24°C si la presión recibida permanece constante?

   Respuesta:

   $V_2 = 51.03\ cm^3$

2. Calcular la temperatura absoluta a la cual se encuentra un gas que ocupa un volumen de 0.4 ℓ a una presión de una atmósfera, si a una temperatura de 45°C ocupa un volumen de 1.2 ℓ a la misma presión.

   Respuesta:

   $T_1 = 106°K$

Ley de Gay-Lussac

El científico francés Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850) encontró la relación existente entre la temperatura y la presión de un gas cuando el volumen del recipiente que lo contiene permanece constante. Como resultado de ello enunció la siguiente ley que lleva su nombre:

Ley de Gay-Lussac: a un volumen constante y para una masa determinada de un gas, la presión absoluta que recibe el gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta

Lo anterior significa que si la temperatura de un gas aumenta, también aumenta su presión en la misma proporción, siempre y cuando el volumen del gas permanezca constante. En forma matemática esta ley se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{P}{T} = k''$$

Si consideramos a un gas bajo dos diferentes condiciones de presión y temperatura tenemos:

$\frac{P_1}{T_1} = k''$ (para un estado 1 de presión y temperatura)

$\frac{P_2}{T_2} = k''$ (para un estado 2 de presión y temperatura)

donde:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Esta ecuación relaciona los dos estados de presión y temperatura de un gas, para una masa y volumen constantes.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE GAY-LUSSAC

1. Una masa dada de gas recibe una presión absoluta de 2.3 atmósferas, su temperatura es de 33°C y ocupa un volumen de 850 cm^3. Si el volumen del gas permanece constante y su temperatura aumenta a 75°C, ¿cuál será la presión absoluta del gas?

   Datos

   $P_1 = 2.3$ atm
   $T_1 = 33°C + 273 = 306°K$

   Fórmula

   $$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \therefore$$

$T_2 = 75°C + 273 = 348°K$
$P_2 = ?$
$V =$ cte.

$$P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

Sustitución y resultado

$$P_2 = \frac{2.3 \text{ atm} \times 348°K}{306°K} = 2.6 \text{ atm}^3$$

2. En un cilindro metálico se encuentra un gas que recibe una presión atmosférica de 760 mm de Hg, y cuando su temperatura es de 16°C con el manómetro se registra una presión de 1650 mm de Hg. Si al exponer el cilindro a la intemperie eleva su temperatura a 45°C debido a los rayos solares, calcular:

a) ¿Cuál es la presión absoluta que tiene el gas encerrado en el tanque?
b) ¿Cuál es la presión manométrica?

Datos

$P_{atm.} = 760$ mm de Hg
$P_{1manom.} = 1650$ mm de Hg
$T_1 = 16°C + 273 = 289°K$
$T_2 = 45°C + 273 = 318°K$
a) $P_{2abs.} = ?$
b) $P_{2manom.} = ?$
$V =$ cte.

Fórmula

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \therefore$$

$$P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$$

(3626 mm Hg

Solución:

a) Como la presión absoluta del gas es igual a la presión atmosférica más la presión manométrica tenemos:

$$P_{1abs.} = 760 \text{ mm de Hg} + 1650 \text{ mm de Hg} = 2410 \text{ mm de Hg}$$

Por tanto, la presión absoluta $P_{2abs.}$ será:

$$P_{2abs.} = \frac{2410 \text{ mm de Hg} \times 318°K}{289°K} = 2651.8 \text{ mm de Hg}$$

b) La presión manométrica será igual a la presión absoluta menos la presión atmosférica, es decir:

$$P_{2manom.} = P_{2abs.} - P_{atm.} = 2651.8 \text{ mm de Hg} - 760 \text{ mm de Hg} = 1891.8 \text{ mm de Hg}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Un gas encerrado en un recipiente mantiene una temperatura de 22°C y tiene una presión absoluta de 3.8 atmósferas. ¿Cuál es la temperatura del gas si su presión absoluta es de 2.3 atmósferas?

Respuesta:

$T_2 = 178.55°K$

2. Un balón de futbol recibe una presión atmosférica de 78 000 N/m^2 y se infla a una presión manométrica de 58 800 N/m^2, registrando una temperatura de 19°C. Si el balón recibe un incremento en su temperatura a 25°C debido a los rayos solares, calcular:
a) ¿Cuál será su presión absoluta?
b) ¿Cuál será su presión manométrica?

Respuestas:

a) $P_{2abs.} = 139\ 610.96\ N/m^2$
b) $P_{2manom.} = 61\ 610.96\ N/m^2$

Ley General del Estado Gaseoso

Con base en las leyes de Boyle, Charles y Gay-Lussac, se estudia la dependencia existente entre dos propiedades de los gases conservándose las demás constantes. No obstante, se debe buscar una relación real que involucre los cambios de presión, volumen y temperatura sufridos por un gas en cualquier proceso en que se encuentre. Esto se logra mediante la expresión:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

La relación anterior recibe el nombre de Ley General del Estado Gaseoso y resulta de gran utilidad cuando se desea conocer alguna de las variables

involucradas en el proceso, como la presión, el volumen o la temperatura de una masa dada de un gas del cual se conocen los datos de su estado inicial y se desconoce alguno de ellos en su estado final. Por tanto, la Ley General del Estado Gaseoso establece que para una masa dada de un gas, su relación $\frac{PV}{T}$ siempre será constante.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY GENERAL DEL ESTADO GASEOSO

1. Una masa de hidrógeno gaseoso ocupa un volumen de 2 litros a una temperatura de 38°C y a una presión absoluta de 696 mm de Hg. ¿Cuál será su presión absoluta si su temperatura aumenta a 60°C y su volumen es de 2.3 litros?

Datos

$V_1 = 2\ \ell$
$T_1 = 38°C + 273 = 311°K$
$P_1 = 696$ mm de Hg
$V_2 = 2.3\ \ell$
$T_2 = 60°C + 273 = 333°K$
$P_2 = ?$

Fórmula

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

despeje por pasos

$$P_1V_1T_2 = P_2V_2T_1 \therefore$$

$$P_2 = \frac{P_1V_1T_2}{V_2V_1}$$

Sustitución y resultado

$$P_2 = \frac{696 \text{ mm de Hg} \times 2\ \ell \times 333°K}{2.3\ \ell \times 311°K} = 648.03 \text{ mm de Hg}$$

2. Calcular el volumen que ocupará un gas en condiciones normales si a una presión de 858 mm de Hg y 23°C su volumen es de 230 cm³.

Datos

$P_1 = 858$ mm de Hg
$T_1 = 23°C + 273 = 296°K$
$V_1 = 230\ cm^3$
$V_2 = ?$

Fórmula

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \therefore$$

$$V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$$

Solución:

Como las condiciones normales se consideran a una temperatura de 0°C, es decir, 273°K, y una presión de una atmósfera igual a 760 mm de Hg tenemos que $P_2 = 760$ mm de Hg y $T_2 = 273°K$.

Sustitución y resultado

$$V_2 = \frac{858 \text{ mm de Hg} \times 230\ cm^3 \times 273°K}{760 \text{ mm de Hg} \times 296°K} = 239.48\ cm^3$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar el volumen ocupado por un gas que se encuentra a una presión absoluta de 970 mm de Hg y a una temperatura de 57°C, si al encontrarse a una presión absoluta de 840 mm de Hg y una temperatura de 26°C su volumen es de 0.5 litros.

Respuesta:

$V = 0.48\ \ell$

2. A un gas que está dentro de un recipiente de 4 litros se le aplica una presión absoluta de 1020 mm de Hg y su temperatura es de 12°C. ¿Cuál será su temperatura si ahora recibe una presión absoluta de 920 mm de Hg y su volumen es de 3.67 litros?

Respuesta:

$T_2 = 235.85°K$

La constante universal de los gases (R)

Como ya hemos estudiado, sabemos que:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} \ldots \quad (1)$$

por tanto: $\frac{PV}{T} = K \ldots$ (2)

o bien: $PV = KT \ldots$ (3)

El valor de K se encuentra determinado en función del número de moles (n) del gas en cuestión:

$$K = nR \ldots (4)$$

Sustituyendo 4 en 3 tenemos:

$$PV = nRT \ldots (5)$$

donde: P = presión absoluta a la que se encuentra el gas
V = volumen ocupado por el gas
n = número de moles del gas que se calcula dividiendo su masa entre su peso molecular: $n = \dfrac{m}{PM}$
R = es la constante universal de los gases y su valor depende de las unidades usadas

La ecuación 5 es una de las más utilizadas en fisicoquímica, ya que permite realizar varios cálculos al conocer el valor de R, pues establece una relación entre la presión, el volumen, la temperatura y el número de moles de un gas.

Para calcular el valor de R consideramos que un mol de cualquier gas ideal y en condiciones normales de presión y temperatura, es decir, una atmósfera y 273°K, ocupa un volumen de 22.413 litros. Por tanto, al despejar R de la ecuación 5 tenemos:

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{1 \text{ atm} \times 22.413\ \ell}{1 \text{ mol} \times 273°\text{K}}$$
$$= 0.0821 \text{ atm } \ell/\text{mol}°\text{K}$$

equivalente a:

$$R = 8.32 \text{ J/mol}°\text{K}$$

RESOLUCION DE UN PROBLEMA PARA LA OBTENCION DEL NUMERO DE MOLES DE UN GAS

Una masa de hidrógeno gaseoso ocupa un volumen de 200 litros en un tanque a una presión de 0.8 atmósferas y a una temperatura de 22°C. Calcular:

a) ¿Cuántos moles de hidrógeno se tienen?
b) ¿A qué masa equivale el número de moles contenidos en el tanque?

Datos

$V = 200\ \ell$
$P = 0.8$ atm
$T = 22°\text{C} + 273 = 295°\text{K}$
$n = ?$
$R = 0.0821 \text{ atm } \ell/\text{mol}°\text{K}$

Fórmulas

a) $PV = nRT \therefore$

$$n = \frac{PV}{RT}$$

b) $n = \dfrac{m}{PM}$

$$m = nPM$$

Solución:

a) $$n = \frac{0.8 \text{ atm} \times 200\ \ell}{0.0821 \dfrac{\text{atm } \ell}{\text{mol}°\text{K}} \times 295°\text{K}} = 6.606 \text{ mol}$$

b) Como el peso molecular (PM) del hidrógeno, cuya molécula es diatómica (H_2), es igual a 2 g/mol, tenemos que:

$$m = nPM = 6.606 \text{ mol} \times 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$
$$= 13.2 \text{ g de } H_2$$

EJERCICIO PROPUESTO

Una masa de oxígeno gaseoso ocupa un volumen de 70 litros en un recipiente que se encuentra a una presión de 1.5 atmósferas y a una temperatura de 298°K. Determinar:

a) ¿Cuántos moles de oxígeno se tienen?
b) ¿Qué masa en gramos de oxígeno contiene el recipiente?

Dato

Peso atómico del oxígeno: 16

Respuestas:

a) $n_{O_2} = 4.292$ moles
b) $m = 137.34$ g de O_2

11 TERMODINAMICA

La termodinámica es la rama de la Física que se encarga del estudio de la transformación del calor en trabajo y viceversa. Su estudio se inició en el siglo XVIII y sus principios se fundamentan en fenómenos comprobados experimentalmente.

Sistema termodinámico y paredes diatérmicas y adiabáticas

Sistema termodinámico

Es alguna porción de materia que separamos del resto del Universo por medio de un límite o frontera con el propósito de poder estudiarlo.

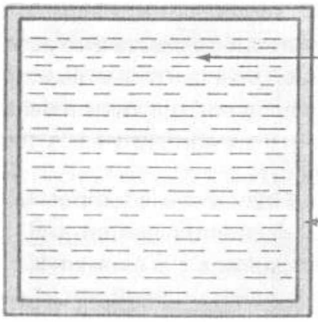


Fig. 11.12 Sistema termodinámico.

Paredes diatérmicas y adiabáticas

La frontera de un sistema puede estar constituida con paredes diatérmicas o con paredes adiabáticas. Una pared diatérmica es aquella que permite la interacción térmica del sistema con los alrededores. Una pared adiabática no permite que exista interacción térmica del sistema con los alrededores.

Al calentar agua en un matraz utilizando una flama, observamos que con el tiempo, el agua entrará en ebullición, pues nuestro sistema (el agua), interacciona térmicamente con los alrededores (la flama y el medio), ya que el matraz hecho de vidrio actúa como pared diatérmica. Pero si en lugar de calentar el agua en un matraz lo hacemos en un termo constituido por un recipiente de doble pared y

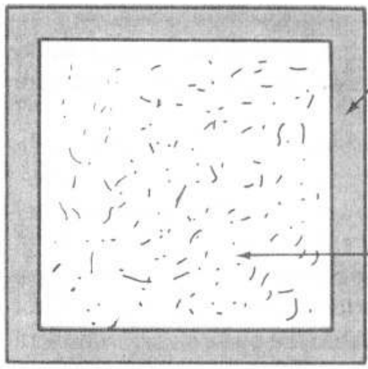


Fig. 11.13 Si la frontera de un sistema termodinámico está hecha con una pared diatérmica, existe interacción térmica del sistema con los alrededores.

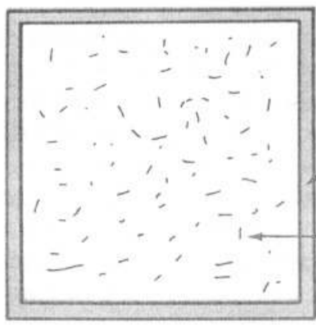


Fig. 11.14 Cuando la frontera de un sistema termodinámico está hecha con una pared adiabática, no existe interacción térmica del sistema con los alrededores.

con vacío intermedio, observaremos que no se calentará porque ahora la pared es adiabática y no permite la interacción térmica entre la flama y el sistema.

Cabe señalar que ninguna pared es 100% adiabática, pues toda la materia al recibir calor aumenta su temperatura; sin embargo, como unos cuerpos lo hacen rápidamente y otros en forma más lenta, en términos prácticos consideramos a unos como diatérmicos y a otros adiabáticos.

Procesos termodinámicos adiabáticos y no adiabáticos

Un proceso térmico es adiabático si el sistema no cede ni recibe calor, por lo que se realiza a calor constante. Para ello se utilizan fronteras hechas con paredes adiabáticas.

Un proceso térmico es no adiabático cuando el sistema interacciona térmicamente con los alrededores, el calor fluye a través de las paredes diatérmicas que constituyen la frontera y se produce un cambio tanto en los alrededores como en el sistema mismo. Durante los procesos térmicos no adiabáticos un sistema absorbe o cede calor. La cantidad de calor intercambiado en éstos depende de la sustancia y del proceso del que se trate.

Equilibrio termodinámico

Cuando un sistema de baja temperatura se pone en contacto por medio de una pared diatérmica con otro sistema de mayor temperatura, la temperatura del sistema frío aumenta mientras la temperatura del sistema caliente disminuye. Si se mantiene este contacto por un período largo, se establecerá el equilibrio termodinámico, es decir, ambos sistemas tendrán la misma temperatura. Es evidente que si los sistemas están formados por diferentes sustancias o diferentes porciones de ellas, no contengan la misma cantidad de energía aunque su temperatura sea igual.

Cuando la temperatura de un cuerpo caliente empieza a descender las moléculas reducen el número total e intensidad de sus procesos de movimiento. Como el calor es el resultado de los movimientos de vibración, rotación y traslación de las moléculas, se puede afirmar que el calor es la energía contenida en los movimientos de las moléculas de una sustancia.

Punto triple de una sustancia

Por definición, el punto triple de una sustancia es aquel en el cual sus tres fases (sólido, líquido y gaseoso) coexisten en equilibrio termodinámico.

Para obtener en forma experimental el punto triple de una sustancia, se debe variar la temperatura y la presión hasta lograr con ciertos valores que la sustancia se encuentre en sus tres fases. Por ejemplo: el punto triple del agua es cuando el hielo, el agua líquida y el vapor de agua, coexisten en equilibrio térmico. La temperatura del punto triple del agua es de 273.16°K y la presión es de 6.025×10^{-3} atmósferas.

Si un cuerpo sólido que se encuentra a una presión menor a la de su punto triple, es calentado, directamente se gasifica sin pasar por el estado líquido, efectuándose así una sublimación.

Energía interna

La energía interna de un sistema se define como la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas individuales que lo constituyen. Al suministrar calor a un sistema, se provoca un aumento en la energía de agitación de sus moléculas, se produce un incremento en la energía interna del sistema y por consiguiente un aumento en la temperatura.

En general, cuanto mayor sea la temperatura de un sistema, mayor será su energía interna. Sin embargo, los valores absolutos de ésta en las moléculas no se pueden precisar, motivo por el cual sólo se determina la variación que sufre la energía del sistema mediante la expresión:

$$\Delta U = U_f - U_i$$

donde: ΔU = variación de la energía interna expresada en joules (J)

U_f = energía interna final medida en joules (J)

= energía interna inicial expresada en joules (J)

Ley Cero de la Termodinámica

Para comprender esta ley, observemos la siguiente figura.

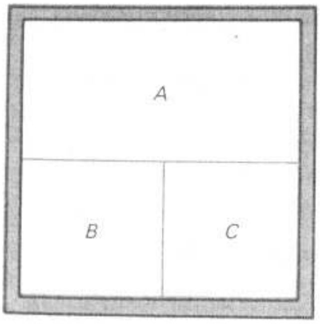


Fig. 11.15 Si los sistemas *A* y *B* están en equilibrio termodinámico con el sistema *C*, entonces los sistemas *A* y *B* se encuentran en equilibrio termodinámico entre sí.

Esta ley nos explica que cuando un sistema se pone en contacto con otros, al transcurrir el tiempo, la temperatura será la misma, porque se encontrarán en equilibrio térmico. Otra forma de expresar la Ley Cero de la Termodinámica es la siguiente:

La temperatura es una propiedad que posee cualquier sistema termodinámico y existirá equilibrio térmico entre dos sistemas cualesquiera, si su temperatura es la misma

Equivalente mecánico del calor

En la actualidad a ningún estudiante de Física le parece raro escuchar que el calor es una forma de energía y, por lo mismo, las unidades para medirlo son las mismas empleadas para medir la energía. Sin embargo, fue a fines del siglo XVIII cuando Benjamín Thompson, Conde de Rumford, propuso que el calentamiento causado por la fricción se debía a la conversión de la energía mecánica en térmica, con ello desechó la Teoría del Calórico.

El inglés James Prescott Joule, industrial cervecero, continuó los estudios de Thompson y a mediados del siglo XIX comprobó que siempre que se realiza una cierta cantidad de trabajo se produce una cantidad equivalente de calor. El trabajo de Joule estableció el principio llamado equivalente mecánico del calor en el cual se demuestra que por cada joule de trabajo se producen 0.24 calorías y que cuando una caloría de energía térmica se convierte en trabajo se obtienen 4.2 joules. Por tanto:

1 cal = 4.2 J
1 J = 0.24 cal

Aunque la caloría y el Btu son unidades de calor creadas antes de aceptar que el calor es energía, aún se utilizan ampliamente, pues son precisas y resultan prácticas al resolver problemas. Por ello, no debemos olvidar que tanto el joule como la caloría son unidades empleadas para medir la energía térmica y que de acuerdo con el equivalente mecánico del calor podemos transformar una unidad en otra.

Trabajo termodinámico

El cilindro de la figura 11.16 contiene un gas encerrado por un pistón o émbolo. Para comprimir el gas se debe aplicar una fuerza al émbolo, el cual al recorrer una cierta distancia disminuirá el volumen del gas, realizando un trabajo de compresión. El valor del trabajo efectuado puede calcularse de acuerdo con la siguiente deducción:

$$T = Fd \ldots (1)$$

como $P = \dfrac{F}{A}$

$$F = PA \ldots (2)$$

sustituyendo 2 en 1:

$$T = PAd \ldots (3)$$

Como Ad es el volumen al que se ha comprimido el gas, tenemos:

$$Ad = \Delta V = V_f - V_i \ldots (4)$$

sustituyendo 4 en 3:

$$T = P(V_f - V_i) \ldots (5)$$

donde: T = trabajo realizado en joules a una presión constante del gas (proceso isobárico)

P = presión constante del gas en N/m^2

$V_f - V_i$ = variación de volumen en el gas en metros cúbicos (m^3)

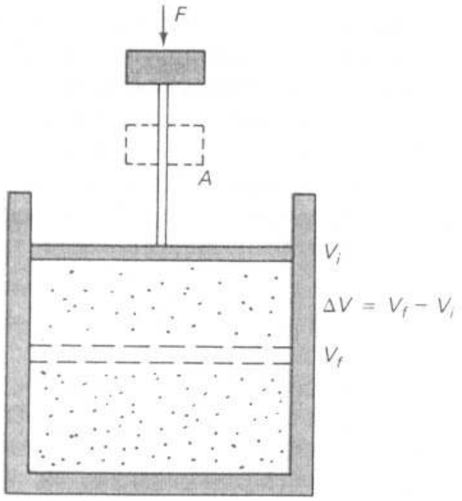


Fig. 11.16 Cuando un gas se comprime o expande a presión constante (proceso isobárico), el trabajo realizado se calcula con la expresión: $T = P\,(V_f - V_i)$, o bien, $T = P\Delta V$.

Al efectuarse un trabajo de compresión, éste se transforma íntegramente en calor del sistema, porque comunica al gas una energía adicional que aumenta la energía interna de sus moléculas elevando la temperatura. En la compresión de un gas, el volumen final es menor al inicial, por tanto, el trabajo realizado es negativo, y se dice que se efectuó un trabajo de los alrededores sobre el sistema.

En un trabajo de expansión producido gracias a la energía interna de las moléculas del gas, la temperatura del sistema disminuye. Si al expanderse un gas el volumen final es mayor al inicial y el trabajo es positivo, entonces el sistema realizó un trabajo sobre los alrededores.

Cuando en un proceso el volumen del sistema permanece constante (proceso isocórico), no se realiza ningún trabajo por el sistema ni sobre éste, ya que $\Delta V = 0$ y, por tanto

$$T = P\,(V_f - V_i) = T = P\Delta V = 0$$

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE TRABAJO TERMODINAMICO

Calcular el trabajo realizado al comprimir un gas que está a una presión de 2.5 atmósferas desde un volumen inicial de 800 cm^3 a un volumen final de 500 cm^3. Expresar el resultado en joules.

Datos	*Fórmula*
$T = ?$	$T = P\,(V_f - V_i)$
$P = 2.5$ atm	
$V_i = 800\ cm^3$	
$V_f = 500\ cm^3$	

Conversión de unidades

$$2.5\ \text{atm} \times \frac{1.013 \times 10^5\ N/m^2}{1\ \text{atm}} = 2.53 \times 10^5\ N/m^2$$

$$800\ cm^3 \times \frac{1 \times 10^{-6}\ m^3}{1\ cm^3} = 800 \times 10^{-6}\ m^3$$

$$500\ cm^3 \times \frac{1 \times 10^{-6}\ m^3}{1\ cm^3} = 500 \times 10^{-6}\ m^3$$

Sustitución y resultado

$$T = 2.53 \times 10^5\ N/m^2\ (500 \times 10^{-6}\ m^3 - 800 \times 10^{-6}\ m^3) = -759 \times 10^{-1}\ Nm = -75.9\ J$$

Nota: El signo menos del trabajo indica que se realizó trabajo sobre el sistema.

Primera Ley de la Termodinámica

Con el descubrimiento hecho por Joule acerca del equivalente mecánico de calor se demostró que la energía mecánica se convierte en energía térmica cuando por fricción aumenta la energía interna de un cuerpo, y que la energía térmica se puede convertir en energía mecánica si un gas encerrado en un cilindro se expande y mueve un émbolo, con esto, ha sido posible establecer claramente la Ley de la Conservación de la Energía.

Esta ley, aplicada al calor, da como resultado el enunciado de la Primera Ley de la Termodinámica que dice: la variación en la energía interna de un sistema es igual a la energía transferida a los alrededores o por ellos en forma de calor y de trabajo, por lo que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

Matemáticamente la Primera Ley de la Termodinámica se expresa como:

$$\Delta U = Q - W$$

donde: ΔU = variación de la energía interna del sistema expresada en calorías (cal) o joules (J)

Q = calor que entra o sale del sistema medido en calorías (cal) o joules (J)

W = trabajo efectuado por el sistema o trabajo realizado sobre éste expresado en calorías (cal) o joules (J)

El valor de Q es positivo cuando entra calor al sistema y negativo si sale de él. El valor de W es positivo si el sistema realiza trabajo y negativo si se efectúa trabajo de los alrededores sobre el sistema. Así pues, si un sistema acepta cierta cantidad de calor Q y realiza un trabajo W sobre los alrededores, el cambio en su energía interna será igual a: $Q - W = \Delta U$.

En la figura 11.17 vemos un sistema formado por un gas dentro de un cilindro que contiene un émbolo. Al suministrarle calor al cilindro, la energía interna del sistema aumenta, pero si el gas ejerce una fuerza suficiente sobre el émbolo y lo desplaza se habrá realizado un trabajo del sistema sobre los alrededores. Por tanto, la variación de la energía interna del sistema será igual al calor que haya absorbido, menos el trabajo realizado en la expansión del gas.

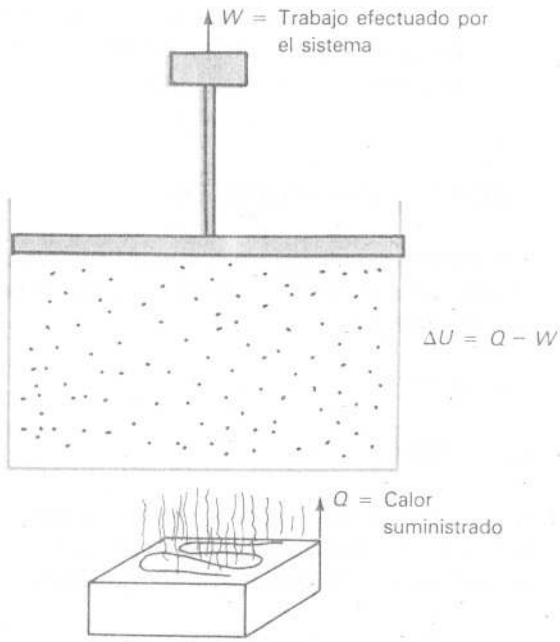


Fig. 11.17 La variación de la energía interna del sistema equivale a la diferencia entre el calor absorbido y el trabajo realizado: $\Delta U = Q - W$.

Al suministrar calor a un sistema formado por un gas encerrado en un cilindro hermético, el volumen permanece constante (proceso isocórico), y al no realizar ningún trabajo todo el calor suministrado al sistema aumentará su energía interna:

$$\Delta U = U_f - U_i = Q$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS SOBRE LA PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA

1. A un sistema formado por un gas encerrado en un cilindro con émbolo, se le suministra 200 calorías y realiza un trabajo de 300 joules. ¿Cuál es la variación de la energía interna del sistema expresado en joules?

Datos	*Fórmula*
$Q = 200$ cal	$\Delta U = Q - W$
$W = 300$ J	
$\Delta U = ?$	

Conversión de unidades

1 cal = 4.2 J

$$200 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 840 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$\Delta U = 840 \text{ J} - 300 \text{ J} = 540 \text{ J}$

Nota: El calor tiene signo positivo, pues entra al sistema, y el trabajo también; ya que lo realiza el sistema. El valor positivo de ΔU indica que se incrementó la energía interna del sistema.

2. ¿Cuál será la variación de la energía interna en un sistema que recibe 50 calorías y se le aplica un trabajo de 100 J?

Datos	*Fórmula*
$\Delta U = ?$	$\Delta U = Q - W$
$Q = 50$ cal	
$W = -100$ J	

Conversión de unidades

$$50 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 210 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$$\Delta U = 210 \text{ J} - (-100 \text{ J}) = 310 \text{ J}$$

Nota: El signo del trabajo es negativo, porque se realizó sobre el sistema.

3. A un gas encerrado en un cilindro hermético, se le suministran 40 calorías ¿cuál es la variación de su energía interna?

Datos	*Fórmula*
$Q = 40$ cal	$\Delta U = Q -$
$\Delta U = ?$	
$W = 0$	

Conversión de unidades

$$40 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 168 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$$\Delta U = 168 \text{ J} - 0 = 168 \text{ J}$$

Nota: Al no realizarse ningún trabajo, todo el calor suministrado incrementó la energía interna del sistema.

4. Sobre un sistema se realiza un trabajo de −100 joules y éste libera −40 calorías a los alrededores. ¿Cuál es la variación en su energía interna?

Datos	*Fórmula*
$W = -100$ J	$\Delta U = Q - W$
$Q = -40$ cal	
$\Delta U = ?$	

Conversión de unidades

$$-40 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = -168 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$$\Delta U = -168 \text{ J} - (-100 \text{ J}) = -68 \text{ J}$$

Nota: El signo negativo de la variación de la energía interna del sistema indica que disminuyó su valor, porque sólo recibió 100 J en forma de trabajo y perdió 168 J en forma de calor.

5. Un sistema al recibir un trabajo de −170 J sufre una variación en su energía interna igual a 80 J. Determinar la cantidad de calor que se transfiere en el proceso y si el sistema recibe o cede calor.

Datos	*Fórmula*
$\Delta U = 80$ J	$\Delta U = Q - W \therefore$
$W = -170$ J	$Q = \Delta U + W$
$Q = ?$	

Sustitución y resultado

$$Q = 80 \text{ J} + (-170 \text{ J}) = -90 \text{ J}$$

Nota: Si el calor tiene signo negativo, el sistema cede calor a los alrededores. Sin embargo, su energía interna aumentó, ya que se efectuó un trabajo sobre él.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la variación en la energía interna de un sistema al recibir 500 calorías y realizar un trabajo de 800 joules.

Respuesta:

$\Delta U = 1300$ J

2. Sobre un sistema se realiza un trabajo equivalente a 1000 J y se le suministran 600 cal. Calcular cuál es la variación de su energía interna.

Respuesta:

$\Delta U = 3520$ J

3. Un gas es encerrado en un cilindro hermético y se le suministran 100 cal. Calcular:

   a) ¿Cuál es la variación de su energía interna?
   b) ¿Realiza trabajo?

   Respuestas:

   a) $\Delta U = 420$ J
   b) No

4. Un sistema varía su energía interna en 300 J al efectuarse un trabajo de -700 J. Determinar la cantidad de calor que se transfiere en el proceso, señalando si lo cedió o lo absorbió el sistema.

   Respuesta:

   $Q = -400$ J cedidos por el sistema

5. Determine la variación de la energía interna de un sistema cuando sobre él se realiza un trabajo de 50 J, liberando 20 cal al ambiente.

   Respuesta:

   $\Delta U = -34$ J

Segunda Ley de la Termodinámica

La energía térmica no fluye en forma espontánea de un sistema frío a otro caliente. Sólo cuando se tienen dos sistemas con diferentes temperaturas se puede utilizar la energía térmica para producir trabajo. El calor fluye espontáneamente del sistema caliente al frío hasta que se igualan las temperaturas. Durante este proceso, parte del calor se transforma en energía mecánica a fin de efectuar un trabajo, pero no todo el calor puede ser convertido en trabajo mecánico.

La Primera Ley de la Termodinámica, como ya señalamos, estudia la transformación de la energía mecánica en térmica y la del calor en trabajo, sin imponer ninguna restricción en estos cambios. Sin embargo, la Segunda Ley de la Termodinámica señala restricciones al decir que existe un límite en la cantidad de trabajo, el cual es posible obtener a partir de un sistema caliente.

Existen dos enunciados que definen la Segunda Ley de la Termodinámica, uno del físico alemán Rudolph J. E. Clausius: el calor no puede por sí mismo, sin la intervención de un agente externo, pasar de un cuerpo frío a un cuerpo caliente. Y otro del físico inglés William Thomson Kelvin: es imposible construir una máquina térmica que transforme en trabajo todo el calor que se le suministra

Conclusiones de las leyes primera y segunda de la termodinámica

Las leyes de la termodinámica son verdades universales, establecidas después de haber realizado numerosos experimentos tanto cualitativos como cuantitativos.

La primera ley, conocida como Ley de la Conservación de la Energía, afirma que la energía existente en el Universo es una cantidad constante. Esta ley se confirma cuando Albert Einstein nos demuestra la relación entre materia y energía. La segunda ley tiene aplicaciones importantes en el diseño de máquinas térmicas empleadas en la transformación de calor en trabajo. También es útil para interpretar orígenes del Universo, pues explica los cambios energéticos que ha tenido y tendrá en un futuro. Predice que dentro de billones de años se producirá la llamada muerte térmica del Universo, la cual ocurrirá cuando toda la energía del Universo se reduzca a la de las moléculas en movimiento y toda la materia tenga la misma temperatura. Al no existir diferencias de temperatura, el calor ya no podrá transformarse en otros tipos de energía y por ello los seres vivos se extinguirán.

Entropía y Tercera Ley de la Termodinámica

La entropía es una magnitud física utilizada por la termodinámica para medir el grado de desorden de la materia. En un sistema determinado la entropía o estado de desorden dependerá de su energía térmica y de cómo se encuentren distribuidas sus moléculas.

Como en el estado sólido las moléculas están muy próximas unas de otras y se encuentran en una

distribución bastante ordenada, su entropía es menor si se compara con la del estado líquido, y en éste menor que en el estado gaseoso. Cuando un líquido es calentado las moléculas aumentan su movimiento y con ello su desorden, por tanto, al evaporarse se incrementa considerablemente su entropía. En general, la naturaleza tiende a aumentar su entropía, es decir, su desorden molecular.

Como resultado de sus investigaciones, el físico y químico alemán Walther Nernst estableció otro principio fundamental de la termodinámica llamado Tercera Ley de la Termodinámica, dicho principio se refiere a la entropía de las sustancias cristalinas y puras en el cero absoluto de temperatura (0°K), y se enuncia de la siguiente manera: la entropía de un sólido cristalino puro y perfecto puede tomarse como cero a la temperatura del cero absoluto

Por tanto, un cristal perfectamente ordenado a 0°K tendrá un valor de entropía igual a cero. Cualquier incremento de la temperatura, por encima de 0°K, causa una alteración en el arreglo de las moléculas componentes de la red cristalina, aumentando así el valor de la entropía.

Máquinas térmicas

Las máquinas térmicas son aparatos que se utilizan para transformar la energía calorífica en trabajo mecánico. Existen tres clases:

1. Máquinas de vapor.
2. Motores de combustión interna.
3. Motores de reacción.

Independientemente de la clase de máquina térmica de que se trate, su funcionamiento básico consiste en la dilatación de un gas caliente, el cual al realizar un trabajo se enfría.

Máquinas de vapor

Cuando el agua se transforma en vapor, se expande ocupando un volumen 1700 veces mayor que en su estado líquido. Las máquinas de vapor emplean la enorme energía producida por esta expansión para generar un trabajo. Una máquina de vapor es de combustión externa si el combustible se quema fuera de ella, calentando la caldera productora del vapor que la alimenta.

El vapor producido por la caldera se acumula a muy altas presiones, de ahí pasa al cilindro donde empuja al émbolo hacia el extremo opuesto. Al final del desplazamiento (carrera) entra vapor por este extremo, empujando al émbolo a su posición inicial. Por medio de un vástago (varilla que penetra por un extremo del cilindro), se pone en conexión el émbolo con un cigüeñal que transforma el movimiento alternativo del émbolo en giratorio. Mientras el vapor penetra y se expande con fuerza a través de un lado del émbolo, el vapor contenido en el otro extremo del cilindro se escapa por una lumbrera con dos aberturas: una para el escape y otra para la admisión del vapor. El vapor utilizado puede disiparse hacia la atmósfera, o bien, ser pasado a un condensador a fin de que al encontrarse en estado líquido se vuelva a emplear en la caldera.

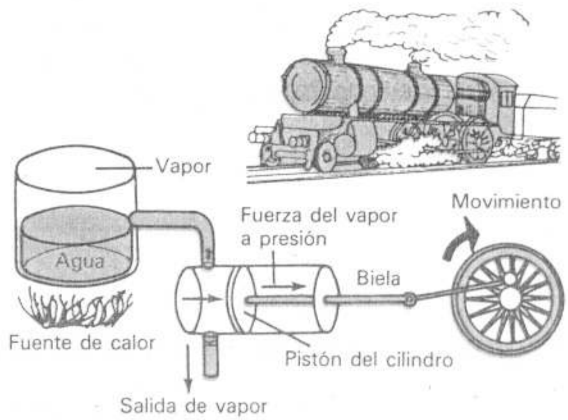


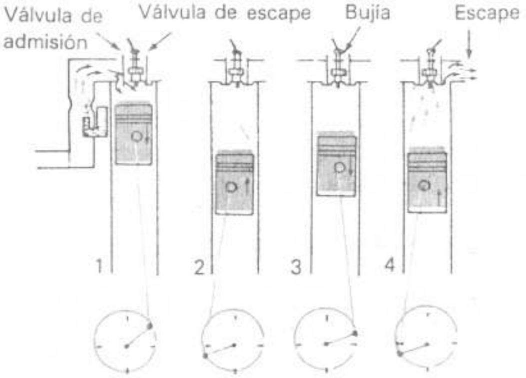
Fig. 11.18 Máquina de vapor.

Motores de combustión interna

Los motores de combustión interna o de explosión se llaman así porque el combustible se quema dentro del motor donde realiza su función. Estos motores aprovechan la expansión de los gases producidos por la combustión viva de una mezcla carburante en la cámara de combustión del cilindro. Los gases empujan un émbolo y debido a la utilización de una biela el movimiento de éste se transforma en movimiento giratorio del cigüeñal. Existen motores de combustión de cuatro y de dos tiempos.

En un motor de cuatro tiempos su ciclo es el siguiente:

1. Admisión. El émbolo se mueve hacia abajo, absorbiendo una mezcla de combustión y aire que procede del carburador.
2. Compresión. El émbolo se desplaza hacia la parte alta del cilindro. La válvula de admisión se ha cerrado, y la mezcla de aire y combustible ya no puede escapar. Al subir el émbolo, la mezcla carburante lo comprime fuertemente en la cámara de combustión, lo cual se denomina índice de compresión. Por ejemplo: si al principio la mezcla ocupa la totalidad del cilindro, al final sólo llenará una octava parte del mismo, es decir, su índice de compresión es de 8 a 1.



1 = Admisión, 2 = Compresión, 3 = Explosión, 4 = Escape

Fig. 11.19 Motor de cuatro tiempos.

3. Explosión. La chispa eléctrica que salta entre los electrodos de la bujía se encarga de encender e inflamar la mezcla, produciéndose así una violenta dilatación de los gases encargados de empujar el émbolo hacia abajo, y al arrastrar al cigüeñal realiza trabajo mecánico.
4. El émbolo se eleva de nuevo en el interior del cilindro, abriéndose la válvula de escape, la cual se encuentra en la parte alta de éste. El movimiento de elevación del émbolo expulsa los gases quemados por medio de la lumbrera de escape. Cuando llega el final de la carrera, la válvula se cierra y el motor inicia nuevamente su ciclo. La apertura de las válvulas de admisión y de escape, así como la producción de la chispa en la cámara de combustión se obtienen a través de mecanismos sincronizados con el cigüeñal.

Los motores cuyo ciclo es de dos tiempos generan potencia cada vez que el émbolo baja, esto se logra al combinar el escape, la admisión y la compresión en un solo tiempo. Además no tienen válvulas de admisión ni de escape, sino lumbreras abiertas a los lados del cilindro, las cuales son tapadas y destapadas por el émbolo en su desplazamiento hacia arriba y abajo.

Los motores Diesel, llamados de combustión pesada o de aceites pesados, se caracterizan porque no tienen sistema de encendido ni carburador. En estos motores cuando el émbolo baja aspira aire puro y al subir lo comprime fuertemente de 30 a 50 atmósferas, calentándolo a temperaturas de 500 a 600°C. Enseguida se inyecta en ese aire un chorro de combustible líquido que se pulveriza en la cámara y se inflama en forma espontánea por la alta temperatura existente. Los gases en su expansión empujan el émbolo, mismo que realizará un trabajo mecánico.

Motores de reacción

Los motores de reacción se basan en el principio de la acción y reacción. Existen dos tipos principales de motores a reacción: los turborreactores y los cohetes

Los turborreactores constan de un generador de gases muy calientes y de una tobera que los expele hacia atrás en forma de chorro (acción), así impulsa al motor y al móvil en el cual se encuentra instalado hacia adelante (reacción).

El motor del cohete no necesita del aire atmosférico para funcionar, pues contiene en su interior las sustancias químicas para la combustión. Los gases calientes producidos en la cámara de combustión son expelidos con gran fuerza hacia atrás (acción), de esta manera impulsan a la nave hacia adelante (reacción).

Eficiencia de las máquinas térmicas

De acuerdo con la Segunda Ley de la Termodinámica, es imposible construir una máquina térmica que transforme en trabajo todo el calor suministrado. Esta limitación de las máquinas térmicas, cuya eficiencia nunca podrá ser del 100%, se debe a que la mayor parte del calor proporcionado en lugar de convertirse en trabajo mecánico se disipa a la at-

mósfera, ya sea por el calor que arrastran los humos y gases residuales calientes o por el calor perdido a través de la radiación y la fricción entre sus partes móviles. En realidad, la eficiencia de las máquinas térmicas es bastante baja, pues en las máquinas de vapor va de un 20% a un 35% máximo, en los motores de gasolina es de 23% y en los motores Diesel es de un máximo de 40%.

Por definición: la eficiencia o rendimiento de una máquina térmica es la relación entre el trabajo mecánico producido y la cantidad de calor que se le suministra. Matemáticamente se expresa:

$$\eta = \frac{T}{Q} \ldots (1)$$

donde: η = eficiencia de la máquina térmica
T = trabajo neto producido por la máquina en calorías (cal) o joules (J)
Q = calor suministrado a la máquina por el combustible en calorías (cal) o joules (J)

Como el trabajo neto producido por la máquina es igual a la diferencia entre el calor que se le suministra (Q_1) y el calor que no puede aprovecharse porque se disipa en la atmósfera (Q_2):

$$T = Q_1 - Q_2$$

donde la eficiencia se expresa:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

o bien:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \ldots (2)$$

Como siempre existirá una cantidad de calor que no se puede aprovechar (Q_2) para convertirla en trabajo, la eficiencia de una máquina térmica será menor que uno. Si se desea expresar la eficiencia en porcentajes, bastará con multiplicar las ecuaciones 1 y 2 por 100.

La eficiencia de una máquina térmica también se puede calcular en función de la relación que hay entre la temperatura de la fuente caliente (T_1) y la temperatura de la fuente fría (T_2), ambas medidas en temperaturas absolutas, es decir, en grados Kelvin (°K)

donde:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \ldots (3)$$

Fuente caliente (T_1) es la temperatura absoluta del foco que suministra el calor para producir trabajo, y fuente fría (T_2) es la temperatura absoluta del foco por donde se escapa el calor que no es aprovechado en trabajo

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE EFICIENCIA TERMICA

1. Calcular la eficiencia de una máquina térmica a la cual se le suministra 5.8×10^8 cal realizando un trabajo de 6.09×10^8 J.

Datos

$\eta = ?$

$Q = 5.8 \times 10^8$ cal

$T = 6.09 \times 10^8$ J

Fórmula

$$\eta = \frac{T}{Q}$$

Conversión de unidades

$$5.8 \times 10^8 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 24.36 \times 10^8 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$$\eta = \frac{6.09 \times 10^8 \text{ J}}{24.36 \times 10^8 \text{ J}} = 0.25$$

$$\eta = 0.25 \times 100 = 25\%$$

2. Calcular en joules el trabajo que producirá una máquina térmica cuya eficiencia es de 22%, al suministrarle 4.5×10^3 cal.

Datos

$T = ?$

$\eta = 22\%$

$Q = 4.5 \times 10^3$ cal

Fórmula

$$\eta = \frac{T}{Q} \therefore$$

$$T = \eta Q$$

Conversión de unidades

$$4.5 \times 10^3 \text{ cal} \times \frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 18.9 \times 10^3 \text{ J}$$

Sustitución y resultado

$$T = 0.22 \times 18.9 \times 10^3 \text{ J} = 4.158 \times 10^3 \text{ J}$$

3. ¿Cuál es la eficiencia de una máquina térmica a la que se le suministran 3.8×10^4 cal de las cuales 2.66×10^4 cal se pierden por transferencia de calor al ambiente? Calcular la cantidad de trabajo producida en joules.

Datos

$\eta = ?$
$Q_1 = 3.8 \times 10^4$ cal
$Q_2 = 2.66 \times 10^4$ cal
$T = ?$

Fórmula

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$
$$T = Q_1 - Q_2$$

Sustitución y resultado

$$\eta = 1 - \frac{2.66 \times 10^4 \text{ cal}}{3.8 \times 10^4 \text{ cal}} = 1 - 0.7 = 0.3$$
$$\eta = 0.3 \times 100 = 30\%$$
$$T = 3.8 \times 10^4 \text{ cal} - 2.66 \times 10^4 \text{ cal}$$
$$= 1.14 \times 10^4 \text{ cal}$$
$$T = 1.14 \times 10^4 \text{ cal}\,\frac{4.2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 4.788 \times 10^4 \text{ J}$$

4. En una máquina térmica se emplea vapor producido por la caldera a 240°C, mismo que después de ser utilizado para realizar trabajo es expulsado al ambiente a una temperatura de 110°C. Calcular la eficiencia máxima de la máquina expresada en porcentaje.

Datos

$\eta = ?$
$T_1 = 240°C + 273$
$= 513°K$
$T_2 = 110°C + 273$
$= 383°K$

Fórmula

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Sustitución y resultado

$$\eta = 1 - \frac{383°K}{513°K} = 1 - 0.75 = 0.25$$

$$\eta = 0.25 \times 100 = 25\%$$

5. Determinar la temperatura en °C de la fuente fría en una máquina térmica cuya eficiencia es de 33% y la temperatura en la fuente caliente es de 560°C.

Datos

$T_2 = ?$
$\eta = 33\%$
$T_1 = 560°C + 273$
$= 833°K$

Fórmula

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

despeje por pasos

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta$$
$$T_2 = T_1\,(1 - \eta)$$

Sustitución y resultado

$$T_2 = 833°K\,(1 - 0.33)$$
$$= 833°K \times 0.67$$
$$= 558.11°K$$
$$= 558.11°K - 273$$
$$= 285.11°C$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar la eficiencia de una máquina térmica que recibe 6.9×10^6 cal, realizando un trabajo de 8.98×10^6 J.

Respuesta:

$\eta = 0.31$, o bien, 31%

2. Determinar en joules el trabajo producido por una máquina térmica con una eficiencia de 20% cuando se le suministran 8.7×10^5 calorías.

Respuesta:

$T = 7.308 \times 10^5$ J

3. A una máquina térmica se le suministran 2.5×10^4 cal de las cuales 1.58×10^4 cal se disipan en la atmósfera. Calcular:

a) ¿Cuál es su eficiencia?
b) ¿Qué cantidad de trabajo produce en joules?

Respuestas:

a) $\eta = 0.368$, o bien, 36.8%
b) $T = 3.86 \times 10^4$ J

4. Calcular la eficiencia máxima de una máquina térmica que utiliza vapor a 450°C y lo expulsa a 197°C.

Respuesta:

$\eta = 0.35$, o bien, 35%

5. Determinar la temperatura en °C de la fuente fría en una máquina térmica que trabaja con una eficiencia de 25% y su temperatura en la fuente caliente es de 390°C.

Respuesta:

$T_2 = 497°K = 224°C$

Fuentes de energía térmica

Existen varias fuentes de energía térmica, pero nuestra principal fuente natural es el Sol. La energía radiante del Sol se debe a las reacciones nucleares que se producen en su interior. Actualmente se aprovecha esa energía térmica para la calefacción de agua destinada al uso doméstico, como en algunos edificios, y también para el funcionamiento de diversas clases de motores provistos de celdas solares.

Otro tipo de energía térmica se encuentra en el subsuelo terrestre. En algunos lugares es tan alta la temperatura cerca de la superficie que se producen chorros de agua caliente y géiseres (surtidores de agua caliente que brota del suelo en forma intermitente). En varios países estos fenómenos se aprovechan para producir energía mecánica a partir de la llamada energía geotérmica, misma que se encuentra aún en investigación pero con promesas muy alentadoras.

En la actualidad la mayor cantidad de energía utilizada por la humanidad proviene de la combustión de la materia, tal es el caso de la combustión del petróleo, gasolina, gas, carbón y leña. Lamentablemente se desperdicia un valioso recurso natural no renovable como lo es el petróleo, pues se quema a fin de producir calor. Es de esperarse que en un tiempo breve el hombre encuentre la manera de utilizar a gran escala y en forma rentable la energía solar, eólica, hidráulica, geotérmica y mecánica de los mares, en lugar de contaminar la atmósfera quemando petróleo, el cual debe cuidarse para que las generaciones futuras lo aprovechen en la producción de plásticos, fibras sintéticas y, posiblemente, también en alimentos.

Mención especial requiere el calor obtenido por medio de la energía nuclear, cuyo origen se debe a la energía que mantiene unidas las partículas en el núcleo de los átomos, la cual es liberada en forma de energía calorífica y radiante cuando se produce una reacción de fusión caracterizada por la unión de dos núcleos ligeros para formar uno mayor. O bien, si se produce una reacción de fisión al desintegrarse el núcleo de un elemento de peso atómico elevado. En nuestros días se da un gran impulso a la energía nuclear y cada día se instalan más plantas nucleares con el objeto de producir energía eléctrica.

En el estado de Veracruz se encuentra la planta nuclear de Laguna Verde, misma que aumentará la producción de energía eléctrica. Sin embargo, los riesgos de las plantas nucleares son muy grandes y una explosión en alguno de los reactores puede provocar serios problemas a los habitantes de la localidad, como los sucedidos en Estados Unidos de América, Inglaterra y últimamente en abril de 1986 en la planta nuclear de Chernobyl en la URSS.

Degradación de la energía

En principio todas las formas de energía son equivalentes; de acuerdo con la Ley de la Conservación de la Energía, ésta no se crea ni se destruye sino únicamente se transforma. Aunque es posible transformar continua y totalmente el trabajo en calor, sólo una parte de la energía calorífica puede ser transformada en trabajo mediante el empleo de las máquinas térmicas. En virtud de que la energía de un sistema al someterse a transformaciones sucesivas termina por convertirse en calor y parte de éste ya no puede utilizarse para producir trabajo, decimos que cuando la energía se convierte en calor se ha degradado.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 16

Calor cedido y absorbido por los cuerpos, uso del calorímetro

Objetivo: Determinar experimentalmente el calor específico del hierro, utilizando un calorímetro de agua.

Consideraciones teóricas

Cuando un cuerpo caliente se pone en contacto con uno frío se da un intercambio de energía térmica del cuerpo caliente al frío hasta igualar su temperatura. En un intercambio de calor, la cantidad del mismo permanece constante, pues el calor transmitido por uno o más objetos calientes será el que reciba uno o más objetos fríos. Esto origina la llamada Ley del Intercambio de Calor, que dice: en cualquier intercambio de calor efectuado el calor cedido es igual al absorbido. En otras palabras: calor perdido = calor ganado.

Cuando se realizan experimentos cuantitativos de intercambio de calor en el laboratorio, se deben evitar al máximo las pérdidas de éste a fin de que nuestros cálculos sean confiables. Por ello, es común utilizar un calorímetro. El más usual es el de agua, el cual consta de un recipiente externo de aluminio que en su interior tiene otro del mismo material, aislado para evitar pérdidas de calor. Tiene además un agitador, un termómetro y una tapa (figura 11.9).

El calor específico de una sustancia se define en términos prácticos de la siguiente manera: es la cantidad de calor que necesita un gramo de una sustancia para elevar su temperatura un grado Celsius. De donde:

$$Ce = \frac{Q}{m\Delta T} \text{ en cal/g°C}$$

Al despejar Q tenemos:

$$Q = mCe\Delta T$$

Material empleado

Un calorímetro de agua, una balanza granataria, un vaso de precipitados de 250 cm^3, un soporte completo, un mechero de Bunsen, un termómetro, un trozo de hierro, hilo y agua.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Ponga 300 cm^3 de agua, o sea 300 g de ella, en el recipiente interno de aluminio del calorímetro y registre cuál es la temperatura inicial (T_0) tanto del agua como del recipiente interno. Anótela en su cuaderno.
2. Amarre con un hilo el trozo de hierro para poder cargarlo. Encuentre con la balanza la masa del trozo de hierro, sustancia a la cual se le determinará su calor específico. Anote el valor de la masa en su cuaderno.
3. En un vaso de precipitados con agua, como se ve en la figura 11.20(a), ponga a calentar el trozo de hierro a la temperatura que usted elija, por ejemplo 90°C. Ello se logra midiendo la temperatura del agua que se calienta en el vaso de precipitados, cuando el agua alcance los 90°C significará que el trozo de hierro sumergido en el agua también tiene 90°C de temperatura. Anote en su cuaderno esta temperatura que será la inicial del hierro (T_{Fe}).

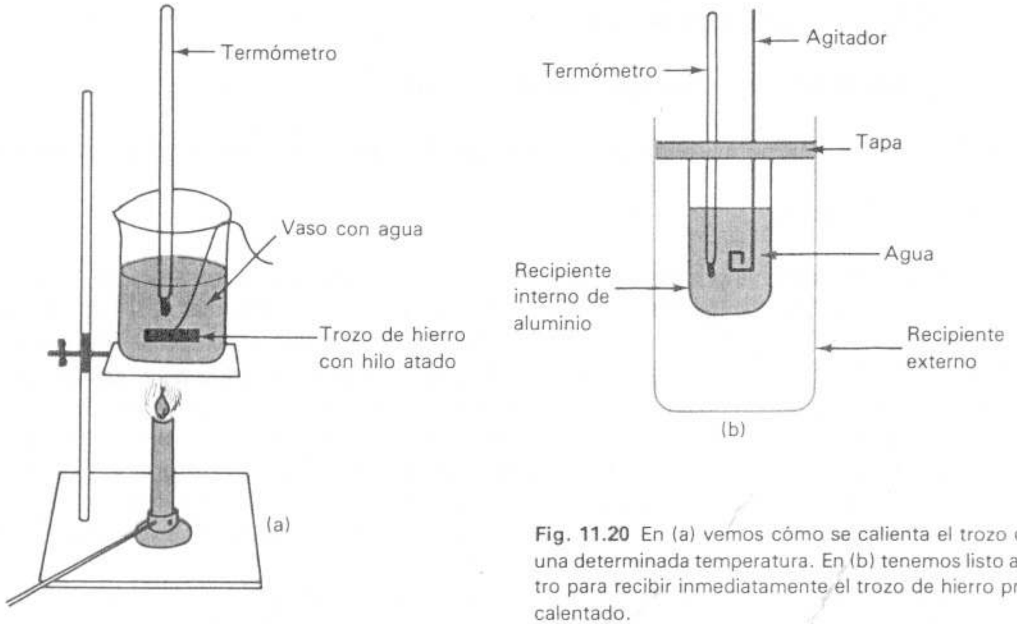


Fig. 11.20 En (a) vemos cómo se calienta el trozo de hierro a una determinada temperatura. En (b) tenemos listo al calorímetro para recibir inmediatamente el trozo de hierro previamente calentado.

4. Una vez calentado el trozo de hierro a la temperatura deseada (90°C) y para evitar que se enfríe, introdúzcalo inmediatamente en el agua que contiene el recipiente interno del calorímetro, tomándolo del hilo que tiene atado.
5. Agite el agua contenida en el recipiente interno del calorímetro, hasta que la temperatura marcada por el termómetro no varíe; ello indicará la existencia de un equilibrio térmico en todas las partes. Mida el aumento de la temperatura en el agua del calorímetro, que será la misma temperatura del recipiente interno del calorímetro hecho de aluminio y que tendrá el trozo de hierro una vez que ha cedido calor al agua y al recipiente interno. Esta temperatura será la final del sistema, hierro, agua, aluminio (T_f). Anótela en su cuaderno.
6. Determine el calor específico del hierro, recordando lo siguiente: calor perdido por el hierro = calor ganado por el agua y el aluminio

$$Q_{Fe} = Q_{H_2O} + Q_{Al}$$

Como $Q = mCe\Delta T$ tenemos:

$$m_{Fe}Ce_{Fe}\,(T_{Fe} - T_f) = m_{H_2O}Ce_{H_2O}\,(T_f - T_0) + m_{Al}Ce_{Al}\,(T_f - T_0)$$

Sustituya valores y despeje el valor del calor específico del hierro.

Cuestionario

1. ¿Por qué se calienta el trozo de hierro en un vaso con agua que recibe calor de un mechero y no directamente? Explique.
2. ¿Cómo evitó pérdidas de calor en su experimento? Explique
3. ¿Cómo está constituido un calorímetro de agua? Descríbalo y dibújelo.

4. ¿Cuál es la Ley del Intercambio de Calor? Escríbala y diga si se demostró esta ley en el experimento.
5. ¿Cuándo decimos que una sustancia es buena conductora del calor y cuándo que es mala?
6. ¿Cuál es el calor específico del hierro encontrado experimentalmente? ¿Cómo es su valor leido en el cuadro 11.3? Si hay diferencia entre los dos valores, ¿qué explicación podría dar a esa diferencia?
7. ¿Quién cedió calor y quién o quiénes lo absorbieron en el experimento?
8. Defina con sus propias palabras el calor específico de una sustancia.

RESUMEN

1. La *temperatura* y el *calor* están estrechamente ligados pero no son lo mismo. La *temperatura* de una sustancia es una medida de la energía cinética media de sus moléculas. El *calor* de una sustancia es la suma de la energía cinética media de todas sus moléculas.
2. Cuando un cuerpo está muy caliente quiere decir que su temperatura es alta, por ello, tiene un *potencial térmico* alto, en consecuencia será capaz de ceder calor o energía térmica a otro cuerpo con potencial térmico más bajo.
3. Para medir la temperatura se usa el *termómetro*. El más común es el de mercurio cuyo rango va de 357°C a −39°C. Los termómetros de alcohol registran temperaturas hasta de −130°C. Si la temperatura que se desea medir es alta, se emplean los termómetros metálicos.
4. En la medición de la temperatura actualmente se usan como unidades en el SI al *grado Kelvin (°K)*, en el CGS al *grado Celsius (°C)* y el Sistema Inglés, al *grado Fahrenheit (°F)*. Para convertir de °C a °K se usa la expresión: $°K = °C + 273$; para convertir de °K a °C se usa la expresión: $°C = °K - 273$; para convertir de °C a °F se usa la expresión: $°F = 1.8°C + 32$; para convertir de °F a °C se usa la expresión:

$$°C = \frac{°F - 32}{1.8}$$

5. Los cambios de temperatura afectan el tamaño de los cuerpos. La mayoría de ellos se *dilatan* cuando se calientan y se contraen al enfriarse. Los gases se dilatan mucho más que los líquidos y éstos más que los sólidos.
6. Al calentar una barra de metal, ésta sufre una *dilatación cúbica*. Sin embargo, generalmente en los cuerpos sólidos, como alambres, varillas o barras, lo más importante es el aumento de longitud que sufren con la temperatura, es decir, su *dilatación lineal*. El coeficiente de dilatación lineal es el incremento de longitud que experimenta una varilla de determinada sustancia, cuando su temperatura se eleva un grado Celsius y su longitud inicial es de un metro. Para calcular el coeficiente de dilatación lineal se emplea la expresión:

$$\alpha = \frac{L_f - L_0}{L_0\,(T_f - L_0)}$$

7. Como la temperatura ambiente varía en forma continua durante el día, en la construcción de vías de ferrocarril, puentes de acero y en general en cualquier estructura rígida, se deben dejar huecos o espacios libres que permitan a los materiales dilatarse libremente evitando con ello rupturas o deformaciones.
8. La *dilatación cúbica* implica el aumento de un cuerpo en todas sus dimensiones. El coeficiente de dilatación cúbica es el incremento de volumen que experimenta un cuerpo de determinada sustancia cuyo volumen es igual a la unidad, al elevar un grado Celsius su temperatura. Por lo general, este coeficiente se emplea para los líquidos.
9. El agua presenta una *dilatación irregular*, pues un gramo de ésta a 0°C ocupa un volumen de 1.00012 cm^3; si se calienta, en lugar de dilatarse se contrae, por lo que a la temperatura de 4°C el agua tiene su volumen mínimo de 1.000 cm^3 y alcanza su densidad máxima. En realidad, durante el invierno la vida de peces y otras especies acuáticas es posible gracias a la dilatación irregular del agua.
10. El *coeficiente de dilatación cúbica* es igual para todos los gases. Cualquier gas, al ser sometido a una presión constante, por cada grado Celsius que cambie su temperatura, variará 1/273 el volumen ocupado a 0°C.
11. El calor o energía térmica se propaga siempre de los cuerpos calientes a los fríos de tres diferentes maneras: a) *Conducción*, que es la forma de propagación del calor a través de un cuerpo sólido debido al choque entre sus moléculas. b) *Convección*, es la propagación del calor en los líquidos y gases mediante la circulación de las masas calientes hacia arriba y las masas frías hacia abajo, provocándose las llamadas corrientes de convección. c) *Radiación*, es la propagación del calor por medio de ondas electromagnéticas que se esparcen, aun en el vacío, a una velocidad de 300 mil km/s.
12. El calor es una de las manifestaciones de la energía y, por tanto, las unidades para medirlo son las mismas que usa el trabajo. Para medir la energía en el SI se usa el joule, en el CGS el ergio. En forma práctica se usan la *caloría* y el *Btu*. La caloría es la cantidad de calor aplicada a un gramo de agua para elevar su temperatura un grado Celsius. Un Btu es la cantidad de calor aplicada a una libra de agua (454 g), a fin de que eleve su temperatura un grado Fahrenheit.

    1 Btu = 252 cal; 1 k cal = 1000 calorías;
    1 joule = 0.24 cal; 1 cal = 4.2 J

13. La *capacidad calorífica* de una sustancia es la relación que hay entre la cantidad de calor recibida ΔQ y su correspondiente elevación de temperatura ΔT; donde: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$, mientras más alto sea el valor de la capacidad calorífica de una sustancia, requerirá mayor cantidad de calor para elevar su temperatura.
14. El *calor específico* de una sustancia se define como: la cantidad de calor que necesita un gramo de una sustancia para elevar su temperatura un grado

Celsius. La expresión matemática para calcular el calor específico de una sustancia es:

$Ce = \dfrac{Q}{m\Delta T}$ en cal/g°C. De esta expresión se puede despejar al calor Q, donde: $Q = mCe\Delta T$.

15. Cuando una sustancia se funde, o bien se evapora, absorbe cierta cantidad de calor llamada *calor latente*, que quiere decir oculto, toda vez que existe aunque no se eleve la temperatura y mientras dure la fusión o la evaporación la temperatura no sufrirá ningún cambio.
16. El *calor latente de fusión* de una sustancia es la cantidad de calor necesaria para cambiar un gramo de sólido a un gramo de líquido al mantener constante su temperatura: $\lambda_f = \dfrac{Q}{m}$. El calor latente de fusión es igual al calor latente de solidificación. El calor latente de vaporización de una sustancia es la cantidad de calor que se requiere para cambiar un gramo de líquido en ebullición a un gramo de vapor, al conservar constante su temperatura $\lambda_v = \dfrac{Q}{m}$. El calor latente de vaporización es igual al calor latente de condensación de una sustancia.
17. La *Ley del Intercambio de Calor* dice: en cualquier intercambio de calor efectuado el calor cedido es igual al calor absorbido. En otras palabras: calor perdido = calor ganado.
18. Todo lo que nos rodea está formado por materia. Aún no es posible dar una definición satisfactoria de qué es la materia, pues lo único que se conoce de ella es su estructura. Los constituyentes elementales de la materia son: protones, electrones y neutrones. Estas partículas generalmente se encuentran asociadas formando átomos. Un átomo es la partícula más pequeña que entra en combinación química. La materia se presenta en cuatro estados de agregación molecular: *sólido, líquido, gaseoso* y *plasma*.
19. Un *gas* se caracteriza porque sus moléculas están muy separadas unas de otras, por tanto, no tienen forma definida y ocupan todo el volumen del recipiente que los contiene. Son fluidos como los líquidos. Todos los gases pueden pasar al estado líquido siempre y cuando se les comprima a una temperatura inferior a su temperatura crítica.
20. Un *gas ideal* es un gas hipotético que permite hacer consideraciones prácticas para facilitar algunos cálculos matemáticos, pues se supone que contiene un número pequeño de moléculas, por ello su densidad es baja y su atracción intermolecular es nula.
21. La Teoría Cinética de los gases considera lo siguiente: un mismo gas está constituido por moléculas de igual masa y tamaño, pero serán diferentes si se trata de gases distintos. Las moléculas de un gas encerrado en un recipiente se encuentran en constante movimiento, debido a ello chocan entre sí o contra las paredes del recipiente que los contiene. Las fuerzas de atracción intermoleculares son despreciables porque la distancia entre molécula y molécula es grande comparada con sus diámetros moleculares,

y el volumen ocupado por las moléculas de un gas es despreciable en comparación con el volumen total.

22. *Ley de Boyle*: a una temperatura constante y para una masa dada de un gas, el volumen del gas varía de manera inversamente proporcional a la presión absoluta que recibe. Por tanto: $PV = k$, o bien, $P_1 V_1 = P_2 V_2$.
23. *Ley de Charles:* a una presión constante y para una masa dada de un gas, el volumen del gas varía de manera directamente proporcional a su temperatura absoluta. Por tanto: $\frac{V}{T} = k'$, o bien, $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.
24. *Ley de Gay-Lussac:* a un volumen constante y para una masa dada de un gas, la presión absoluta que recibe el gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta. Por tanto:

$$\frac{P}{T} = k'', \text{ o bien, } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

25. *Ley General del Estado Gaseoso:* para una masa dada de un gas, su relación $\frac{PV}{T}$ siempre será constante. Por tanto:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

26. La ecuación $PV = nRT$ es una de las más usadas en fisicoquímica, pues permite realizar varios cálculos al conocer el valor de R llamado constante universal de los gases y cuyo valor es 0.0821 atm ℓ/mol°K equivalente a 8.32 J/mol°K. La letra n representa el número de moles de un gas que se calcula dividiendo su masa entre su peso molecular, es decir:

$$n = \frac{m}{PM}$$

27. La *termodinámica* es la rama de la Física encargada de estudiar la transformación del calor en trabajo y viceversa. Un sistema termodinámico es una porción de materia que separamos del Universo a fin de poderla estudiar. Para ello, la aislamos de los alrededores por medio de un límite o frontera. La frontera de un sistema puede estar constituida con paredes diatérmicas o paredes adiabáticas. Una pared diatérmica es la que permite la interacción térmica del sistema con los alrededores. Una pared adiabática no permite esa interacción.
28. Un proceso térmico es *adiabático* cuando el sistema no cede ni recibe calor, por lo que se realiza a calor constante; y es *no adiabático* si el sistema interacciona térmicamente con los alrededores.
29. *Equilibrio termodinámico* entre dos sistemas significa que tienen la misma temperatura.
30. El *punto triple* de una sustancia es aquel en el cual sus tres fases (sólido, líquido y gaseoso) coexisten en equilibrio termodinámico.

31. La *energía interna* de un sistema se define como la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas individuales de dicho sistema. En general, cuanto mayor sea la temperatura de un sistema, mayor será su energía interna. Sin embargo, los valores absolutos de la energía interna de las moléculas no se pueden determinar, motivo por el cual sólo se conoce la variación que sufre la energía del sistema mediante la expresión:

$$\Delta U = U_f - U_i$$

32. Ley Cero de la Termodinámica: la temperatura es una propiedad que posee cualquier sistema termodinámico y existirá equilibrio termodinámico entre dos sistemas cualesquiera, si su temperatura es la misma.
33. El inglés James P. Joule demostró que siempre que se realiza una cierta cantidad de trabajo se produce una cantidad equivalente de calor. Además estableció el principio llamado equivalente mecánico del calor, en el cual se demuestra que por cada joule de trabajo se producen 0.24 calorías y cuando una caloría de energía térmica se convierte en trabajo se obtienen 4.2 joules. Por tanto: 1 cal = 4.2 J y 1 J = 0.24 cal.
34. Cuando un gas se comprime o expande a presión constante (*proceso isobárico*), el trabajo realizado se calcula con la expresión: $T = P(V_f - V_i)$, o bien, $T = P\Delta V$. Al realizar un trabajo por los alrededores sobre el sistema, el signo del trabajo es negativo. En la expansión de un gas es el sistema quien efectúa trabajo sobre los alrededores, por lo que el signo es positivo. Cuando en un proceso el volumen del sistema permanece constante (*proceso isocórico*), no se realiza ningún trabajo por el sistema ni sobre éste, pues $\Delta V = 0$ y por tanto: $T = P\Delta V = 0$.
35. La *Primera Ley de la Termodinámica* dice: la variación en la energía interna de un sistema es igual a la energía que transfieren o reciben los alrededores en forma de calor y de trabajo, por ello, la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma. Matemáticamente esta ley se expresa como: $\Delta U = Q - W$. El valor de Q es positivo cuando entra calor al sistema y negativo si sale de él. El valor de W es positivo si el sistema realiza trabajo y negativo si se lleva a cabo sobre él.
36. La *Segunda Ley de la Termodinámica* señala restricciones al decir que existe un límite en la cantidad de trabajo, el cual se puede obtener de un sistema caliente. Existen dos enunciados que definen esta ley, uno del físico alemán Clausius: el calor no puede por sí mismo, sin la intervención de un agente externo, pasar de un cuerpo frío a uno caliente; y el otro de Kelvin: es imposible construir una máquina térmica que transforme en trabajo todo el calor que se le suministra.
37. La *entropía* es una magnitud física utilizada por la termodinámica para medir el grado de desorden de la materia. En un sistema determinado la entropía o estado de desorden dependerá de su energía térmica y de cómo se encuentren distribuidas sus moléculas. En el estado sólido la entropía es menor si se compara con la del estado líquido, y en éste menor que en el estado gaseoso.
38. La *Tercera Ley de la Termodinámica*, establecida por el físico y químico alemán Nerst, se enuncia de la siguiente manera: la entropía de un sólido

cristalino puro y perfecto puede tomarse como cero a la temperatura del cero absoluto.

39. Las *máquinas térmicas* son aparatos que se utilizan para transformar la energía calorífica en trabajo mecánico. Existen tres clases principales de máquinas térmicas: 1. *Máquinas de vapor*, 2. *Motores de combustión interna*, 3. *Motores de reacción*. Independientemente de la clase de máquina térmica su funcionamiento básico consiste en la dilatación de un gas caliente que después de realizar un trabajo se enfría.

40. La *eficiencia* de una máquina térmica jamás será de un 100%, pues de acuerdo con la Segunda Ley de la Termodinámica es imposible construir una máquina térmica que transforme en trabajo todo el calor que se le suministra. Por definición: la eficiencia o rendimiento de una máquina térmica es la relación entre el trabajo mecánico producido y la cantidad de calor suministrada. Matemáticamente se expresa:

$$\eta = \frac{T}{Q}$$

Como $T = Q_1 - Q_2$ *tenemos:*

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

41. La eficiencia también puede ser calculada en función de la relación existente entre la temperatura de la fuente caliente (T_1) y la temperatura de la fuente fría (T_2), ambas medidas en temperaturas absolutas, es decir, en grados Kelvin, donde:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

42. Hay varias fuentes de energía térmica, pero nuestra principal fuente natural es el *Sol*. En la actualidad se aprovecha su energía para suministrar agua caliente destinada al uso doméstico, en algunos edificios y para el funcionamiento de diversas clases de motores provistos de celdas solares. Se espera que, en tiempo breve, el hombre encuentre la manera de utilizar a gran escala y en forma rentable, la energía del viento (*eólica*), *hidráulica, geotérmica* y *mecánica de los mares*. Actualmente se obtiene energía térmica por medio de la energía nuclear, y cada día se instalan más *plantas nucleares* con el fin de producir energía eléctrica.

43. Sabemos que es posible transformar continua y totalmente el trabajo en calor, pero sólo una parte de la energía calorífica puede ser transformada en trabajo, mediante el empleo de las máquinas térmicas. Por ello, cuando la energía se convierte en calor, decimos que se ha *degradado*.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique cuál era la interpretación que hacían del calor los físicos del siglo XVIII. (Introducción de la unidad 11)
2. Especifique la diferencia entre calor y temperatura. (Sección 1)
3. Defina qué se entiende por potencial térmico y energía térmica. (Sección 1)
4. Describa cuándo es conveniente utilizar un termómetro de mercurio, un termómetro de alcohol y un termómetro de resistencia. (Sección 2)
5. Comente en qué se basaron Fahrenheit, Celsius y Kelvin, para construir sus escalas termométricas. (Sección 3)
6. Escriba las fórmulas que se emplean para convertir de °C a °K; de °K a °C; de °C a °F y de °F a °C. (Sección 3)
7. Mencione a qué se debe la dilatación de los cuerpos y cómo es la dilatación de los gases comparada con la de los líquidos y sólidos. (Sección 4)
8. Defina el concepto de dilatación lineal y de coeficiente de dilatación lineal. (Sección 4)
9. Explique por qué es importante considerar ıos efectos que provoca la dilatación de los cuerpos, al construir cualquier estructura rígida. (Sección 4)
10. Exprese los conceptos de dilatación cúbica y de coeficiente de dilatación cúbica. (Sección 4)
11. Aclare qué se entiende por dilatación irregular del agua y cómo beneficia este fenómeno a la vida de peces y otras especies acuáticas durante el invierno. (Sección 4)
12. Describa cómo es la dilatación de los gases. (Sección 4)
13. Indique cada una de las tres formas en que se propaga el calor. (Sección 5)
14. Diga en qué unidades se mide el calor en el SI y en el CGS. (Sección 5)
15. Especifique qué se entiende por caloría y Btu. (Sección 5)
16. Exprese qué se entiende por: a) Capacidad calorífica; b) Calor específico de una sustancia. (Secciones 6 y 7)
17. Explique por qué se calienta más rápido un kg de plata que un kg de agua. (Sección 7)
18. Defina los siguientes conceptos: a) Calor latente; b) Calor latente de fusión; c) Calor latente de vaporización. (Sección 8)
19. Enuncie la Ley del Intercambio de Calor. (Sección 9)
20. Diga para qué se usa el calorímetro de agua y cómo está constituido dicho recipiente. (Sección 9)
21. Explique las características de un gas cualquiera. (Sección 10)
22. Describa qué le sucede a un gas cuando se le comprime. (Sección 10)
23. Explique bajo qué circunstancias un gas puede pasar al estado líquido. (Sección 10)
24. Defina qué se entiende por gas ideal y cuáles son sus características. (Sección 10)
25. Explique cuáles son las consideraciones principales que hace la Teoría Cinética de los Gases. (Sección 10)

26. Enuncie la Ley de Boyle y escriba su expresión matemática. (Sección 10)
27. Mediante un ejemplo práctico diga cómo demostraría experimentalmente la Ley de Boyle. (Sección 10)
28. Escriba la Ley de Charles y su expresión matemática. (Sección 10)
29. Enuncie la Ley de Gay-Lussac y escriba su expresión matemática. (Sección 10)
30. Mediante un ejemplo práctico diga cómo demostraría experimentalmente la Ley de Gay-Lussac. (Sección 10)
31. Explique cuál es la Ley General del Estado Gaseoso y qué aplicación práctica tiene. Escriba su expresión matemática. (Sección 10)
32. Explique cuál es la constante universal de los gases, cómo se encuentra su valor y por qué es importante en el estudio de la fisicoquímica. (Sección 10)
33. Defina el concepto de termodinámica. (Sección 11)
34. Mencione qué se entiende por sistema termodinámico, y a qué se les llama paredes diatérmicas y paredes adiabáticas. (Sección 11)
35. Explique qué es un proceso termodinámico adiabático y uno no adiabático. (Sección 11)
36. Especifique cuándo existirá equilibrio termodinámico entre dos sistemas. (Sección 11)
37. Mencione el concepto de punto triple de una sustancia. (Sección 11)
38. Describa el concepto de energía interna de un sistema. (Sección 11)
39. Enuncie la Ley Cero de la Termodinámica. (Sección 11)
40. Explique en qué consiste el principio llamado equivalente mecánico del calor. (Sección 11)
41. Diga cuándo se realiza trabajo termodinámico por los alrededores sobre el sistema y cuándo el sistema realiza trabajo sobre los alrededores. (Sección 11)
42. Mencione la Primera Ley de la Termodinámica y exprésela matemáticamente. (Sección 11)
43. Exprese los dos enunciados principales que definen a la Segunda Ley de la Termodinámica. (Sección 11)
44. Comente qué se entiende por muerte térmica del Universo. (Sección 11)
45. Exponga el concepto de entropía y enuncie la Tercera Ley de la Termodinámica. (Sección 11)
46. Indique qué es una máquina térmica y cuál es el principio básico de cualquier clase de máquina térmica. (Sección 11)
47. Defina el concepto de eficiencia termodinámica y explique por qué nunca podrá ser del 100%. (Sección 11)
48. Cite tres fuentes de energía térmica y cuáles son las ventajas que presenta el uso de cada una de ellas. (Sección 11)
49. Explique qué se entiende por degradación de la energía. (Sección 11)

12 ELECTRICIDAD

¿Ha pensado alguna vez en los cambios que habría en nuestra manera de vivir si por un largo período no tuviéramos energía eléctrica? En ocasiones, de seguro le habrá ocurrido lo siguiente: al querer encender el interruptor de algún aparato eléctrico, como la televisión, la radio, la licuadora, la plancha, la lavadora o cualquier otro electrodoméstico, con sorpresa y disgusto descubre que el suministro de energía eléctrica está suspendido; sin embargo, después de un tiempo breve vemos con satisfacción su restablecimiento. Pero ¿qué sucede cuando pasan horas, e incluso días, y el suministro de energía eléctrica sigue interrumpido? Seguramente concordará en que gran parte de las comodidades actuales se deben al empleo de la energía eléctrica. Gracias a ella es posible el funcionamiento de dispositivos, máquinas y equipos cuyo empleo le ha permitido al hombre un amplio estudio sobre los fenómenos naturales y sociales, los cuales influyen en el comportamiento y bienestar humanos.

La electricidad es una manifestación de la energía, y para su estudio se ha dividido en varias partes:

a) Electrostática, estudia las cargas eléctricas en reposo.
b) Electrodinámica, estudia las cargas eléctricas en movimiento.
c) Electromagnetismo, estudia la relación entre las corrientes eléctricas y el campo magnético.

En esta unidad estudiaremos la electrostática, y comprenderemos por qué un cuerpo tiene carga eléctrica cuando pierde o gana electrones. Mediante la Ley de Coulomb sabremos que la fuerza eléctrica de atracción o de repulsión entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia existente entre ellas. Veremos que una carga eléctrica siempre está rodeada por un campo eléctrico y calcularemos su intensidad. En la parte correspondiente a electrodinámica se explicará que la corriente eléctrica es un movimiento o flujo de electrones a través de un conductor. Se analizarán los conceptos de voltaje, resistencia e intensidad de corriente, y los relacionaremos por medio de la Ley de Ohm la cual enuncia: la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por un conductor en un circuito es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicado a sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia del conductor. De donde: $I = \frac{V}{R}$. Analizaremos circuitos en serie, paralelos y mixtos. Finalmente, estudiaremos las leyes de Kirchhoff y resolveremos problemas de capacitores o condensadores eléctricos conectados en serie y paralelo.

1 ANTECEDENTES HISTORICOS DE LA ELECTRICIDAD

La palabra electricidad proviene del vocablo griego *elektron*, que significa ámbar. El ámbar es una resina fósil transparente de color amarillo, producido en tiempos muy remotos por árboles que actualmente son carbón fósil.

Los primeros fenómenos eléctricos fueron descritos por el matemático griego Tales de Mileto, quien vivió aproximadamente en el año 600 a.C. El señalaba que al trotar el ámbar con una piel de gato, podía atraer algunos cuerpos ligeros como polvo, cabellos o paja.

El físico alemán Otto de Guericke (1602-1686) construyó la primera máquina eléctrica, cuyo principio de funcionamiento se basaba en el frotamiento de una bola de azufre que al girar producía chispas eléctricas. El holandés Pieter Van Musschenbroek (1692-1761) descubrió la condensación eléctrica al utilizar la llamada botella de Leyden (figura 12.1), la cual es un condensador experimental constituido por una botella de vidrio que actúa como aislante o dieléctrico. Tiene dos armaduras consistentes de un forro o revestimiento metálico exterior y un relleno de papel metálico interior prolongado eléctricamente hacia afuera a través de una varilla metálica que atraviesa un tapón de corcho. La botella de Leyden se carga al sujetar una de sus armaduras y aplicar la otra al conductor de una máquina eléctrica. Si una de sus armaduras después se toca con un conductor, se produce una chispa que descargará parcialmente la botella.

Fig. 12.1 Botella de Leyden.

El estadounidense Benjamin Franklin (1706-1790) observó que cuando un conductor con carga negativa terminaba en punta, los electrones se acumulan en esa región y por repulsión abandonan dicho extremo, fijándose sobre las moléculas de aire o sobre un conductor cercano con carga positiva (o carente de electrones). De la misma manera, un conductor cargado positivamente atrae a los electrones por la punta, arrancándolos de las moléculas de aire cercanas. Estos fenómenos se producen debido al llamado poder de puntas (figura 12.2).

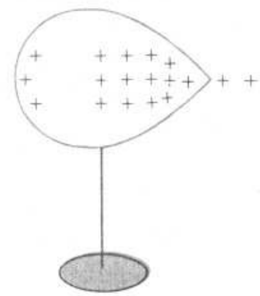


Fig. 12.2 Poder de puntas. Cuando un conductor eléctrico termina en punta, las cargas eléctricas se acumulan en esa región.

Benjamin Franklin propuso aplicar las propiedades antes descritas en la protección de edificios, mediante la construcción del pararrayos. Un pararrayos es una larga barra metálica terminada en punta que se coloca en la parte más alta de las construcciones y, por medio de un cable de cobre, se conecta a una plancha metálica enterrada en el suelo húmedo.

Charles Coulomb, científico francés (1736-1806), estudió las leyes de atracción y repulsión eléctrica. En 1777 inventó la balanza de torsión para medir la fuerza de atracción o de repulsión por medio del retorcimiento de una fibra fina y rígida a la vez. Para ello, colocó una pequeña esfera con carga eléctrica a diferentes distancias de otras, también con carga, así logró medir la fuerza de atracción o repulsión de acuerdo con la torsión observada en la balanza.

El físico italiano Alessandro Volta (1745-1827), también contribuyó notablemente al estudio de la electricidad. En 1775 inventó el electróforo, este dispositivo generaba y almacenaba electricidad está-

Fig. 12.3 Al realizar su conocido experimento de la cometa en 1752, Benjamin Franklin descubrió la existencia de cargas eléctricas en las nubes de tormenta. Según dedujo, el rayo era una chispa que saltaba entre las nubes y el suelo, de la misma manera como lo hacían las chispas producidas por los generadores eléctricos.

tica. En 1800 explicó por qué se produce electricidad cuando dos cuerpos metálicos diferentes se ponen en contacto. Aplicó su descubrimiento en la elaboración de la primera pila electrica del mundo; para ello, combinó dos metales distintos con un líquido que servía de conductor.

Fue Georg Ohm, físico alemán (1789-1854), quien describió la resistencia eléctrica de un conductor, y en 1827 estableció la Ley Fundamental de las Corrientes Eléctricas al encontrar la existencia de una relación entre la resistencia de un conductor, la diferencia de potencial y la intensidad de corriente eléctrica

Por su parte, Michael Faraday, físico y químico inglés (1791-1867), descubrió cómo podía emplearse un imán para generar una corriente eléctrica en una espiral de hierro. Propuso la teoría sobre la electrización por influencia, al señalar que un conductor hueco (jaula de Faraday) forma una pantalla para las acciones eléctricas. A partir del descubrimiento de la inducción electromagnética, Faraday logró inventar el generador eléctrico.

El físico inglés James Joule (1818-1889) estudió los fenómenos producidos por las corrientes eléctricas y el calor desprendido en los circuitos eléctricos. Encontró que el calor originado por una corriente eléctrica al circular a través de un conductor, es directamente proporcional a la resistencia, al cuadrado de la intensidad de la corriente y al tiempo que ésta dure en pasar.

Otros investigadores han contribuido al desarrollo de la electricidad, entre ellos figuran: el estadounidense Joseph Henry (1797-1878), constructor del primer electroimán; el ruso Heinrich Lenz (1804-1865), quien enunció la ley relativa al sentido de la corriente inducida; el escocés James Maxwell (1831-1879), quien propuso la Teoría Electromagnética de la Luz y las ecuaciones generales del campo electromagnético; el yugoslavo Nikola Tesla (1856-1943), inventor del motor asincrónico y estudioso de las corrientes polifásicas; y el inglés Joseph Thomson (1856-1940), quien investigó la estructura de la materia y de los electrones.

En los últimos sesenta años el estudio de la electricidad ha evolucionado intensamente porque se han comprobado sus ventajas sobre otras clases de energía; por ejemplo: puede transformarse con facilidad, se transporta de manera sencilla y a grandes distancias a través de líneas aéreas no contaminantes. También puede utilizarse en forma de corrientes muy potentes para alimentar enormes motores eléctricos, o bien, en pequeñas corrientes a fin de hacer funcionar dispositivos electrónicos.

En la actualidad, en los países desarrollados existen varios medios para producir energía eléctrica: centrales hidroeléctricas, termoeléctricas y nucleoeléctricas; estas últimas tienen la finalidad de evitar el consumo excesivo del petróleo, recurso natural no renovable que sólo debe aprovecharse como materia prima de otros productos, en vez de quemarse para obtener energía calorífica. Aunque los métodos utlizados en la obtención de energía eléctrica son diferentes, es innegable que la electrificación de pequeñas comunidades, pueblos o ciudades, trae consigo un considerable aumento en la producción y bienestar de sus pobladores.

2 CARGA ELECTRICA

Toda la materia, es decir, cualquier clase de cuerpo, se compone de átomos y éstos de partículas elementales como los electrones, protones y neutrones. Los electrones y los protones tienen una propiedad llamada carga eléctrica

Los neutrones son eléctricamente neutros porque carecen de carga. Los electrones poseen una carga negativa, mientras los protones la tienen positiva.

El átomo está constituido por un núcleo, en él se encuentran los protones y los neutrones, y a su alrededor giran los electrones. Un átomo normal es neutro, ya que tiene el mismo número de protones o cargas positivas y de electrones o cargas negativas. Sin embargo, un átomo puede ganar electrones y quedar con carga negativa, o bien, perderlos y adquirir carga positiva. La masa del protón es casi dos mil veces mayor a la del electrón, pero la magnitud de sus cargas eléctricas es la misma. Por tanto, la carga de un electrón neutraliza la de un protón.

El frotamiento es una manera sencilla de cargar eléctricamente un cuerpo. Por ejemplo: cuando el cabello se peina con vigor pierde algunos electrones, adquiriendo entonces carga positiva; mientras tanto el peine gana dichos electrones y su carga final es negativa (figura 12.4). Es decir, cuando un objeto se electriza por fricción la carga no se crea, pues siempre ha estado ahí, ni se producen nuevos electrones, sólo pasan de un cuerpo a otro. Esta observación permite comprender la Ley de la Conservación de la Carga que dice: es imposible producir o destruir una carga positiva sin producir al mismo tiempo una carga negativa de idéntica magnitud; por tanto, la carga eléctrica total del Universo es una magnitud constante, no se crea ni se destruye

Fig. 12.4 Los electrones que pierde el cabello los gana el peine. Por tanto, la carga eléctrica no se crea ni se destruye.

3 INTERACCION ENTRE CARGAS DE IGUAL O DIFERENTE SIGNO

Un principio fundamental de la electricidad es el siguiente: cargas del mismo signo se repelen y cargas de signo contrario se atraen. Este principio puede demostrarse fácilmente mediante el empleo de un péndulo eléctrico (figura 12.5) que consiste en una esferilla de médula de saúco sostenida por un soporte con un hilo de seda aislante; también se necesita una barra de vidrio, una de ebonita (material plástico de caucho endurecido con azufre), una tela de seda y un trapo de lana. Se procede como sigue: la barra de vidrio se frota con la tela de seda, y ya electrizada, se acerca a la esferilla; ésta es atraída por la barra hasta el momento de entrar en contacto con ella, después de lo cual es rechazada porque se ha electrizado. Ahora la ba-

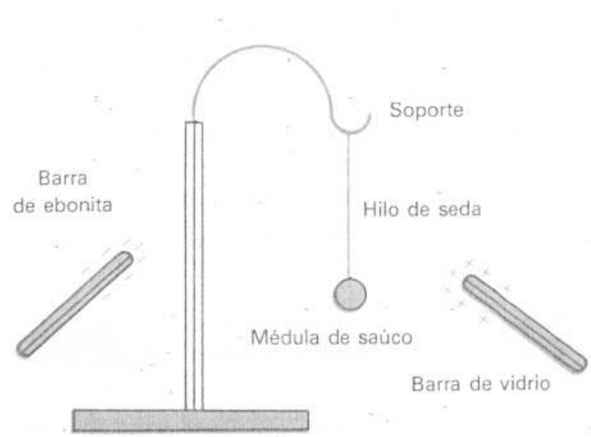


Fig. 12.5 Péndulo eléctrico.

rra de ebonita se frota con el trapo de lana, ya electrizada se acerca a la esferilla, la cual es atraída por la barra; pero al acercarla de nuevo la esferilla es rechazada. Por tanto, se concluye que la electricidad de la barra de vidrio es diferente a la de plástico; la primera recibe el nombre de electricidad positiva o vitrea y la segunda, electricidad negativa o resinosa.

4 FORMAS DE ELECTRIZAR A LOS CUERPOS

Los cuerpos se electrizan al perder o ganar electrones. Si un cuerpo posee carga positiva, esto no significa exceso de protones, pues no tienen facilidad de movimiento como los electrones. Por tanto, debemos entender que la carga de un cuerpo es positiva si pierde electrones y negativa, cuando los gana. Los cuerpos se electrizan por:

Frotamiento

Los cuerpos electrizados por frotamiento producen pequeñas chispas eléctricas, como sucede cuando después de caminar por una alfombra se toca un objeto metálico o a otra persona, o bien, al quitarse el suéter o un traje de lana. Si el cuarto es oscuro las chispas se verán además de oírse. Estos fenómenos se presentan en climas secos o cuando el aire está seco, ya que las cargas electrostáticas se escapan si el aire está húmedo.

Contacto

Este fenómeno de electrización se origina cuando un cuerpo saturado de electrones cede algunos a otro cuerpo con el cual tiene contacto. Pero si un cuerpo carente de electrones, o con carga positiva, se une con otro, atraerá parte de los electrones de dicho cuerpo.

Inducción

Esta forma de electrización se presenta cuando un cuerpo se carga eléctricamente al acercarse a otro ya electrizado. En la figura 12.6 una barra de plástico cargada se acerca a un trozo de papel en estado neutro o descargado; a medida que la barra se aproxima, repele los electrones del papel hasta el lado más alejado del átomo. Así pues, la capa superficial del papel más próxima a la barra cargada, tiene el lado positivo de los átomos, mientras la superficie más alejada tiene el lado negativo. Como la superficie positiva del papel está más cerca a la barra que la superficie negativa, la fuerza de repulsión es menor a la de atracción y la barra cargada atrae el pedazo de papel.

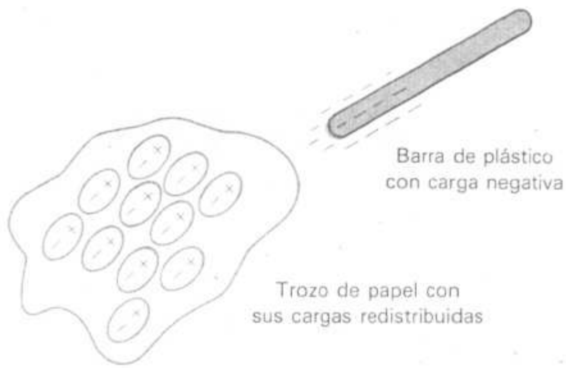


Fig. 12.6 Electrización del papel por inducción.

El trozo de papel, considerado como un todo, es eléctricamente neutro así como cada uno de sus átomos; pero las cargas se han redistribuido, aunque no hubo contacto entre el papel y la barra, la superficie del papel se cargó a distancia, esto es, por inducción. Cuando la barra electrizada se aleja, la carga inducida desaparece. También puede suceder que la barra cargada atraiga al pedazo de papel y éste se adhiera a la barra, pero después se suelta súbitamente; esto sucede porque el papel adquiere una carga negativa al tocar la barra y es repelido por tener la misma carga.

5 ELECTROSCOPIO Y JAULA DE FARADAY

El electroscopio es un aparato que permite detectar la presencia de carga eléctrica en un cuerpo e identificar el signo de la misma. Consta de un recipiente de vidrio y un tapón aislador atravesado por una varilla metálica rematada en su parte superior por una esferilla también metálica; en su parte inferior tiene dos laminillas, las cuales pueden ser de oro, aluminio o de cualquier otro metal (figura 12.7). Si se acerca a la esferilla un cuerpo con carga la varilla y las laminillas se cargarán por inducción y ya que dos cuerpos con carga de igual signo se rechazan, se separarán una de la otra. Para conocer el signo de la electricidad de un cuerpo, primero se electriza el electroscopio con cargas de signo conocido; entonces se acerca a la esferilla el cuerpo del cual se quiere identificar el signo de la carga, y si ésta es igual, las laminillas se separan aún más, pero se juntan si son de signo contrario.

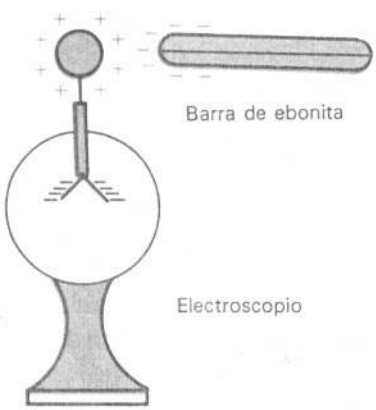


Fig. 12.7 Cuando la barra de ebonita con carga negativa se acerca al electroscopio, se inducen cargas positivas en la esferilla colectora y cargas negativas en las laminillas, las cuales se rechazan por tener cargas del mismo signo.

El físico inglés Michael Faraday demostró que en un cuerpo electrizado las cargas siempre se acumulan en su superficie. Por tanto, en un conductor hueco las cargas únicamente se distribuyen en la superficie exterior. En el interior de una caja metálica (jaula de Faraday, figura 12.8), no se detecta ninguna carga eléctrica. La caja puede tener una superficie continua o estar constituida por una malla metálica.

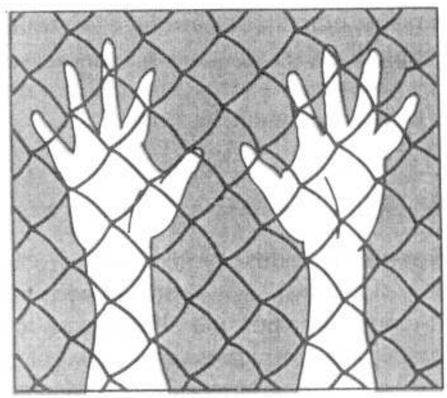


Fig. 12.8 Jaula de Faraday. Una persona encerrada en una jaula metálica no correrá peligro alguno si toca sus caras interiores aunque esté fuertemente cargada. Pero si toca la superficie exterior puede recibir una fuerte descarga.

Cuando se desea descargar un cuerpo, sólo se requiere ponerlo en contacto con el suelo o, como se dice comúnmente, hacer tierra. Para hacerlo puede utilizarse un alambre o tocar con la mano el cuerpo cargado, para que a través del cuerpo las cargas pasen al suelo. Si un cuerpo con carga negativa hace tierra, los electrones se mueven hacia el suelo; pero si tiene carga positiva atrae electrones del suelo y se neutraliza.

6 MATERIALES CONDUCTORES Y AISLANTES

Los materiales conductores de electricidad son aquellos que se electrizan en toda su superficie, aunque sólo se frote un punto de la misma. En cambio, los materiales aislantes o malos conductores de electricidad, también llamados dieléctricos, sólo se electrizan en los puntos donde hacen contac-

to con un cuerpo cargado, o bien, en la parte frotada.

En general, los materiales son aislantes si al electrizarlos por frotamiento y sujetarlos con la mano, conservan su carga aun estando conectados con el suelo por medio de algún cuerpo. Los materiales son conductores si se electrizan por frotamiento sólo cuando no están sujetos por la mano y se mantienen apartados del suelo por medio de un cuerpo aislante.

Algunos ejemplos de materiales aislantes son: la madera, el vidrio, el caucho, las resinas y los plásticos, la porcelana, la seda, la mica y el papel. Como conductores tenemos a todos los metales, soluciones de ácidos, bases y sales disueltas en agua, así como el cuerpo humano. Cabe mencionar que no hay un material cien por ciento conductor ni un material cien por ciento aislante; en realidad, todos los cuerpos son conductores eléctricos, pero unos lo son más que otros; por eso es posible hacer, en términos prácticos, una clasificación como la anterior. Aún más, entre conductores y aislantes existen otros materiales intermedios llamados semiconductores, como el carbón, germanio y silicio contaminados con otros elementos, y los gases húmedos.

7 UNIDADES DE CARGA ELECTRICA

Como ya señalamos, un cuerpo tiene carga negativa si posee exceso de electrones, y carga positiva si tiene carencia o déficit de ellos. Por tal motivo, la unidad elemental para medir carga eléctrica es el electrón, pero como es una unidad muy pequeña se utilizan unidades prácticas de acuerdo con el sistema de unidades empleado.

En el Sistema Internacional (SI) se utiliza el coulomb (C) y en el Sistema CGS, la unidad electrostática de carga (ues) o estatcoulomb. La equivalencia entre estas unidades es la siguiente:

1 coulomb = 1 C = 6.24×10^{18} electrones

1 estatcoulomb = 1 ues = 2.08×10^{9} electrones

1 C = 3×10^{9} ues

1 electrón = -1.6×10^{-19}C

1 protón = 1.6×10^{-19}C

Por tanto, si un cuerpo tuviera una carga negativa de un coulomb, significaría que tiene un exceso de 6.24×10^{18} electrones; o una carencia de igual cantidad de electrones, si su carga fuera positiva. El coulomb es una unidad de carga eléctrica muy grande, por lo cual es común utilizar submúltiplos, como: el milicoulomb (mC = 1×10^{-3}C), el microcoulomb (μC = 1×10^{-6}C) o el nanocoulomb (nC = 1×10^{-9}C)

8 LEY DE COULOMB

El científico francés Charles Coulomb estudió las leyes que rigen la atracción y repulsión de dos cargas eléctricas puntuales en reposo. (Una carga puntual es la que tiene distribuida un cuerpo electrizado, cuyo tamaño es pequeño comparado con la distancia que lo separa del otro cuerpo cargado y con la magnitud de sus cargas. Por tanto, toda la carga del cuerpo se encuentra reunida en su centro.) Para ello, en 1777 inventó la balanza de torsión, ésta cuantificaba la fuerza de atracción o repulsión por medio del retorcimiento de un alambre de plata rígido (figura 12.9). Colocó una pequeña esfera con carga eléctrica a diversas distancias de otra también cargada, así logró medir la fuerza de atracción o repulsión según la torsión observada en la balanza.

Coulomb observó que a mayor distancia entre dos cuerpos cargados eléctricamente, menor es la

fuerza de atracción o repulsión. Pero la fuerza no se reduce en igual proporción al incremento de la distancia, sino respecto al cuadrado de la misma. Así, entre dos cargas eléctricas separadas por 1 cm hay una fuerza de repulsión de 2 newton; al aumentar la distancia a 2 cm la fuerza se reducirá no a la mitad, sino a la cuarta parte, por lo cual su valor será de 0.5 newton. Si la distancia aumentara tres veces, la fuerza se vuelve nueve veces menor; si se cuadruplica, la fuerza se vuelve dieciséis veces menor y así sucesivamente.

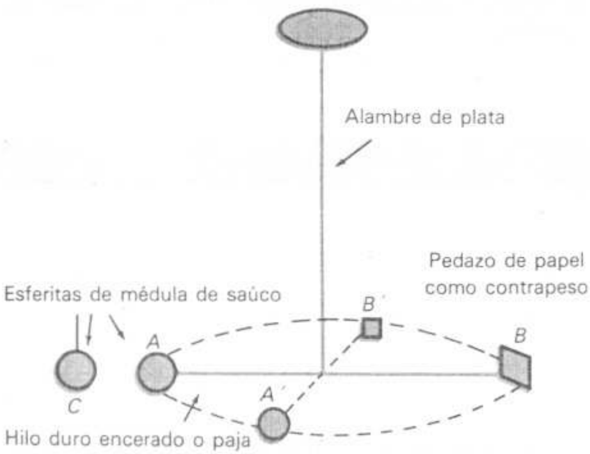


Fig. 12.9 Balanza de torsión. Cuando Coulomb puso cargas del mismo signo en *A* y en *C*, *A* giró por la repulsión entre cargas iguales. Conociendo cómo calcular la fuerza de torsión sobre el alambre, calculó las producidas en su experimento.

Coulomb también descubrió que la fuerza eléctrica de atracción o repulsión entre dos cuerpos cargados, aumenta de modo proporcional al producto de sus cargas. Por tanto, si una carga duplica su valor, la fuerza también se duplica; y si además la otra carga se triplica, el valor de la fuerza entre las cargas sería seis veces mayor.

De acuerdo con sus observaciones, Coulomb estableció: la fuerza *F* de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia *r* que las separa; de donde:

$$F \alpha \frac{1}{r^2} \dots \qquad (1)$$

Notó además que la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de sus cargas:

$$F \alpha q_1 q_2 \dots \qquad (2)$$

Al relacionar las ecuaciones 1 y 2 tenemos:

$$F \alpha \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots \qquad (3)$$

Podemos transformar esta relación en una igualdad, si cambiamos el signo de proporcionalidad α por un signo de igual e incluimos una constante de proporcionalidad que simplemente pudiera ser k, pero que en ocasiones se escribe como $1/4\pi\epsilon_0$; así, la expresión matemática de la Ley de Coulomb será:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots \qquad (4)$$

donde ϵ_0 recibe el nombre de constante de permitividad en el vacío y cuyo valor es igual a:

$$\epsilon_0 = 8.85418 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$$

para facilitar la aplicación de la expresión matemática de la Ley de Coulomb, tenemos lo siguiente:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$= \frac{1}{4 \times 3.1416 \times 8.85418 \times 10^{-12} C^2/Nm^2}$$

$$= 0.00899 \times 10^{12}\ Nm^2/C^2$$
$$= 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$$

Por tanto, simplificando nuestra ecuación 4, la expresión matemática de la Ley de Coulomb para el vacío queda simplemente como:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots \qquad (5)$$

La constante de proporcionalidad k tendrá un valor de acuerdo con el sistema de unidades utilizado:

SI: $k = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$
CGS: $k = 1$ dina cm^2/ues^2

Finalmente, la Ley de Coulomb queda enunciada en los siguientes términos: la fuerza eléctrica de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales

q_1 y q_2, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r que las separa

Puede observarse que la Ley de Coulomb es similar a la Ley de la Gravitación Universal. Sin embargo, las fuerzas debidas a la gravedad siempre son de atracción, mientras las fuerzas eléctricas pueden ser de atracción o repulsión; además, las eléctricas son más intensas que las ocasionadas por la gravedad.

La ecuación 5 de la Ley de Coulomb sólo es válida cuando las cargas se encuentran en el vacío; o en forma aproximada si están en el aire. Pero si entre las cargas existe una sustancia o medio aislante, la fuerza eléctrica de interacción entre éstas sufrirá una disminución, la cual será mayor o menor dependiendo del medio. La relación que existe entre la fuerza eléctrica de dos cargas en el vacío y la fuerza eléctrica de estas mismas cargas sumergidas en algún medio o sustancia aislante, recibe el nombre de permitividad relativa o coeficiente dieléctrico ϵ_r de dicho medio o sustancia; por tanto:

$$\epsilon_r = \frac{F}{F'}$$

donde: ϵ_r = permitividad relativa del medio (adimensional)

F = fuerza eléctrica entre las cargas en el vacío en newtons (N) o dinas

F' = fuerza eléctrica entre las mismas cargas colocadas en el medio en newtons (N) o dinas

En el cuadro 12.1 se enlistan algunos valores de permitividad relativa para algunos medios. Observe que la permitividad relativa del aire casi es igual a la del vacío; por ello, al resolver problemas de cargas eléctricas en el aire, las consideraremos como si se encontraran en el vacío.

Cuadro 12.1 PERMITIVIDAD RELATIVA DE ALGUNOS MEDIOS

Medio aislador	Permitividad relativa ϵ_r
Vacío	1.0000
Aire	1.0005
Gasolina	2.35
Aceite	2.8
Vidrio	4.7
Mica	5.6
Glicerina	45
Agua	80.5

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE COULOMB

Nota: Los resultados se expresarán siempre con una cifra entera, modificando la potencia de base 10 cuando sea necesario.

1. Calcular la fuerza eléctrica entre dos cargas cuyos valores son: q_1 = 2 milicoulombs, q_2 = 4 milicoulombs, al estar separadas en el vacío por una distancia de 30 cm.

Datos

$F = ?$
$q_1 = 2$ mC
$q_2 = 4$ mC
$r = 30$ cm $= 0.3$ m
$k = 9 \times 10^9$ Nm²/C²

Fórmula

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Sustitución y resultado

$$F = (9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})\frac{(2 \times 10^{-3}\text{ C})(4 \times 10^{-3}\text{ C})}{(0.3\text{ m})^2} = 8 \times 10^5\text{ N}$$

2. Determinar la fuerza eléctrica entre dos cargas cuyos valores son: q_1 = −3 microcoulombs, q_2 = 4 microcoulombs, al estar separadas en el vacío por una distancia de 50 cm.

Datos

$F = ?$
$q_1 = -3\ \mu$C
$q_2 = 4\ \mu$C
$r = 50$ cm $= 0.5$ m
$k = 9 \times 10^9$ Nm²/C²

Fórmula

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Sustitución y resultado

$$F = (9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$$

$$\frac{(-3 \times 10^{-6}\ C)\ (4 \times 10^{-6}\ C)}{(0.5\ m)^2}$$

$$= -4.32 \times 10^{-1}\ N$$

El signo menos indica que se trata de una fuerza de atracción. Cuando el signo es positivo la fuerza es de repulsión.

3. Una carga de -3×10^{-2} ues se encuentra en al aire a 15 cm de otra carga de -4×10^{-2} ues. Calcular:

a) ¿Cuál es la fuerza eléctrica entre ellas?
b) ¿Cuál sería la fuerza eléctrica entre ellas si estuvieran sumergidas en aceite?

Datos

$q_1 = -3 \times 10^{-2}$ ues
$q_2 = -4 \times 10^{-2}$ ues
$r = 15$ cm
$k = 1$ dina cm^2/ues^2
$F = ?$
$F'_{aceite} = ?$

Fórmulas

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_r = \frac{F}{F'} \therefore F' = \frac{F}{\epsilon_r}$$

Sustitución y resultado

a) $$F = (\frac{1\ \text{dina cm}^2}{\text{ues}^2})$$

$$\frac{(-3 \times 10^{-2}\ \text{ues})\ (-4 \times 10^{-2}\ \text{ues})}{(15\ \text{cm})^2}$$

$$= 5.33 \times 10^{-6}\ \text{dinas}$$

b) Si estuvieran sumergidas en aceite cuya permitividad relativa ϵ_r es de 2.8 (leída en el cuadro 12.1), el valor de la fuerza eléctrica F' en el aceite se calcula de la siguiente manera:

$$\epsilon_r = \frac{F}{F'} \therefore F' \frac{F}{\epsilon_r}$$

$$F' = \frac{5.33 \times 10^{-6}\ \text{dinas}}{2.8}$$

$$= 1.9 \times 10^{-6}\ \text{dinas}$$

4. Una carga eléctrica de $2\mu C$ se encuentra en el aire a 60 cm de otra carga. La fuerza con la cual se rechazan es de 3×10^{-1} N. ¿Cuánto vale la carga desconocida?

Datos

$q_1 = 2 \times 10^{-6}$ C
$r = 60$ cm $= 0.6$ m
$F = 3 \times 10^{-1}$ N
$q_2 = ?$
$k = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2

Fórmula

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Despeje por pasos

$$Fr^2 = k\, q_1 q_2 \therefore$$

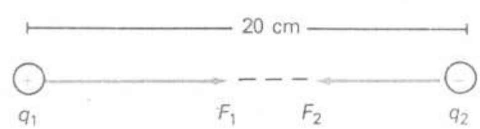
$$q_2 = \frac{Fr^2}{kq_1}$$

Sustitución y resultado

$$q_2 = \frac{(3 \times 10^{-1}\ N)\ (0.6\ m)^2}{(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})\ (2 \times 10^{-6}\ C)}$$

$$= 6 \times 10^{-6} C = 6\mu C$$

5. Una carga de $5\mu C$ se encuentra en el aire a 20 cm de otra carga de $-2\mu C$ como se aprecia a continuación:



Calcular:

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza F_1 ejercida por q_2 sobre q_1?
b) ¿El valor de la fuerza F_2 ejercida por q_1 sobre q_2 es igual o diferente a F_1?
c) ¿Cuál sería la fuerza eléctrica entre las cargas si estuvieran sumergidas en agua?

Datos

$q_1 = 5 \times 10^{-6}$C
$q_2 = -2 \times 10^{-6}$ C
$r = 20$ cm $= 0.2$ m
a) $F_1 = ?$
b) $F_2 = ?$
c) $F'_{\text{en el agua}} = ?$

Fórmulas

a) $$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

b) $$\epsilon_r = \frac{F}{F'} \therefore$$

$$F' = \frac{F}{\epsilon_r}$$

Sustitución y resultados

a) El valor de la fuerza F_1 ejercida sobre q_1 por q_2 es igual a:

$$F_1 = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_1 = \left(9 \times 10^9\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)$$

$$\frac{(5 \times 10^{-6}\ \text{C})\,(-2 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.2\ \text{m})^2} = -2.25\ \text{N}$$

b) El valor de la fuerza F_2 ejercida por q_1 sobre q_2 es exactamente igual al de la fuerza F_1 ejercida por q_2 sobre q_1. Esto sucede porque de acuerdo con la Tercera Ley de Newton, las fuerzas F_1 y F_2 forman una pareja de acción y reacción, por ello actúan en la dirección o línea de acción que las une, pero apuntando en sentidos contrarios. En conclusión, no importa que el valor de las cargas q_1 y q_2 sea diferente, la magnitud de la fuerza con que q_1 atrae a q_2 es igual a la magnitud de la fuerza con que q_2 atrae a q_1 pero con sentido contrario.

c) Si las cargas estuvieran sumergidas en agua, cuya permitividad relativa ϵ_r es de 80.5 (leída en el cuadro 12.1) la fuerza eléctrica F' con la que se atraerían es igual a:

$$\epsilon_r = \frac{F}{F'}\ \therefore\ F' = \frac{F}{\epsilon_r}$$

$$F' = \frac{2.25\ \text{N}}{80.5} = 0.0279\ \text{N} = 2.79 \times 10^{-2}\ \text{N}$$

6. Determine la distancia a la que se encuentran dos cargas eléctricas de 7×10^{-8} C, al rechazarse con una fuerza de 4.41×10^{-3} N.

Datos

$r = ?$

$q_1 = 7 \times 10^{-8}$ C

$q_2 = 7 \times 10^{-8}$ C

$F = 4.41 \times 10^{-3}$ N

$k = 9 \times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2$

Fórmula

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Despeje por pasos

$$Fr^2 = kq_1q_2\ \therefore$$

$$r^2 = \frac{kq_1q_2}{F}$$

Sustitución y resultado

$$r^2 = \frac{\left(9 \times 10^9\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)(7 \times 10^{-8}\ \text{C})\,(7 \times 10^{-8}\ \text{C})}{4.41 \times 10^{-3}\ \text{N}}$$

$$= 100 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$r = \sqrt{100 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$

$$= 10 \times 10^{-2}\ \text{m} = 1 \times 10^{-1}\ \text{m}$$

$$= 0.1\ \text{m} = 10\ \text{cm}$$

7. En un átomo de hidrógeno, un electrón gira alrededor de un protón en una órbita de radio igual a 5.3×10^{-11} m. ¿Con qué fuerza eléctrica se atraen el protón y el electrón?

Datos

$q_1 = -1.6 \times 10^{-19}$ C
(carga del electrón)
$q_2 = 1.6 \times 10^{-19}$ C
(carga del protón)
$r = 5.3 \times 10^{-11}$ m
$k = 9 \times 10^9\ \text{Nm}^2/\text{C}^2$
$F = ?$

Fórmula

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

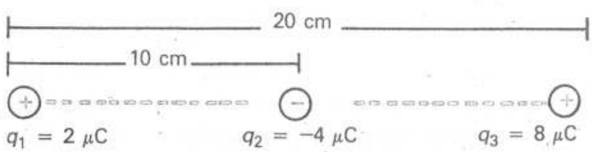
Sustitución y resultado

$$F = \left(9 \times 10^9\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)$$

$$\frac{(-1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})\,(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})}{(5.3 \times 10^{-11}\ \text{m})^2}$$

$$= -8.2 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

8. Una carga $q_1 = 2\mu$C se encuentra a una distancia de 20 cm de otra carga $q_3 = 8\mu$C, como se ve en la figura. Determinar el valor de la fuerza resultante y su sentido, sobre una carga $q_2 = -4\mu$C al ser colocada en medio de las otras dos cargas.



Datos	*Fórmulas*
$q_1 = 2 \times 10^{-6}$ C	$F = k \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$
$q_2 = -4 \times 10^{-6}$ C	
$q_3 = 8 \times 10^{-6}$ C	$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F} = \vec{F}_{1-2} + \vec{F}_{3-2}$
$r = 10$ cm	
$k = 9 \times 10^9$ Nm²/C²	
$F_{R\ sobre\ q_2} = ?$	

Solución:

Para encontrar la fuerza resultante sobre q_2, observamos que sobre esta carga actúan dos fuerzas, una a causa de q_1 ($\vec{F}_{1-2}$) y otra debida a q_3 ($\vec{F}_{3-2}$). De acuerdo con el principio de superposición de las fuerzas eléctricas, la fuerza resultante que experimenta una carga eléctrica es igual a la suma vectorial de las fuerzas eléctricas que cada una produce. Por tanto, la fuerza resultante sobre q_2 será igual a la suma vectorial de la fuerza producida por q_1 y q_3.

Cálculo de la fuerza causada por q_1:

$$\vec{F}_{1-2} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(2 \times 10^{-6}\ \text{C})\,(-4 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.1\ \text{m})^2} = -7.2\ \text{N}$$

(fuerza de atracción con sentido hacia la izquierda)

Cálculo de la fuerza debida a q_3:

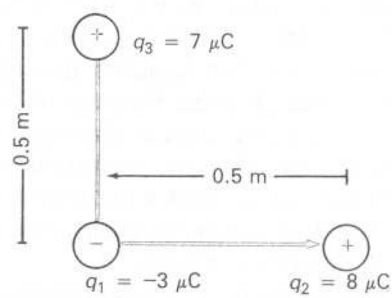
$$\vec{F}_{3-2} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(8 \times 10^{-6}\ \text{C})\,(-4 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.1\ \text{m})^2} = -28.8\ \text{N}$$

(fuerza de atracción con sentido hacia la derecha)

Cálculo de la fuerza resultante y determinación de su sentido: como las dos fuerzas actúan en la misma línea de acción pero con sentido contrarios, la fuerza resultante será la diferencia de las dos fuerzas y el sentido, el que tenga la fuerza causada por q_3 ($\vec{F}_{3-2}$) (a la derecha), pues es mayor su fuerza de atracción que la proporcionada por q_1 ($\vec{F}_{1-2}$).

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{3-2} - \vec{F}_{1-2} = 28.8\ \text{N} - 7.2\ \text{N}$$
$$= 21.6\ \text{N hacia la derecha}$$

9. Una carga $q_1 = -3\mu$C recibe una fuerza de atracción debido a dos cargas $q_2 = 8\mu$C y $q_3 = 7\mu$C, que se encuentran distribuidas como señala la siguiente figura. Determinar la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q_1, así como el ángulo que forma respecto al eje horizontal.

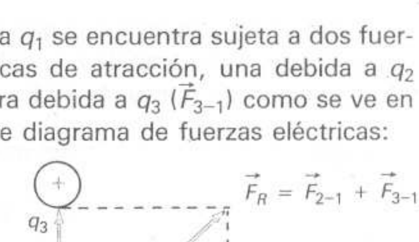


Datos

$q_1 = -3\mu$C
$q_2 = 8\mu$C
$q_3 = 7\mu$C
$r = 0.5$ m
$k = 9 \times 10^9$ Nm²/C²
$F_{R\ sobre\ q_1} = ?$

Solución:

La carga q_1 se encuentra sujeta a dos fuerzas eléctricas de atracción, una debida a q_2 ($\vec{F}_{2-1}$) y otra debida a q_3 ($\vec{F}_{3-1}$) como se ve en el siguiente diagrama de fuerzas eléctricas:



Para encontrar la resultante calculamos primero la fuerza $\vec{F}_{2-1}$, después la fuerza $\vec{F}_{3-1}$, y finalmente aplicamos el teorema de Pitágoras. El ángulo α se determinará con la función trigonométrica tangente.

$$\vec{F}_{2-1} = (9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}) \frac{(8 \times 10^{-6}\ \text{C})(-3 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.5\ \text{m})^2}$$
$$= -8.64 \times 10^{-1}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{3-1} = (9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}) \frac{(7 \times 10^{-6}\ \text{C})(-3 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.5\ \text{m})^2}$$
$$= -7.56 \times 10^{-1}\ \text{N}$$

Nota: Recuerde que el signo (−) sólo indica que la fuerza eléctrica es de atracción, por tanto en nuestra aplicación del teorema de Pitágoras y en el cálculo del ángulo α se puede omitir:

$$\vec{F}_R = \sqrt{F_{2-1}^2 + F_{3-1}^2}$$

$$\vec{F}_R = \sqrt{(8.64 \times 10^{-1}\ \text{N})^2 + (7.56 \times 10^{-1}\ \text{N})^2}$$

$$= \sqrt{131.8 \times 10^{-2}\ \text{N}^2}$$

$$= 11.48 \times 10^{-1}\ \text{N} = 1.148\ \text{N}$$

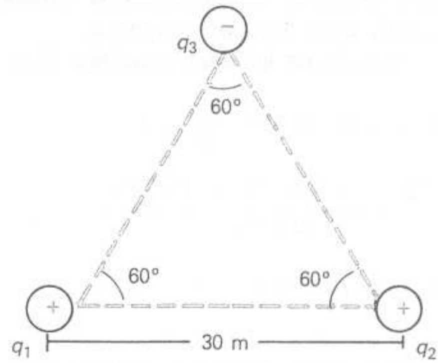
Cálculo del ángulo de la resultante:

$$\tan \alpha = \frac{F_{3-1}}{F_{2-1}} = \frac{7.56 \times 10^{-1}\ \text{N}}{8.64 \times 10^{-1}\ \text{N}}$$
$$\tan \alpha = 0.875$$
$$\alpha = \text{ángulo cuya tangente es } 0.875$$
$$\alpha = 41.2° = 41°\ 12'$$

10. Tres cargas cuyos valores son: $q_1 = 3\mu\text{C}$, $q_2 = 3\mu\text{C}$ y $q_3 = -3\mu\text{C}$, están colocadas en los vértices de un triángulo equilátero que mide 30 cm en cada uno de sus lados, como se ve en la figura. Determine el valor de la fuerza resultante sobre la carga q_2, así como el ángulo α que forma respecto al eje horizontal.

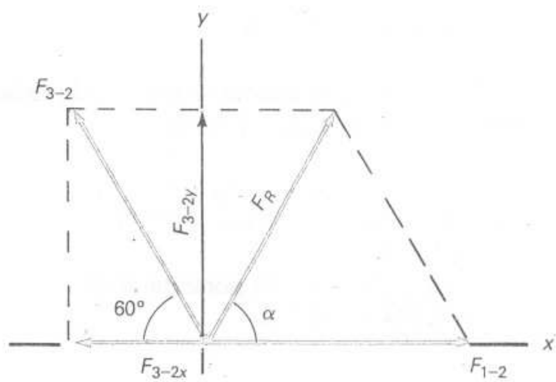
Datos

$q_1 = 3 \times 10^{-6}$ C
$q_2 = 3 \times 10^{-6}$ C
$q_3 = -3 \times 10^{-6}$ C
$r = 30$ cm $= 0.3$ m
$k = 9 \times 10^9$ Nm²/C²
$F_{R\ sobre\ q_2} = ?$



Solución:

La carga q_2 se encuentra sujeta a dos fuerzas eléctricas, una de repulsión resultado de q_1 ($\vec{F}_{1-2}$) y otra de atracción debida a q_3 ($\vec{F}_{3-2}$), como se ve en el siguiente diagrama de fuerzas eléctricas:



$\vec{F}_R = \vec{F}_{1-2} + \vec{F}_{3-2}$

Para encontrar la resultante, primero calculamos la fuerza $\vec{F}_{1-2}$, que será igual a la fuerza $\vec{F}_{3-2}$, pues las cargas son iguales. Después encontraremos el valor de la componente en x y en y de la fuerza $\vec{F}_{3-2}$ ($\vec{F}_{1-2}$ sólo tiene componente en x). Si conocemos los valores de todas las componentes en x y en y, debemos hacer la suma de éstas en x y *en y* para que el sistema original de fuerzas se reduzca a dos fuerzas perpendiculares entre sí: una que repre-

sente la resultante de todas las componentes en x y otra, la resultante de todos los componentes en y. Finalmente, encontraremos la resultante de las dos fuerzas perpendiculares utilizando el teorema de Pitágoras y el ángulo que forma la resultante con la horizontal, por medio de la función tangente.

Cálculo de la fuerza eléctrica $\vec{F}_{1-2} = \vec{F}_{3-1}$:

$$\vec{F}_{1-2} = (9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$$

$$\frac{(3 \times 10^{-6}\ C)\ (3 \times 10^{-6}\ C)}{(0.3\ m)^2} =$$

$$\vec{F}_{1-2} = \vec{F}_{3-2} = 9 \times 10^{-1}\ N$$

Cálculo de las componentes en x y en y de la fuerza $\vec{F}_{3-2}$:

$$-\vec{F}_{3-2_x} = -\vec{F}_{3-2} \cos 60° = -9 \times 10^{-1}\ N \times 0.5$$

$$= -4.5 \times 10^{-1}\ N$$

(negativa porque va a la izquierda)

$$\vec{F}_{3-2\,y} = \vec{F}_{3-2} \text{ sen } 60° = 9 \times 10^{-1}\ N \times 0.8660$$

$$= 7.794 \times 10^{-1}\ N$$

Cálculo de la resultante de la suma de todas las componentes en x y en y:

$$\vec{R}_x = \Sigma F_x = F_{1-2} + (-F_{3-2\,x})$$
$$\vec{R}_x = 9 \times 10^{-1}\ N - 4.5 \times 10^{-1}\ N$$
$$= 4.5 \times 10^{-1}\ N$$
$$\vec{R}_y = F_{3-2\,y} \text{ (única componente en } y)$$
$$= 7.794 \times 10^{-1}\ N$$

Cálculo de la resultante aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$$

$$\vec{R} = \sqrt{(4.5 \times 10^{-1}\ N)^2 + (7.794 \times 10^{-1}\ N)^2}$$

$$= \sqrt{81 \times 10^{-2}\ N^2}$$
$$= 9 \times 10^{-1}\ N$$

Cálculo del ángulo α formado por la resultante:

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{7.794 \times 10^{-1}\ N}{4.5 \times 10^{-1}\ N}$$

$$\tan \alpha = 1.732$$
$$\alpha = \text{ángulo cuya tangente es } 1.732$$
$$\alpha = 60°$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar el valor de la fuerza eléctrica entre dos cargas cuyos valores son: $q_1 = -5\mu C$ y $q_2 = -4\mu C$, al estar separadas en el vacío una distancia de 20 cm.

   Respuesta:

   $F = 4.5$ N

2. Calcular la fuerza eléctrica entre dos cargas cuyos valores son: $q_1 = -2$ mC, $q_2 = 6$ mC, al estar separadas en el vacío por una distancia de 40 cm. Determinar también el valor de la fuerza eléctrica, si las cargas se sumergieran en agua.

   Respuestas:

   $F = -6.75 \times 10^5$ N (en el vacío)
   $F' = -8.38 \times 10^3$ N (en el agua)

3. Una carga de 7×10^{-1} ues se encuentra en el aire a 10 cm de otra carga de 3×10^{-1} ues. Determinar el valor de la fuerza eléctrica entre ellas. Calcular también el valor de la fuerza eléctrica si las cargas se sumergen en gasolina.

   Respuestas:

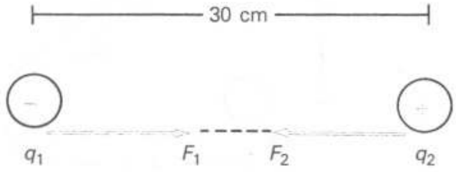
   $F = 2.1 \times 10^{-3}$ dinas (en el aire)
   $F' = 8.9 \times 10^{-4}$ dinas (en la gasolina)

4. La fuerza con la que se rechaza una carga de $8\mu C$ con otra carga, es de 4×10^{-1} N. Determinar el valor de la carga desconocida, si las dos cargas están en el aire a una distancia de 50 cm.

Respuesta:

$q_2 = 1.38 \times 10^{-6}$ C $= 1.38\mu$C

5. Una carga de -3μC se encuentra en el vacío a 30 cm de otra carga de 6μC, como se ve en la figura:



a) Determinar el valor de la fuerza F_1 ejercida sobre q_1 por q_2.
b) ¿El valor de la fuerza F_2 ejercida sobre q_2 por q_1 es igual o diferente a F_1?
c) Calcular el valor de la fuerza eléctrica entre las cargas si estuvieran sumergidas en aceite (ver cuadro 12.1 de permitividades relativas).

Respuestas:

a) $F = -1.8$ N
b) $F_1 = F_2$
c) $F' = 6.4 \times 10^{-1}$ N (en el aceite)

6. Dos cargas iguales se encuentran en el aire a 20 cm de distancia y se rechazan con una fuerza de 8×10^{-1} N. ¿Cuánto vale cada carga en coulombs?

Respuesta:

$q_1 = q_2 = 1.88 \times 10^{-6}$ C $= 1.88\mu$C

7. Calcular la distancia a la que se encuentran dos cargas eléctricas de 4×10^{-7} C cada una, al rechazarse con una fuerza de 5×10^{-2}N.

Respuesta:

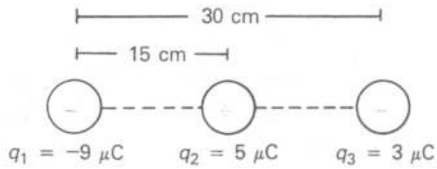
$r = 1.697 \times 10^{-1}$m $= 16.97$ cm

8. Calcular la fuerza de repulsión entre dos protones que se encuentran a una distancia de 4.2×10^{-15} m en un núcleo de cobalto.

Respuesta:

$F = 13.06$ N

9. Una carga $q_1 = -9\mu$C se encuentra a una distancia de 30 cm de otra carga $q_3 = -3\mu$C como se ve en la figura:

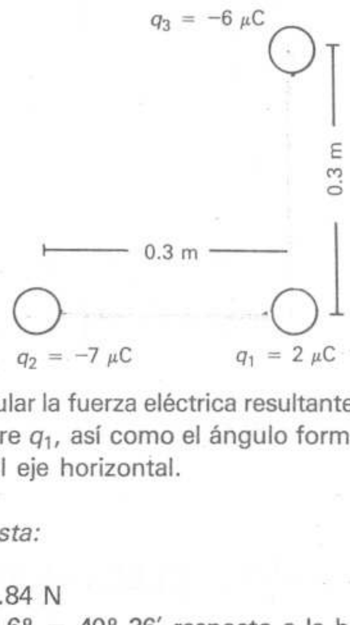


Si una carga $q_2 = 5\mu$C se coloca en medio de las cargas q_1 y q_3, calcular la fuerza resultante sobre q_2, así como su sentido.

Respuesta:

$\vec{F}_R = 12$ N hacia la izquierda

10. Una carga $q_1 = 2\mu$C recibe una fuerza de atracción debido a dos cargas: $q_2 = -7\mu$C y $q_3 = -6\mu$C distribuidas como a continuación se muestra:



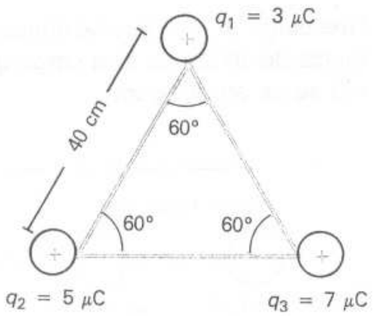
Calcular la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q_1, así como el ángulo formado respecto al eje horizontal.

Respuesta:

$\vec{F}_R = 1.84$ N
$\alpha = 40.6° = 40°\ 36'$ respecto a la horizontal

11. Tres cargas cuyos valores son: $q_1 = 3\mu$C, $q_2 = 5\mu$C y $q_3 = 7\mu$C, están colocadas en los

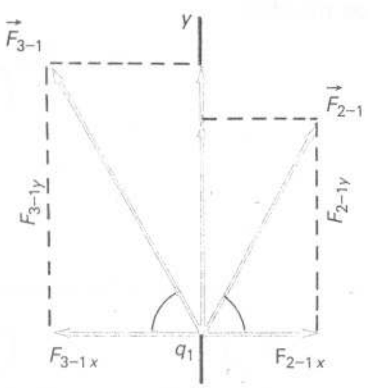
vértices de un triángulo equilátero que mide 40 cm en cada uno de sus lados como se ve en la figura:



a) Dibuje el diagrama de las fuerzas eléctricas a las que se encuentra sujeta la carga q_1 debido a q_2 y q_3.
b) ¿Cuál es el valor de la fuerza resultante sobre la carga q_1?
c) ¿Qué ángulo forma la fuerza resultante respecto al eje horizontal?

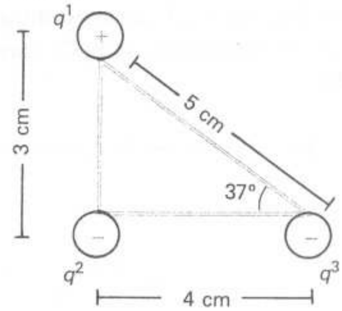
Respuestas:

a) Diagrama de las fuerzas eléctricas sobre q_1:



b) $\vec{F}_R = 1.76$ N
c) $\measuredangle = 84.5° = 84°\ 30'$

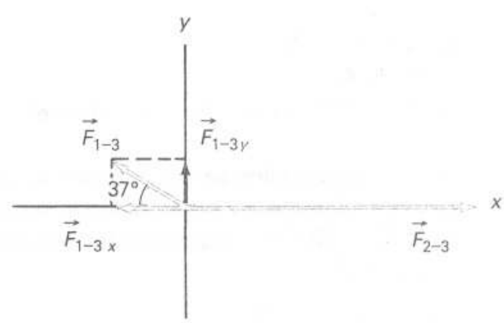
12. Tres cargas eléctricas cuyos valores son: $q_1 = 3\mu C$, $q_2 = -5\mu C$ y $q_3 = -7\mu C$, se encuentran distribuidas como se señala en la siguiente figura:



a) Dibuje el diagrama de las fuerzas eléctricas a las que se encuentra sujeta la carga q_3 debido a q_1 y q_2.
b) ¿Cuál es el valor de la fuerza resultante sobre la carga q_3 y su ángulo respecto al eje horizontal?

Respuestas:

a) Diagrama de las fuerzas eléctricas sobre q_3:



b) $\vec{F}_R = 143.89$ N
$\measuredangle = 18.4°$
$= 18°\ 24'$ respecto al eje horizontal

9 CAMPO ELECTRICO

Una carga eléctrica se encuentra siempre rodeada por un campo eléctrico. Las cargas de diferente signo se atraen y las de igual signo se rechazan, aun cuando se encuentren separadas. Esto quiere decir que las cargas eléctricas influyen sobre la región que está a su alrededor; la región de influencia re-

cibe el nombre de campo eléctrico. El campo eléctrico es invisible, pero su fuerza ejerce acciones sobre los cuerpos cargados y por ello es fácil detectar su presencia, así como medir su intensidad.

El electrón y todos los cuerpos electrizados tienen a su alrededor un campo eléctrico cuya fuerza se manifiesta sobre cualquier carga cercana a su zona de influencia. El campo eléctrico es inherente a la naturaleza del electrón e independiente de sus movimientos. No así el campo magnético que aparece sólo cuando el electrón está en movimiento.

Como el campo eléctrico no se puede ver, el inglés Michael Faraday introdujo, en 1823, el concepto de líneas de fuerza, para poder representarlo gráficamente (figuras 12.10, 12.11, 12.12 y 12.13).

En la figura 12.10 las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico de una carga positiva salen radialmente de la carga, mientras en una carga negativa (figura 12.11) las líneas de fuerza llegan de modo radial a la carga. Estas pueden dibujarse de tal manera que señalen, además de su dirección y sentido, el punto más intenso del campo eléctrico. Para ello, las líneas de fuerza estarán más juntas entre sí cuando el campo eléctrico sea intenso y más separadas al disminuir la intensidad.

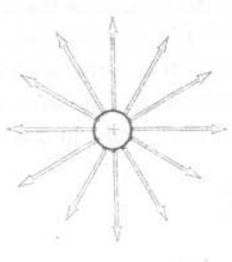


Fig. 12.10 Configuración del campo eléctrico producido por una carga puntual positiva.

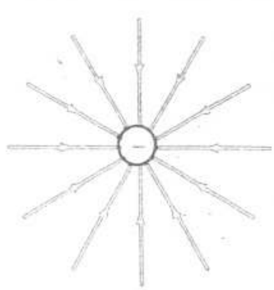


Fig. 12.11 Configuración del campo eléctrico producido por una carga puntual negativa.

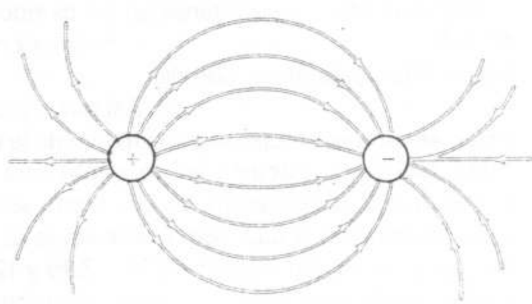


Fig. 12.12 Configuración del campo eléctrico producido por dos cargas de diferente signo.

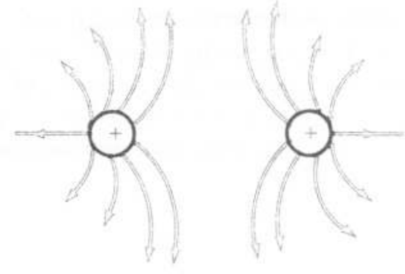


Fig. 12.13 Configuración del campo eléctrico producido por dos cargas del mismo signo.

Intensidad del campo eléctrico

Para poder interpretar cómo es la intensidad del campo eléctrico producido por una carga eléctrica, se emplea una carga positiva (por convención) de valor muy pequeño llamada carga de prueba; de esta manera sus efectos, debido al campo eléctrico, se pueden despreciar. Esa pequeña carga de prueba q se coloca en el punto del espacio a investigar (figura 12.14). Si la carga de prueba recibe una fuerza de origen eléctrico, diremos que en ese punto del espacio existe un campo eléctrico cuya intensidad $\vec{E}$ es igual a la relación dada entre la fuerza $\vec{F}$ y el valor de dicha carga de prueba q. Por tanto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

donde: $\vec{E}$ = intensidad del campo eléctrico en N/C o dina/ues

$\vec{F}$ = fuerza que recibe la carga de prueba en newtons (N) o dinas

q = valor de la carga de prueba en coulombs (C) o ues

Como se observa, la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ es una magnitud vectorial, toda vez que la fuerza $\vec{F}$ también lo es, por ello, los campos eléctricos se suman vectorialmente. Así pues, la dirección y sentido del vector representativo de la intensidad del campo eléctrico en un punto será igual a la de la fuerza que actúa en ese punto sobre la carga de prueba, la cual como señalamos es positiva por convención (figuras 12.14, 12.15 y 12.16). El valor de la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ no es constante, sino que disminuye a medida que aumenta la distancia. Sin embargo, el valor de $\vec{E}$ será el mismo para todos los puntos con igual distancia del centro de una carga.

Cuando se tiene un cuerpo esférico cargado eléctricamente de dimensiones tales que se supongan como una carga puntual (la cual tiene un cuerpo cargado de pequeñas dimensiones), el valor de la intensidad de su campo eléctrico en un determinado punto a su alrededor se determina basándonos

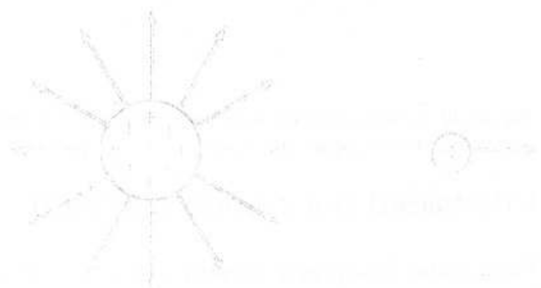


Fig. 12.14 En la figura se observa la dirección y el sentido del vector campo eléctrico E debido a un cuerpo con carga positiva que actúa sobre la carga de prueba q. Si el cuerpo tuviera carga negativa, el sentido del vector campo eléctrico E sería el contrario.

Fig. 12.15 a) La dirección y el sentido de la intensidad del campo eléctrico E en cualquier punto del espacio que rodea a una carga positiva están dirigidos radialmente hacia afuera de la carga. b) Si la carga es negativa, E está dirigido hacia adentro.

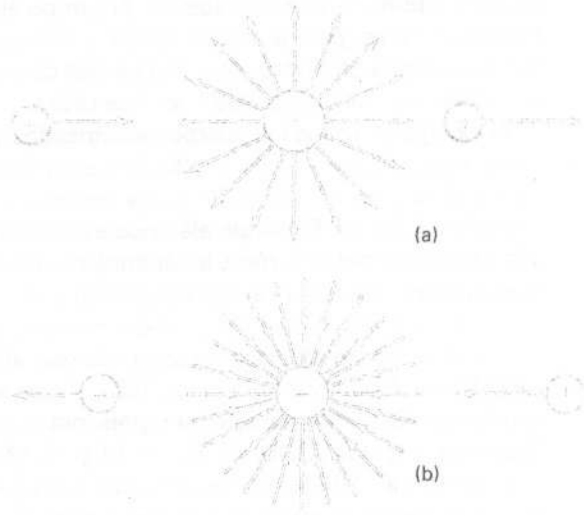


Fig. 12.16 En las figuras (a) y (b) observamos que cuando una carga positiva está situada en un campo eléctrico, su movimiento es siempre en la misma dirección de éste. Una carga negativa, en cambio, se moverá siempre en la dirección contraria al campo eléctrico.

en que toda la carga de la esfera está reunida en su centro como si fuera una carga puntual.

Si se desea calcular la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ a una determinada distancia r de una carga q (figura 12.17), se considera que una carga de prueba q^1 colocada a dicha distancia recibe una fuerza $\vec{F}$ debida a q, y de acuerdo con la Ley de Coulomb se calcula con la expresión siguiente:

$$F = k\frac{qq^1}{r^2}\ldots \qquad (1)$$

$$\text{como } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^1}\ldots \qquad (2)$$

sustituyendo la ecuación 1 en 2 tenemos:

$$\vec{E} = \frac{\dfrac{kqq^1}{r^2}}{q^1}\ldots \qquad (3)$$

donde:

$$\ldots \qquad (4)$$

La ecuación 4 nos permitirá calcular el valor de $\vec{E}$ en cualquier punto de una carga eléctrica. El va-

lor de k como sabemos es de 9×10^9 Nm^2/C^2 en el SI, o bien, de 1 dina cm^2/ues^2 en el CGS.

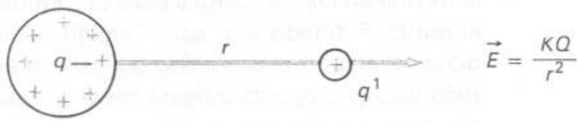


Fig. 12.17 Intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ producido por una carga q a una distancia r del centro de dicha carga.

En caso de tener la presencia de más de una carga eléctrica (figura 12.18) el vector resultante de la intensidad del campo eléctrico en un punto P, será igual a la suma vectorial de cada uno de los campos producidos individualmente por cada carga Así:

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n$$

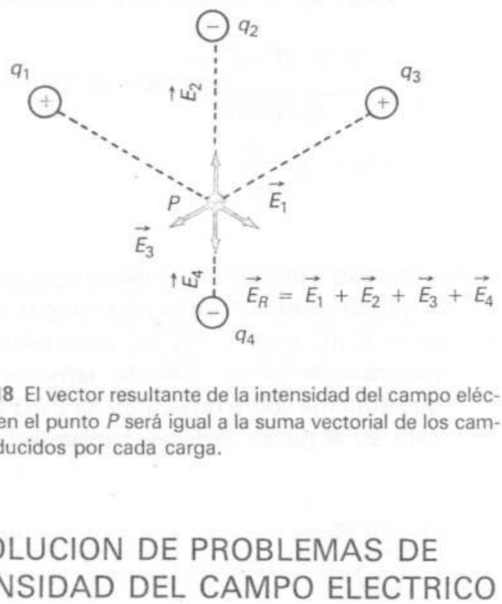


Fig. 12.18 El vector resultante de la intensidad del campo eléctrico E_R en el punto P será igual a la suma vectorial de los campos producidos por cada carga.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE INTENSIDAD DEL CAMPO ELECTRICO

1. Una carga de prueba de 3×10^{-7} C recibe una fuerza horizontal hacia la derecha de 2×10^{-4} N. ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo eléctrico en el punto donde está colocada la carga de prueba?

Datos

$q = 3 \times 10^{-7}$ C
$\vec{F} = 2 \times 10^{-4}$ N
$\vec{E} = ?$

Fórmula

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Sustitución y resultado

$$\vec{E} = \frac{2 \times 10^{-4}\ \text{N}}{3 \times 10^{-7}\ \text{C}} = 6.66 \times 10^2\ \text{N/C}$$

2. Una carga de prueba de 2μC se sitúa en un punto en el que la intensidad del campo eléctrico tiene un valor de 5×10^2 N/C. ¿Cuál es el valor de la fuerza que actúa sobre ella?

Datos

$q = 2 \times 10^{-6}$ C
$\vec{E} = 5 \times 10^2$ N/C
$\vec{F} = ?$

Fórmula

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \therefore \vec{F} = \vec{E}q$$

Sustitución y resultado

$$\vec{F} = 5 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}} \times 2 \times 10^{-6}\ \text{C} = 1 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

3. Calcular la intensidad del campo eléctrico a una distancia de 50 cm de una carga de 4μC.

Datos

$\vec{E} = ?$
$r = 50$ cm $= 0.5$ m
$q = 4 \times 10^{-6}$ C
$k = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2

Fórmula

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}$$

Sustitución y resultado

$$\vec{E} = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 4 \times 10^{-6}\ \text{C}}{(0.5\ \text{m})^2}$$

$$= 1.44 \times 10^5\ \text{N/C}$$

4. La intensidad del campo eléctrico producido por una carga de 3μC en un punto determinado es de 6×10^6 N/C. ¿A qué distancia del punto considerado se encuentra la carga?

Datos

$q = 3 \times 10^{-6}$ C
$\vec{E} = 6 \times 10^6$ N/C
$k = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2
$r = ?$

Fórmula

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}$$

Despeje por pasos

$$\vec{E}r^2 = kq$$

$$r^2 = \frac{kq}{\vec{E}}$$

Sustitución y resultado

$$r^2 = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 3 \times 10^{-6}\ \text{C}}{6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}}$$

$$= 4.5 \times 10^{-3}\text{m}^2 = 45 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$r = \sqrt{45 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$
$$= 6.7 \times 10^{-2}\ \text{m} = 6.7\ \text{cm}$$

5. Una esfera metálica, cuyo diámetro es de 20 cm, está electrizada con una carga de 8μC distribuida uniformemente en su superficie. ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo eléctrico a 8 cm de la superficie de la esfera?

Datos

$\phi = 20$ cm $\therefore r = 10$ cm
$q = 8 \times 10^{-6}$ C
$k = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2
$r = 10$ cm $+ 8$ cm $= 18$ cm
$\vec{E} = ?$

Fórmula

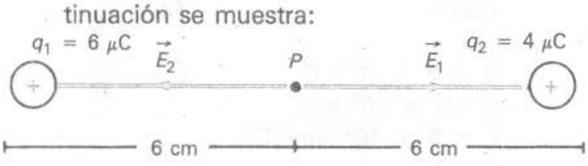
$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}$$

Sustitución y resultado

$$\vec{E} = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 8 \times 10^{-6}\ \text{C}}{(0.18\ \text{m})^2}$$

$$= 2.22 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

6. Calcular la intensidad del campo eléctrico en el punto medio P entre dos cargas puntuales cuyos valores son $q_1 = 6\mu\text{C}$ y $q_2 = 4\mu\text{C}$, separadas a una distancia de 12 cm como a continuación se muestra:



Solución:

La dirección del vector campo eléctrico es la misma en las dos cargas pero el sentido en el punto P debido a q_1 está dirigido hacia la derecha, mientras el sentido del campo eléctrico debido a q_2 está dirigido hacia la izquierda, pues las dos son positivas.

La intensidad del campo eléctrico resultante $\vec{E}_R$ en el punto P será el vector suma de las intensidades de cada una de las cargas. Por tanto:

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

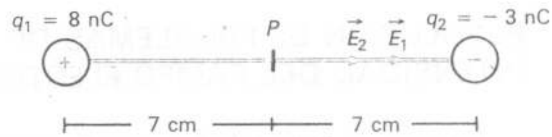
$$\vec{E}_R = \frac{kq_1}{r^2} + \left(-\frac{kq_2}{r^2}\right) = \frac{k}{r^2}(q_1 - q_2)$$

Nota: El signo (−) del campo eléctrico debido a la carga q_2 es porque va a la izquierda.

$$\vec{E}_R = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}{(0.06\ \text{m})^2}(6 - 4)\ 10^{-6}\ \text{C}$$

$$= 5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

7. Determinar la intensidad del campo eléctrico en el punto medio P entre dos cargas puntuales $q_1 = 8$ nC y $q_2 = -3$ nC separadas por una distancia de 14 cm. Calcular también la fuerza que actuaría sobre una carga de 2 nC si se colocara en el punto P de esas mismas cargas.



Solución:

El sentido del campo eléctrico en el punto P debido a q_1 está dirigido hacia la derecha por ser carga positiva y el sentido del campo eléctrico debido a q_2 también va a la derecha por ser negativa. Por tanto:

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_R = \frac{kq_1}{r^2} + \frac{kq_2}{r^2} = \frac{k}{r^2}(q_1 + q_2)$$

$$\vec{E}_R = \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{(0.07 \text{ m})^2}(8 + 3)\, 10^{-9} \text{ C}$$

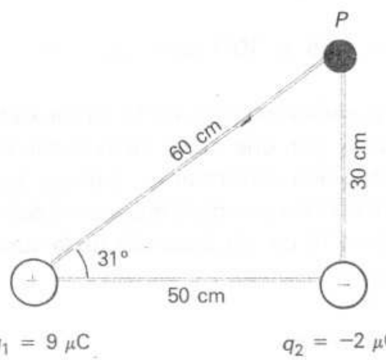
$$= 2.02 \times 10^4 \frac{N}{C} \text{ (hacia la derecha)}$$

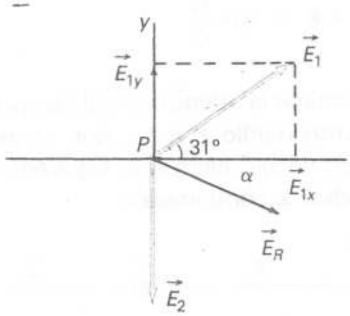
Cálculo de la fuerza que actuaría sobre una carga de 2 nC situada en el punto P:

$$\vec{F} = \vec{E}q = 2.02 \times 10^4 \frac{N}{C} \times 2 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$= 4.04 \times 10^{-5} \text{ N (hacia la derecha)}$$

3. Determinar la intensidad del campo eléctrico en el punto P originado por dos cargas puntuales $q_1 = 9\mu C$ y $q_2 = -2\mu C$ distribuidas de la siguiente manera:





Solución:

Primero calculamos el valor de la intensidad del campo eléctrico en el punto P originado por las cargas q_1 y q_2, posteriormente determinamos la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto P mediante la suma vectorial de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ por el método de las componentes perpendiculares.

Cálculo de $\vec{E}_2$:

Como se observa en el diagrama vectorial de los campos eléctricos, la intensidad del campo en P originada por q_2 está dirigida verticalmente hacia abajo, por ello su signo será negativo y vale:

$$\vec{E}_2 = -\frac{kq_2}{r_2^2}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times 2 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0.3 \text{ m})^2}$$

$$= -2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

Cálculo de $\vec{E}_1$:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r_1^2}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times 9 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0.6 \text{ m})^2}$$

$$= 2.25 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

Cálculo de las componentes en x y en y de $\vec{E}_1$:

$$\vec{E}_{1x} = \vec{E}_1 \cos 31° = 2.25 \times 10^5 \frac{N}{C} \times 0.8572$$

$$= 1.93 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_{1y} = \vec{E}_1 \text{ sen } 31° = 2.25 \times 10^5 \frac{N}{C} \times 0.5150$$

$$= 1.16 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

Cálculo de la resultante de la suma de todas las componentes en x y en y de $\vec{E}$:

$$\vec{E}_{Rx} = \Sigma\vec{E}_x = \vec{E}_{1x} = 1.93 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_{Ry} = \Sigma\vec{E}_y = \vec{E}_{1y} + \vec{E}_{2y}$$

$$\vec{E}_{Ry} = 1.16 \times 10^5 \frac{N}{C} + (-2 \times 10^5 \frac{N}{C})$$

$$= -0.84 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

Cálculo de la resultante del campo eléctrico a partir del teorema de Pitágoras:

$$\vec{E}_R = \sqrt{\vec{E}_{Rx}{}^2 + \vec{E}_{Ry}{}^2}$$

$$\vec{E}_R = \sqrt{(1.93 \times 10^5 \frac{N}{C})^2 + (-0.84 \times 10^5 \frac{N}{C})^2}$$

$$= \sqrt{4.43 \times 10^{10} \frac{N^2}{C^2}} = 2.1 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

Cálculo del ángulo α formado por la resultante:

$$\tan \alpha = \frac{\vec{E}_{Ry}}{\vec{E}_{Rx}} = \frac{0.84 \times 10 \frac{N}{C}}{1.93 \times 10 \frac{N}{C}}$$

$$\tan \alpha = 0.4352$$
$$\alpha = \text{ángulo cuya tan es: } 0.4352$$
$$\alpha = 23.5° = 23° \, 30'$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de la intensidad del campo eléctrico en un punto donde se coloca una carga de prueba de $7 \mu C$, la cual recibe una fuerza eléctrica vertical hacia arriba de 5×10^{-3} N.

Respuesta:

$$\vec{E} = 7.1 \times 10^2 \frac{N}{C}$$

2. Determinar el valor de la fuerza que actúa sobre una carga de prueba de 2×10^{-7} C al situarse en un punto en el que la intensidad del campo eléctrico tiene un valor de 6×10^4 N/C.

Respuesta:

$$\vec{F} = 1.2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

3. Calcular la intensidad del campo eléctrico a una distancia de 40 cm de una carga de $9 \mu C$.

Respuesta:

$$\vec{E} = 5.06 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

4. El valor de la intensidad del campo eléctrico producido por una carga es de 4×10^5 N/C a 50 cm de distancia de ésta. ¿Cuál es el valor de la carga eléctrica?

Respuesta:

$$q = 1.1 \times 10^{-5} \text{ C} = 0.11 \ \mu C$$

5. La intensidad del campo eléctrico producido por una carga de $7 \mu C$ en un punto determinado es de 5×10^5 N/C. ¿A qué distancia del punto considerado se encuentra la carga?

Respuesta:

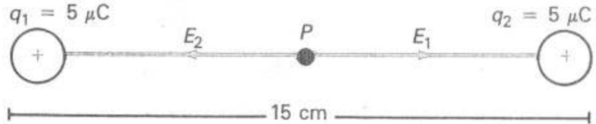
$$r = 3.55 \times 10^{-1} \text{ m} = 35.5 \text{ cm}$$

6. Una esfera metálica de 11 cm de radio está electrizada con una carga de $2 \mu C$ que se encuentra distribuida uniformemente en su superficie. Determinar el valor de la intensidad del campo eléctrico a 10 cm de distancia de la superficie de la esfera.

Respuesta:

$$\vec{E} = 4.8 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

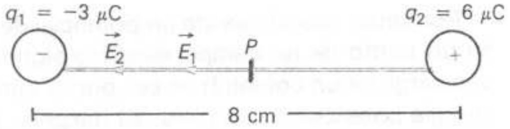
7. Determinar la intensidad del campo eléctrico en el punto medio P entre dos cargas puntuales iguales de $5 \mu C$ cada una, separada 15 cm como se indica a continuación:



Respuesta:

$$\vec{E}_R = 0$$

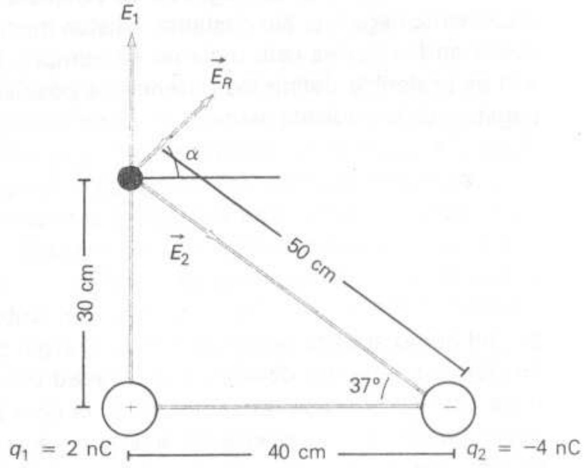
8. Calcular la intensidad del campo eléctrico en el punto medio P entre dos cargas puntuales $q_1 = -3\mu C$ y $q_2 = 6\mu C$ separadas a una distancia de 8 cm como se ve en la figura. Determinar también la fuerza que actuaría sobre una carga de $4\mu C$ al colocarse en el punto P.



Respuesta:

$\vec{E}_R = 5.06 \times 10^7$ N/C hacia la izquierda
$\vec{F} = 2.02 \times 10^2$ N hacia la izquierda

9. Encontrar la intensidad del campo eléctrico y el ángulo que forma respecto al eje horizontal en el punto P, originado por dos cargas puntuales $q_1 = 2$ nC y $q_2 = -4$ nC distribuidas de la siguiente forma:



Respuestas:

$$\vec{E}_R = 1.6 \times 10^2 \frac{N}{C}$$

$$\alpha = 44.6° = 44° 36'$$

10 POTENCIAL ELECTRICO

Existe analogía entre la energía potencial eléctrica y la energía potencial gravitacional de un cuerpo. Cuando un cuerpo se eleva a una cierta altura h sobre el nivel del suelo (figura 12.19), su energía potencial es positiva, pues al regresar a éste será capaz de realizar un trabajo equivalente a su energía potencial: $T = Ep = mgh$. Si el cuerpo se encuentra a una distancia h' bajo el nivel del suelo, su energía potencial será negativa, porque al bajar a ese punto cede energía y para subirlo se debe realizar un trabajo negativo cuyo valor será igual a:

$$-T = -Ep = -mgh$$

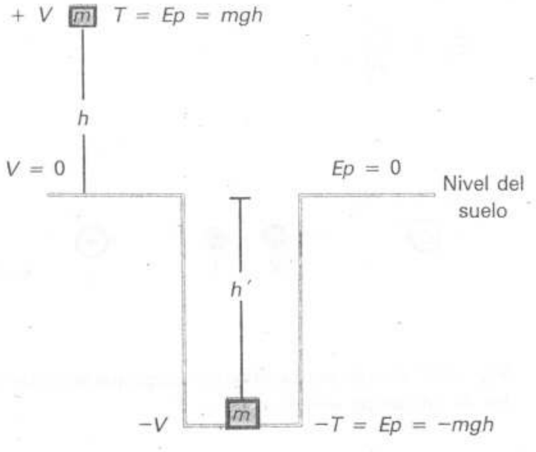


Fig. 12.19 El nivel del suelo se puede considerar como nivel cero de energía potencial. De la misma manera, el potencial eléctrico se toma como cero en ese lugar.

En general, cuando un cuerpo se encuentra dentro del campo gravitatorio terrestre tiene una energía potencial gravitatoria. Análogamente, una carga eléctrica situada dentro de un campo eléctrico tendrá una energía potencial eléctrica, pues la fuerza que ejerce el campo es capaz de realizar un trabajo al mover la carga.

Toda carga eléctrica, positiva o negativa, posee una energía potencial eléctrica debido a su capacidad para realizar trabajo sobre otras cargas. Cuando una carga es positiva se dice que tiene un po-

tencial positivo, y si es negativa su potencial es igualmente negativo. No obstante, existen muchos casos en los cuales esta regla no se cumple, por eso es preferible definir los potenciales positivo y negativo de la siguiente manera: un potencial es positivo si al conectar un cuerpo a tierra, por medio de un conductor eléctrico, los electrones fluyen desde el suelo al cuerpo; y será negativo si al conectarlo a tierra los electrones fluyen en dirección inversa. En estas definiciones se considera que el potencial eléctrico de la Tierra es cero. Sin embargo, tal como sucede en el caso de la energía potencial de un cuerpo debido a la gravedad (ver el tema Energía potencial en la unidad 5) el cero del potencial eléctrico se puede considerar en el punto más conveniente, ya sea el suelo o el infinito.

Una carga positiva dentro de un campo eléctrico tiene tendencia a desplazarse de los puntos donde el potencial eléctrico es mayor hacia los puntos donde éste es menor. Si la carga es negativa la tendencia de su movimiento es de los puntos de menor a los de mayor potencial eléctrico

Por definición: el potencial eléctrico V en cualquier punto de un campo eléctrico es igual al trabajo T que se necesita realizar para transportar a la unidad de carga positiva q desde el potencial cero hasta el punto considerado. Por tanto:

$$V = \frac{T}{q} \ldots \qquad (1)$$

donde: V = potencial eléctrico en el punto considerado medido en volts (V)
T = trabajo realizado en joules (J)
q = carga transportada en coulombs (C)

Si al transportar una carga hasta un determinado punto de un campo eléctrico se realizó un trabajo muy grande, se tendrá un potencial eléctrico altamente positivo. Por el contrario, si en lugar de suministrar un trabajo, éste se cede, el potencial es negativo. De aquí que podamos hablar de potenciales tales como 220 volts, 110 volts, −200 volts, −500 volts, etcétera.

El potencial eléctrico es una magnitud escalar como lo es cualquier clase de energía a diferencia del campo eléctrico que como vimos es una magnitud vectorial; se define también como la energía potencial que posee la unidad de carga eléctrica positiva en un punto determinado

$$V = \frac{Ep}{q} \ldots \qquad (2)$$

donde: V = potencial eléctrico en volts (V)
Ep = energía potencial en joules (J)
q = carga eléctrica en coulombs (C)

Por tanto, cuando existe un potencial de un volt en un punto de un campo eléctrico significa que una carga de un coulomb en ese punto tendrá una energía potencial de un joule. Al despejar la energía potencial de la ecuación 2 tenemos:

$$Ep = qV \ldots \qquad (3)$$

Esta ecuación nos señala que la energía potencial es igual al producto de la carga eléctrica por el potencial eléctrico

Determinación del valor del potencial eléctrico en un punto de una carga

En la figura 12.20 vemos una carga puntual positiva Q. Su campo eléctrico, como sabemos, está dirigido radialmente hacia afuera y una carga positiva q de prueba es obligada a acercarse, en contra de su repulsión, del punto 1 al 2:

El valor de la intensidad del campo eléctrico de la carga Q disminuye en relación inversa con el cuadrado de la distancia y su valor en el punto 1 y 2 será igual a:

$$\vec{E}_1 = \frac{kQ}{r_1^2} \ldots \qquad (4)$$

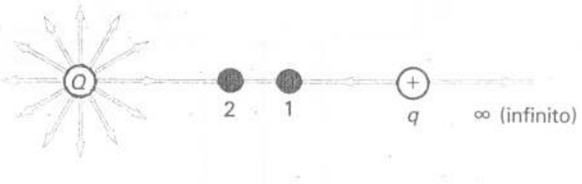


Fig. 12.20 Energía potencial de una carga que se encuentra dentro de un campo eléctrico: $Ep = T$.

$$\vec{E}_2 = \frac{kQ}{r_2^2} \ldots \qquad (5)$$

El valor promedio de la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ entre los puntos 1 y 2 lo encontramos al sustituir r_1^2 y r_2^2 por el producto r_1r_2, donde:

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r_1r_2}\ldots \tag{6}$$

La fuerza eléctrica experimentada por una carga que se encuentra en un campo eléctrico se calcula con la expresión:

$$\vec{F} = \vec{E}q\ldots \tag{7}$$

Sustituyendo la ecuación 6 en la 7 tenemos:

$$\vec{F} = \frac{kQq}{r_1r_2}\ldots \tag{8}$$

De donde el trabajo que realiza el campo eléctrico, al mover la carga q del punto 2 al 1 equivalente a $r_1 - r_2$, es igual a:

$$T_{2\to1} = \vec{F}\,(r_1 - r_2)\ldots \tag{9}$$

Sustituyendo la ecuación 8 en 9 tenemos:

$$T_{2\to1} = \frac{kQq}{r_1r_2}\,(r_1 - r_2)\ldots \tag{10}$$

$$\text{como: } \frac{r_1 - r_2}{r_1r_2} = \frac{r_1}{r_1r_2} - \frac{r_2}{r_1r_2} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}$$

$$T_{2\to1} = kQq\,\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)\ldots \tag{11}$$

Ahora, como se desea calcular el trabajo realizado por las fuerzas eléctricas cuando se mueve una carga de prueba q desde el infinito hasta una distancia r de la carga Q, de acuerdo con la ecuación 11 el trabajo será igual a:

$$T_{2\to1} = kQq\,\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right)\ldots \tag{12}$$

$$\text{como } \frac{1}{\infty} = 0$$

$$T_{2\to1} = \frac{kQq}{r}\ldots \tag{13}$$

De la ecuación 13, se concluye: la energía potencial es igual al trabajo realizado en contra de las fuerzas eléctricas cuando se mueve una carga q desde el infinito hasta un punto determinado. Para calcular la energía potencial existente entre una carga Q *y otra* q separadas por una distancia r, se emplea la expresión:

$$Ep = \frac{kQq}{r}\ldots \tag{14}$$

donde: Ep = energía potencial en joules (J)
$k = 9 \times 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$
Q y q = valor de las cargas eléctricas en coulombs (C)

Finalmente, para calcular cuál es el valor del potencial eléctrico V en cualquier punto que se encuentre a una distancia r de una carga Q, tenemos que de acuerdo con la ecuación 2:

$$V = \frac{Ep}{q}\ldots \tag{2}$$

Al sustituir la ecuación 14 en la 2 nos queda:

$$V = \frac{\frac{kQq}{r}}{q}$$

$$V = \frac{kQ}{r}\ldots \tag{15}$$

El potencial eléctrico V de una carga q es el mismo en todos los puntos que se encuentren a la misma distancia de su centro. Por tanto, si se unen imaginariamente todos los puntos que tienen el mismo potencial eléctrico, tendremos una superficie equipotencial. Por definición: una superficie equipotencial es aquella que resulta de la unión de todos los puntos de un campo eléctrico que se encuentran al mismo potencial eléctrico. Alrededor de un cuerpo electrizado existen tantas superficies equipotenciales como potenciales eléctricos diferentes se consideren (figura 12.21).

Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares en todos sus puntos a las líneas de fuerza del campo eléctrico, por ello su forma dependerá de la del conductor. En el caso de una carga puntual o de un cuerpo esférico cargado, la forma de la superficie equipotencial será de esferas concéntricas de diferente radio.

Es importante señalar que en una superficie equipotencial no se necesita realizar ningún trabajo eléc-

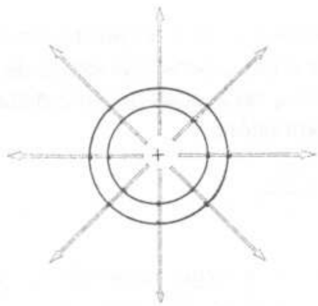


Fig. 12.21 Los puntos de un campo eléctrico que se encuentran al mismo potencial forman una superficie equipotencial.

trico para llevar una carga de un punto a otro de dicha superficie

Cuando se tienen varias cargas eléctricas, como se ve en la figura 12.22, y se desea calcular el potencial en un determinado punto de ellas, éste se calcula de manera individual y luego se suman algebraicamente; pues, como señalamos, el potencial eléctrico es una magnitud escalar y no una magnitud vectorial.

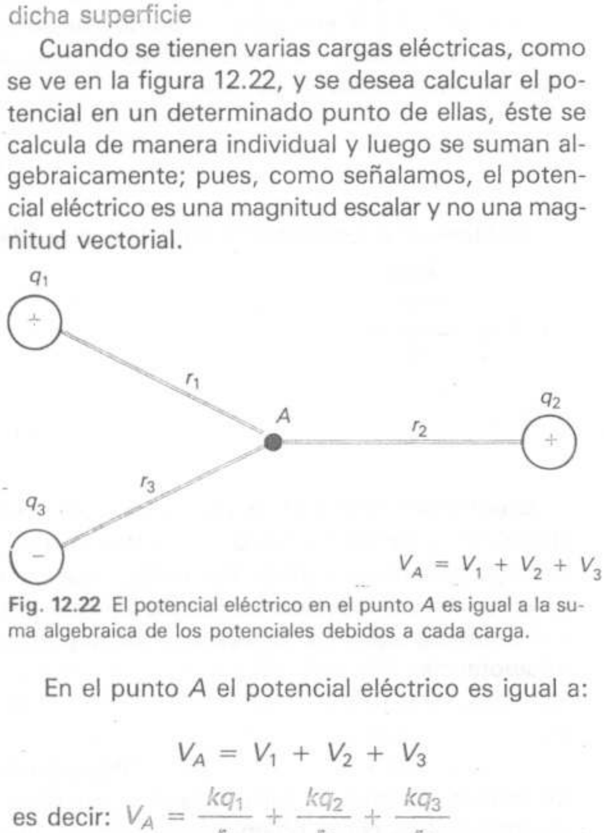


Fig. 12.22 El potencial eléctrico en el punto A es igual a la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

En el punto A el potencial eléctrico es igual a:

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3$$

es decir: $$V_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

Cuando la carga es negativa, como sucede con q_3 de la figura 12.22, el potencial de dicha carga será también negativo.

Diferencia de potencial

En términos prácticos, no es tan importante conocer el potencial eléctrico existente en determinado punto de un campo, sino cuál es la diferencia de éste entre dos puntos y con ello determinar la cantidad de trabajo necesario para mover cargas eléctricas de un punto a otro. Por definición: la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera A y B es igual al trabajo por unidad de carga positiva que realizan fuerzas eléctricas al mover una carga de prueba desde el punto A al B. Por tanto:

$$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q} \ldots \quad (16)$$

donde: V_{AB} = diferencia de potencial entre los puntos A y B determinada en volts (V)

T_{AB} = trabajo sobre una carga de prueba q que se desplaza de A a B calculado en joules (J)

q = carga de prueba desplazada de A a B medida en coulombs (C)

La diferencia de potencial también recibe los nombres de voltaje y de tensión. Al igual que el potencial eléctrico, la diferencia de potencial es una magnitud escalar.

La diferencia de potencial entre dos puntos se puede determinar si se conoce el potencial de cada uno y se obtiene su diferencia. Veamos: si el potencial en un punto A es de 110 V y en un punto B es de 60 V, la diferencia de potencial de A a B es:

$$V_{AB} = V_A - V_B = 110 \text{ V} - 60 \text{ V} = 50 \text{ V}$$

Como el resultado indica 50 volts equivalentes a 50 J/C, entenderemos que el campo eléctrico realiza 50 joules de trabajo por cada coulomb de carga positiva para moverla del punto A al B. Si se quiere determinar cuál es el trabajo realizado por el campo eléctrico al mover una carga q desde un punto A a uno B, tendremos que al despejar al trabajo T_{AB} de la ecuación 16 nos queda:

$$T_{A \to B} = qV_{AB} \ldots \quad (17)$$

donde:

$$T_{A \to B} = q\,(V_A - V_B) \quad (18)$$

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para que la carga se mueva del punto A al B es inde-

pendiente de la trayectoria seguida por la carga durante su desplazamiento (figura 12.23). Por ello, la fuerza eléctrica es un ejemplo de fuerza conservativa, como lo es la fuerza debida a la gravedad. Esto implica que la diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico es la misma, independientemente de la trayectoria de la carga durante su desplazamiento del punto A al B.

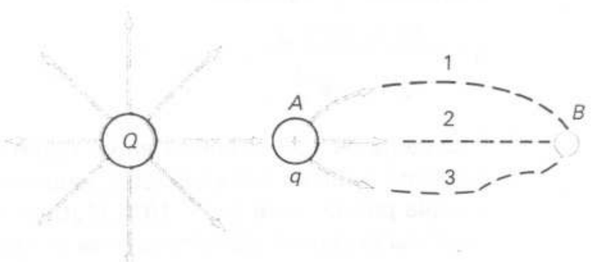


Fig. 12.23 La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, pues el trabajo realizado para que la carga q se mueva del punto A al B es independiente de la trayectoria 1, 2, 3 o cualquier otra que pueda seguir la carga durante su desplazamiento.

Campo eléctrico uniforme

Un campo eléctrico uniforme se tiene cuando existe un campo constante en magnitud y dirección, como el formado por dos placas metálicas planas y paralelas con cargas de igual magnitud pero de signo contrario (figura 12.24).

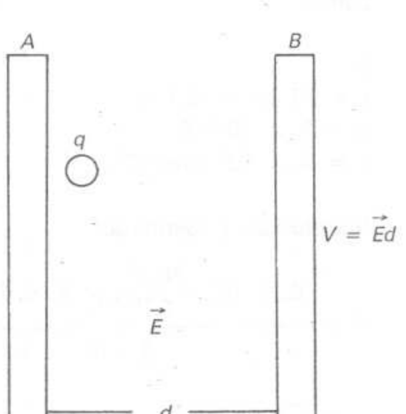


Fig. 12.24 Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme.

La diferencia de potencial entre las dos placas con cargas de igual magnitud pero de signo contrario, se puede determinar a partir de la siguiente deducción: la carga q se encuentra situada entre las placas A y B experimentando una fuerza eléctrica igual a la de la ecuación 7.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

La fuerza eléctrica realiza un trabajo al llevar la carga q de la placa A a la B recorriendo una distancia d que equivale a:

$$T_{A\to B} = \vec{F}d = q\vec{E}d\ldots \qquad (19)$$

De acuerdo con la ecuación 17 tenemos:

$$T_{A\to B} = qV_{AB}$$

de donde, por las ecuaciones 17 y 19 tenemos que el trabajo se puede expresar como:

$$qV_{AB} = q\vec{E}D\ldots \qquad (20)$$

Ahora dividimos la ecuación 20 entre q y tenemos que la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera de un campo uniforme es igual a:

$$V = \vec{E}d\ldots \qquad (21)$$

donde: V = diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un campo uniforme en volts (V)

$\vec{E}$ = intensidad del campo eléctrico medida en V/m

d = distancia entre los puntos, medida en la misma dirección del vector campo eléctrico, en metros (m)

De la ecuación 21 podemos despejar la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ y encontramos que su valor es igual a:

$$\ldots \qquad (22)$$

La ecuación 22 nos señala que la intensidad del campo eléctrico en un lugar determinado puede ser calculada mediante la relación existente entre la diferencia de potencial y la distancia al punto consi-

derado. Como resultado de sustituir las unidades de V y d, encontramos que la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ se da en volt/metro equivalente a la unidad para $\vec{E}$, vista con anterioridad, igual a N/C según la siguiente demostración:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{V}{d}$$

como $V = \dfrac{T}{q} = \dfrac{\vec{F}d}{q}$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}d}{dq}$$

como $\dfrac{\vec{F}d}{q} = \dfrac{\text{Nm}}{\text{C}} = \dfrac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$

$$\vec{E} = \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

La ventaja de medir la intensidad del campo eléctrico en función de la diferencia de potencial es que ésta se puede determinar con el uso de un voltímetro, lo cual no es así de simple si se quiere calcular la fuerza eléctrica recibida por una carga debida al campo. Es por ello que resulta práctico medir el valor de E en volt/metro, aunque, como ya demostramos, es igual a N/m.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE POTENCIAL ELECTRICO

1. Para transportar una carga de 5μC desde el suelo hasta la superficie de una esfera cargada se realiza un trabajo de 60×10^{-6} J. ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico de la esfera?

Datos

$q = 5 \times 10^{-6}$ C
$T = 60 \times 10^{-6}$ J
$V = ?$

Fórmula

$$V = \frac{T}{q}$$

Sustitución y resultado

$$V = \frac{60 \times 10^{-6}\text{ J}}{5 \times 10^{-6}\text{ C}} = 12\,\frac{\text{J}}{\text{C}} = 12\text{ V}$$

2. Determine el valor de una carga transportada desde un punto a otro al realizarse un trabajo de 10×10^{-4} J, si la diferencia de potencial es de 2×10^2 V.

Datos

$q = ?$
$T = 10 \times 10^{-4}$ J
$V = 2 \times 10^2$ V

Fórmula

$$V = \frac{T}{q} \therefore q = \frac{T}{V}$$

Sustitución y resultado

$$q = \frac{10 \times 10^{-4}\text{ J}}{2 \times 10^2\,\frac{\text{J}}{\text{C}}} = 5 \times 10^{-6}\text{ C}$$

3. Una carga de 7μC se coloca en un determinado punto de un campo eléctrico y adquiere una energía potencial de 63×10^{-6} J. ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico en ese punto?

Datos

$q = 7 \times 10^{-6}$ C
$Ep = 63 \times 10^{-6}$ J
$V = ?$

Fórmula

$$V = \frac{Ep}{q}$$

Sustitución y resultado

$$V = \frac{63 \times 10^{-6}\text{ J}}{7 \times 10^{-6}\text{ C}} = 9\text{ V}$$

NO

4. Determinar el valor del potencial eléctrico a una distancia de 10 cm de una carga puntual de 8 nC.

Datos

$V = ?$
$r = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$
$q = 8 \times 10^{-9}$ C
$k = 9 \times 10^9\text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Fórmula

$$V = \frac{kq}{r}$$

Sustitución y resultado

$$V = \frac{9 \times 10^9\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 8 \times 10^{-9}\text{ C}}{0.1\text{ m}}$$

$$= 7.2 \times 10^2\text{ V}$$

5. Un conductor esférico de 20 cm de diámetro tiene una carga de 3 nC. Calcular:

a) ¿Cuánto vale el potencial eléctrico en la superficie de la esfera?
b) ¿Cuánto vale el potencial eléctrico a 30 cm de su superficie?

Datos

$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$
$\phi = 20 \text{ cm} \therefore r = 10 \text{ cm}$
$q = 3 \times 10^{-9} \text{ C}$
a) $V_{\text{en la superficie}} = ?$
b) $V_{\text{a 30 cm de la superficie}} = ?$

Fórmula

$$V = \frac{kq}{r}$$

Sustitución y resultado

$$\text{a)} \quad V = \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 3 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.1 \text{ m}}$$

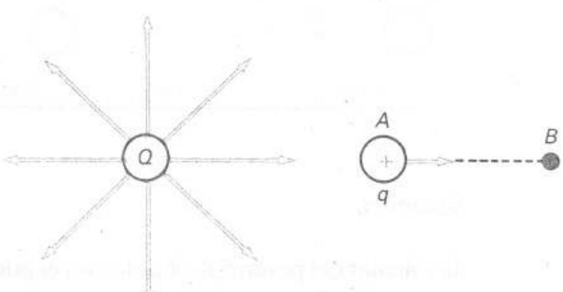
$$= 270 \text{ V}$$

$$\text{b)} \quad V = \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 3 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.4 \text{ m}}$$

$$= 67.5 \text{ V}$$

6. Una carga de prueba se mueve del punto A al B como se ve en la figura. Calcular:

a) La diferencia de potencial V_{AB}, si la distancia del punto A a la carga Q de 4μC es de 20 cm y la distancia del punto B a la carga Q es de 40 cm.
b) El valor del trabajo realizado por el campo eléctrico de la carga Q al mover la carga de prueba cuyo valor es de 9 nC desde el punto A al B.



Solución:

a) Para calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B, determinamos primero el potencial en A y en B:

$$V_A = \frac{kQ}{r_A}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 4 \times 10^{-6}}{0.2 \text{ m}}$$

$$= 1.8 \times 10^5 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{kQ}{r_B}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 4 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.4 \text{ m}}$$

$$= 0.9 \times 10^5 \text{ V}$$

Por tanto, la diferencia de potencia V_{AB} es igual a:

$$V_{AB} = V_A - V_B = 1.8 \times 10^5 \text{ V} - 0.9 \times 10^5 \text{ V} = 0.9 \times 10^5 \text{ V}$$

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico de la carga Q para mover del punto A al B a la carga de prueba q es:

$$T_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$$
$$T_{A \to B} = 9 \times 10^{-9} \text{ C} \times 0.9 \times 10^5 \text{ V}$$
$$= 8.1 \times 10^{-4} \text{ J}$$

7. Si la diferencia de potencial o voltaje entre dos placas (como las de la figura 12.23), que se encuentran separadas 1 cm es de 500 volts. Calcular:

a) ¿Cuánto vale la intensidad del campo eléctrico entre las placas?
b) Si una carga de 2μC se encontrara entre las placas, ¿qué fuerza eléctrica recibiría?

Datos

$V = 500$ V
$d = 1$ cm $= 0.01$ m
$q = 2 \times 10^{-6}$ C
a) $\vec{E} = ?$
b) $\vec{F} = ?$

Fórmulas

a) $\vec{E} = \dfrac{V}{d}$

b) $\vec{F} = \vec{E}q$

Sustitución y resultados

$$a)\ \vec{E} = \frac{500 \text{ V}}{0.01 \text{ m}} = 50\,000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$= 5 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$b)\ \vec{F} = \vec{E}q = 5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \times 2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$= 10 \times 10^{-2} \text{ N}$$

9. Una carga de 6μC está separada 30 cm de otra carga de 3μC. ¿Cuál es la energía potencial del sistema?

Datos

$Q = 6 \times 10^{-6}$ C
$q = 3 \times 10^{-6}$ C
$r = 30$ cm $= 0.3$ m

$k = 9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

Fórmula

$Ep = \dfrac{kQq}{r}$

Sustitución y resultado

$$Ep = \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times 6 \times 10^{-6} \text{ C} \times 3 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.3 \text{ m}}$$

$=$

Calcular:

a) El potencial eléctrico en un punto A que se encuentra a 20 cm de una carga de -5μC.
b) La energía potencial eléctrica si en el punto A se coloca una carga de 8μC.

Datos

$r = 20$ cm $= 0.2$ m
$q = -5 \times 10^{-6}$ C

$k = 9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

$q = 8 \times 10^{-6}$ C
a) $Ep = ?$

Fórmulas

a) $V_A = \dfrac{kq}{r}$

b) $E_P = qV_A$

Sustitución y resultados

$$a)\ V_A = \frac{9 \times 10^9 \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times -5 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.2 \text{ m}}$$

$$= -2.25 \times 10^5 \text{ V}$$

$$b)\ Ep = 8 \times 10^{-6} \text{ C} \times -2.25 \times 10^5 \text{ V}$$

$$= -18 \times 10^{-1} \text{ J}$$

El valor de la energía potencial es negativo porque debe realizarse un trabajo en contra del campo eléctrico para separar a las cargas entre sí. En nuestro caso, se debe suministrar un trabajo de 18×10^{-1} J por medio de una fuerza externa para mover la carga de 8μC al infinito.

10. Dos cargas cuyos valores son: $q_1 = 2\mu$C y $q_2 = -2\mu$C se encuentran a una distancia de 10 cm. Calcular:

a) ¿Cuánto vale el potencial en los puntos A y B?
b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B?
c) ¿Cuál es el valor del trabajo que debe realizar el campo eléctrico para mover una carga de -3μC del punto A al B?

Solución:

a) Cálculo del potencial eléctrico en el punto A:

$$V_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2}$$

$$V_A = \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times 2 \times 10^{-6}\ C}{0.03\ m} + \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times -2 \times 10^{-6}\ C}{0.07\ m}$$

$$= 600 \times 10^3\ V + (-257.14 \times 10^3\ V)$$
$$= 342.86 \times 10^3\ V$$

Cálculo del potencial eléctrico en el punto B:

$$V_B = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2}$$

$$V_B = \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times 2 \times 10^{-6}\ C}{0.12\ m} + \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \times -2 \times 10^{-6}\ C}{0.02\ m}$$

$$= 150 \times 10^3\ V + (-900 \times 10^3\ V)$$
$$= -750 \times 10^3\ V$$

b) Cálculo de la diferencia de potencial entre los puntos A y B:

$$V_{AB} = V_A - V_B$$
$$V_{AB} = 342.86 \times 10^3\ V - (-750 \times 10^3\ V)$$
$$= 1092.86 \times 10^3\ V$$

Como el potencial de A es mayor que el de B el campo eléctrico realizará un trabajo positivo si una carga positiva se mueve del punto A al B. Pero, si la carga que se mueve del punto A al B es negativa, el trabajo realizado por el campo será negativo.

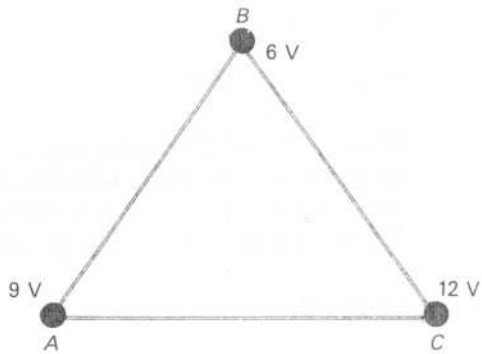
c) Cálculo del trabajo que realizará el campo eléctrico al mover una carga de $-3\mu C$ del punto A al B:

$$T_{A \to B} = q\ (V_A - V_B)$$
$$T_{A \to B} = -3 \times 10^{-6}\ C \times 1\,092.86 \times 10^3\ V$$
$$= -3.28\ J$$

Como el trabajo que realiza el campo eléctrico es negativo, para mover la carga de $-3\mu C$ del punto A al B, una fuente de energía externa debe suministrar el trabajo de 3.28 J.

11. En la siguiente figura se señalan tres puntos diferentes con su respectivo potencial eléctrico. Calcular:

a) El trabajo total que debe realizar el campo eléctrico al transportar una carga de 5 C del punto A al B y luego del B al C.
b) Si la carga de 5 C pasa directamente del punto A al C, ¿cuánto trabajo realiza el campo eléctrico?
c) ¿Es el mismo trabajo si la carga pasa primero por B y luego llega a C que si de A pasa directamente a C?



Solución:

a) $T_{A \to B} = q\ (V_A - V_B)$
$T_{A \to B} = 5\ C\ (9\ V - 6\ V) = 15\ J$
$T_{B \to C} = q\ (V_B - V_C)$
$T_{B \to C} = 5\ C\ (6\ V - 12\ V) = -30\ J$
$T_T = T_{A \to B} + T_{B \to C}$
$T_T = 15\ J + (-30\ J) = -15\ J$

b) $T_{A \to C} = q\ (V_A - V_C)$
$T_{A \to C} = 5\ C\ (9\ V - 12\ V) = -15\ J$

c) Como se observa, el trabajo realizado por el campo eléctrico es el mismo si la carga pasa del punto A al B y luego de B a C que si del punto A pasa directamente al C. Esto confirma que el trabajo realizado por un campo eléctrico sobre una carga es el mismo, independientemente de la trayectoria seguida por ésta. Por último, es importante señalar que

el trabajo realizado para ir del punto A al B es positivo porque la carga positiva se mueve de un punto de mayor potencial a otro de menor potencial. En cambio, el trabajo realizado para ir del punto B al C o del A al C es negativo, pues la carga positiva se mueve de un punto de menor potencial a otro de mayor potencial.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una carga de 4 nC es transportada desde el suelo hasta la superficie de una esfera cargada, con un trabajo de 7×10^{-5} J. Determinar el valor del potencial eléctrico de la esfera.

   Respuesta:

   $V = 1.75 \times 10^4$ V

2. Una carga de 2μC se coloca en un determinado punto de un campo eléctrico adquiriendo una energía potencial de 4×10^{-4} J. Calcular el potencial eléctrico en ese punto.

   Respuesta:

   $V = 2 \times 10^2$ V

3. Calcular el valor del trabajo realizado para transportar a una carga de 3 nC desde un punto a otro en que la diferencia de potencial es de 3×10^3 V.

   Respuesta:

   $T = 9 \times 10^{-6}$ J

4. Determinar el valor del potencial eléctrico a una distancia de 15 cm de una carga puntual de 6μC.

   Respuesta:

   $V = 3.6 \times 10^5$ V

5. ¿A qué distancia de una carga puntual de 9 nC existirá un potencial de 4×10^2 V?

   Respuesta:

   $r = 20.25 \times 10^{-2}$ m $= 20.25$ cm

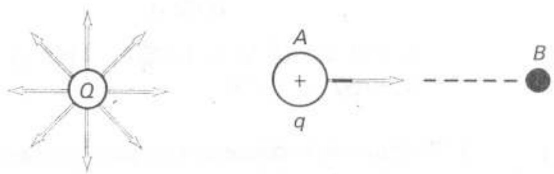
6. Un conductor esférico de 12 cm de diámetro tiene una carga de 3×10^{-6}C. Calcular:

   a) El potencial eléctrico en la superficie de la esfera.
   b) El potencial eléctrico a 20 cm de su superficie.

   Respuestas:

   a) $V = 4.5 \times 10^5$ V
   b) $V = 1.04 \times 10^5$ V

7. Una carga de prueba se mueve del punto A al B como se ve a continuación:



   Calcular:
   a) La diferencia de potencial V_{AB}, si la distancia del punto A a la carga Q de 5μC es de 10 cm y la distancia del punto B a la carga Q es de 20 cm.
   b) El valor del trabajo realizado por el campo eléctrico de la carga Q para mover la carga de prueba q igual a 2 nC del punto A al B.

   Respuestas:

   a) $V_{AB} = 2.25 \times 10^5$ V
   b) $T = 4.5 \times 10^{-4}$ J

8. Entre dos placas separadas a una distancia de 2 cm existe una diferencia de potencial de 4×10^2 V. Calcular:

   a) ¿Cuánto vale la intensidad del campo eléctrico entre las placas?

b) ¿Qué fuerza recibirá una carga de 3 nC al encontrarse entre las dos placas?

Respuestas:

a) $E = 2 \times 10^4 \dfrac{\text{V}}{\text{m}}$
b) $F = 6 \times 10^{-5}$ N

9. Una carga de 3 nC está separada 20 cm de otra carga de 7μC. ¿Cuál es la energía potencial del sistema?

Respuesta:

$Ep = 9.5 \times 10^{-4}$ J

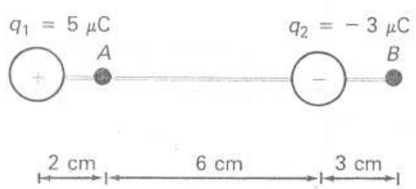
10. Calcular:

a) El potencial eléctrico en un punto A que se encuentra a 15 cm de una carga de -8μC.
b) La energía potencial eléctrica si en el punto A se coloca una carga de 3 nC.

Respuestas:

a) $V_A = -4.8 \times 10^5$ V
b) $Ep = -14.4 \times 10^{-4}$ J

11. Dos cargas cuyos valores son: $q_1 = 5\mu$C y $q_2 = -3\mu$C se encuentran separadas a una distancia de 8 cm como se ve en la figura:



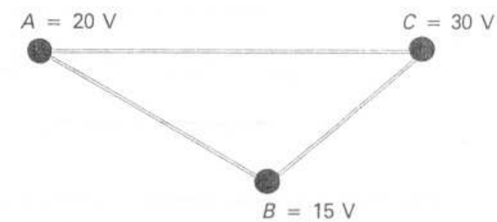
Calcular:

a) ¿Cuánto vale el potencial en los puntos A y B?
b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B?
c) ¿Cuál es el valor del trabajo que debe realizar el campo eléctrico para mover una carga de -6μC del punto A al B?

Respuestas:

a) $V_A = 1.8 \times 10^6$ V
$V_B = -0.491 \times 10^6$ V
b) $V_{AB} = 2.29 \times 10^6$ V
c) $T_{A \to B} = -13.74$ J

12. En la siguiente figura se señalan tres puntos diferentes con su respectivo potencial eléctrico:



a) Determinar el trabajo total que debe realizar el campo eléctrico al transportar una carga de 2μC del punto A al B y luego del B al C.
b) Calcular el trabajo que realiza el campo eléctrico si la carga de 2μC pasa directamente del punto A al C.
c) Explique por qué el valor del trabajo calculado para el inciso a) del problema es igual al calculado para el inciso b).

Respuestas:

a) $T_T = -20 \times 10^{-6}$ J
b) $T_{A \to C} = -20 \times 10^{-6}$ J
c) Porque el trabajo que realiza un campo eléctrico sobre una carga es el mismo independientemente de la trayectoria seguida por la carga.

11 CORRIENTE ELECTRICA

La parte de la Física encargada del estudio de las cargas eléctricas en movimiento dentro de un conductor, recibe el nombre de electrodinámica.

La corriente eléctrica es un movimiento de las cargas negativas a través de un conductor (figura 12.25). Como los protones están fuertemente uni-

dos al núcleo del átomo, son los electrones los que en realidad tienen la libertad de moverse. Por ello, en general, se puede decir que la corriente eléctrica se origina por el movimiento o flujo electrónico a través de un conductor, el cual se produce debido a que existe una diferencia de potencial y los electrones circulan de una terminal negativa a una positiva. Como en el siglo XIX no se conocía la naturaleza de éstos, se supuso, en forma equivocada, que las partículas positivas fluían a través del conductor. Por tanto, convencionalmente se dice que el sentido de la corriente es del polo positivo al negativo.

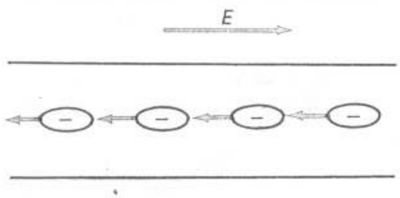


Fig. 12.25 Flujo de electrones en un conductor. Obsérvese que el movimiento de los electrones es en dirección contraria al campo eléctrico.

Cuando dos cuerpos cargados con diferente potencial se conectan mediante un alambre conductor, **las** cargas se mueven del punto de potencial eléctrico más alto al más bajo, lo cual genera una corriente eléctrica instantánea que cesará cuando el voltaje sea igual en todos los puntos. En caso de que mediante algún procedimiento se lograra mantener en forma constante la diferencia de potencial entre los cuerpos electrizados, el flujo de electrones sería continuo.

La corriente eléctrica se transmite por los conductores a la velocidad de la luz: 300 mil km/s. Sin embargo, los electrones no se desplazan a la misma velocidad, en general el promedio es de 10 cm/s. Esto se explica porque cada electrón obliga al siguiente a moverse en forma instantánea tal como sucede con el movimiento de un tren cuyo desplazamiento puede ser lento; pero al comenzar su avance, la transmisión del movimiento es instantánea desde la máquina guía hasta el último vagón.

El flujo de electrones se presenta en los metales, en los líquidos llamados electrólitos y en los gases. En el primer caso se debe a la facilidad que tienen los electrones más alejados del núcleo de separarse de sus órbitas cuando se les somete a la influencia de campos eléctricos, con lo cual se convierten en electrones libres atraídos por átomos que también los han perdido, esto da lugar a un flujo continuo de electrones de átomo en átomo. Los electrólitos son soluciones capaces de conducir la corriente eléctrica. Tal es el caso de ácidos, bases y sales que al ser diluidos en agua se disocian en sus átomos constituyentes, los cuales reciben el nombre de iones. La mayoría de los gases conducen la electricidad cuando por algún medio apropiado se les ioniza.

Existen dos clases de corriente eléctrica: la continua (CC) y la alterna (CA). La corriente continua o directa se origina cuando el campo eléctrico permanece constante, esto provoca que los electrones se muevan siempre en el mismo sentido, es decir, de negativo a positivo (recuerde: el sentido convencional de la corriente en forma equivocada señala que es de positivo a negativo). La corriente alterna se origina cuando el campo eléctrico cambia alternativamente de sentido, por lo que los electrones oscilan a uno y otro lado del conductor, así, en un instante el polo positivo cambia a negativo y viceversa. Cuando el electrón cambia de sentido, efectúa una alternancia; dos alternancias consecutivas constituyen un ciclo. El número de ciclos por segundo recibe el nombre de frecuencia, ésta es en general de 60 ciclos/segundo

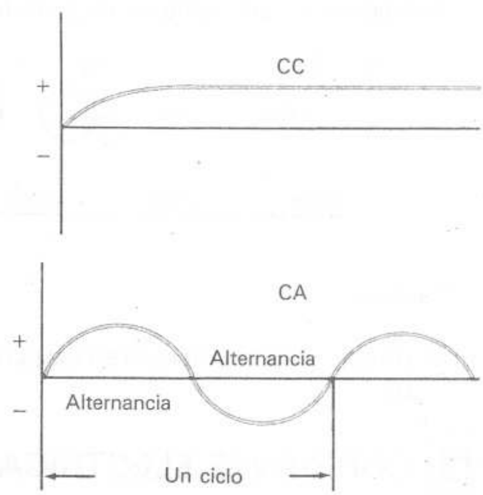


Fig. 12.26 Representación gráfica de la corriente continua o directa (CC) y de la corriente alterna (CA).

Intensidad de la corriente eléctrica

La intensidad de la corriente eléctrica es la cantidad de carga eléctrica que pasa por cada sección de un conductor en un segundo. Por tanto:

$$I = \frac{q}{t}$$

donde: I = intensidad de la corriente eléctrica en C/s = ampere = A
q = carga eléctrica que pasa por cada sección de un conductor en coulombs (C)
t = tiempo que tarda en pasar la carga q en segundos (s)

La unidad empleada en el SI para medir la intensidad de la corriente eléctrica es el ampere (A). Por definición: un ampere equivale al paso de una carga de un coulomb a través de una sección de un conductor en un segundo. De uso muy frecuente en la práctica es el miliampere (mA).

$$1 \text{ ampere} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ segundo}} \qquad A = \frac{C}{s}$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE INTENSIDAD DE LA CORRIENTE ELECTRICA

1. Determinar la intensidad de la corriente eléctrica en un conductor cuando circulan 86 coulombs por una sección del mismo en una hora. Dé el resultado en amperes y en miliamperes.

Datos

$I = ?$
$q = 86$ C
$t = 1$ h $= 3\,600$ s

Fórmula

$$I = \frac{q}{t}$$

Sustitución y resultado

$$I = \frac{86 \text{ C}}{3\,600 \text{ s}} = 0.0238 \text{ A} = 23.8 \text{ mA}$$

2. La intensidad de la corriente eléctrica en un circuito es de 13 mA. ¿Cuánto tiempo se requiere para que circulen por el circuito 120 coulombs? Exprese el resultado en horas.

Datos

$I = 13 \times 10^{-3}$ A
$q = 120$ C
$t = ?$

Fórmula

$$I = \frac{q}{t} \therefore t = \frac{q}{I}$$

Sustitución y resultado

$$t = \frac{120 \text{ C}}{13 \times 10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{s}}} = 9.23 \times 10^3 \text{ s}$$

Conversión de unidades

$$9.23 \times 10^3 \text{s} \times \frac{1 \text{ h}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}}$$

$t = 2.56$ horas

3. ¿Cuántos electrones pasan cada segundo por una sección de un conductor donde la intensidad de la corriente es de 5 A?

Datos

$q = ?$
$t = 1$s
$I = 5$A
$1 \text{ C} = 6.24 \times 10^{18} \text{ e}^-$

Fórmula

$$I = \frac{q}{t} \therefore q = It$$

Sustitución y resultado

$$q = 5 \frac{\text{C}}{\text{s}} \times 1\text{s} = 5 \text{ C}$$

Conversión de unidades

$$5\text{C} \times \frac{6.24 \times 10^{18} \text{ e}^-}{1 \text{ C}}$$

$q = 31.2 \times 10^{18}$ electrones

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la intensidad de la corriente eléctrica en amperes y en miliamperes, si por una sección de un conductor circulan 65 coulombs en 30 minutos.

Respuesta:

$I = 0.036 \text{ A} = 36 \text{ mA}$

2. Determinar la cantidad de electrones que pasan cada 10 segundos por una sección de un conductor donde la intensidad de la corriente es de 20 mA.

Respuesta:

$q = 1.248 \times 10^{18}$ electrones

3. Calcular el tiempo requerido para que por una sección de un conductor circulen 5 coulombs; la intensidad de la corriente eléctrica es de 5 mA.

Respuesta:

$t = 1 \times 10^3$ s

12 FUERZA ELECTROMOTRIZ

Como ya señalamos, la corriente eléctrica se origina por el movimiento o flujo de electrones a través de un conductor, debido a la existencia de una diferencia de potencial. Si se desea que una corriente eléctrica fluya continuamente por un conductor, debe existir un suministro constante de electrones en un extremo del mismo y una salida de ellos por el otro.

Para obtener un suministro continuo de electrones se utilizan las pilas y los generadores eléctricos. Una pila es un dispositivo que transforma la energía química en eléctrica; un generador es un aparato que transforma la energía mecánica en eléctrica. Así pues, una pila o un generador transformarán su energía, ya sea química o mecánica, a una energía potencial y cinética de los electrones. Si hacemos una analogía hidráulica podemos decir: así como una bomba eleva el agua de un nivel menor a otro mayor, una pila o un generador llevan a los electrones de un punto de menor potencial a otro mayor, con lo cual se produce una diferencia de potencial permanente entre los electrones que se encuentran en cada extremo de sus terminales o bornes. Esta diferencia impulsa la corriente eléctrica a través del conductor y, por tal motivo, se le denomina fuerza electromotriz de la pila o del generador.

La fuerza electromotriz (fem), mide la cantidad de energía que proporciona un elemento generador de corriente eléctrica. Por tanto, la fuerza electromotriz aplicada en un circuito eléctrico es igual a la energía suministrada para que la unidad de carga recorra el circuito completo.

$$\varepsilon = \frac{T}{q}$$

donde: ε = fuerza electromotriz (fem) en volts (V)
T = trabajo realizado para que la carga recorra todo el circuito en joules (J)
q = carga que recorre el circuito en coulombs (C)

Como puede observarse, el término fuerza electromotriz no es utilizado con propiedad, pues se trata, en realidad, de una energía y no de una fuerza. Aunque el primer término es el que comúnmente se emplea.

13 CONEXION DE PILAS EN SERIE Y EN PARALELO

Una pila es un dispositivo que transforma la energía química en energía eléctrica. Una batería es un agrupamiento de dos o más pilas unidas en serie o en paralelo. Una muy usada en radios portátiles,

lámparas de mano o rasuradoras eléctricas es la pila seca que produce una fuerza electromotriz (fem) de 1.5 volts entre sus terminales.

En la figura 12.27 se describe la constitución de una pila seca:

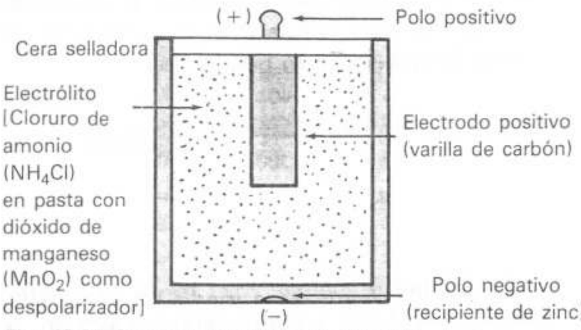


Fig. 12.27 Corte seccional de una pila seca.

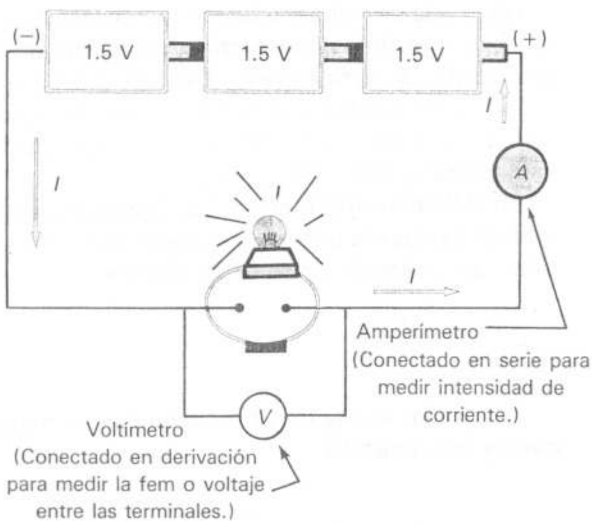


Fig. 12.28 Conexión de pilas en serie: $V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 4.5$ V.

La conexión de pilas en serie se efectúa al unir el polo positivo de una con el polo negativo de la otra y así sucesivamente de acuerdo con la fem que se desea obtener (figura 12.28).

La conexión de pilas en paralelo se realiza al enlazar, por una parte, todos los polos positivos y, por la otra, todos los polos negativos. En la figura 12.29 se muestra una conexión en paralelo. El resultado obtenido al medir la diferencia de potencial entre las terminales de la conexión es el mismo que se tiene al medir la diferencia de potencial de cualquiera de las pilas conectadas, sin embargo, al medir la intensidad de la corriente eléctrica se observará que aumenta su valor.

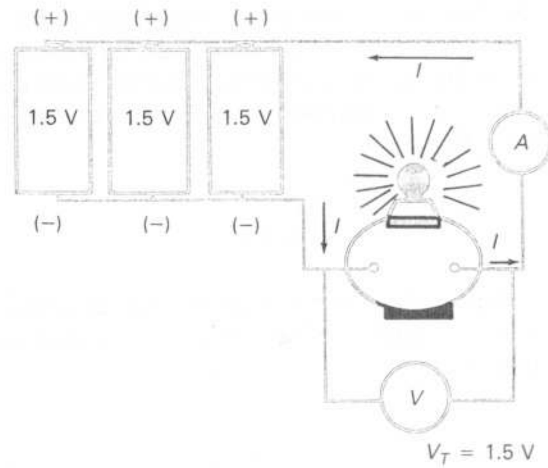


Fig. 12.29 Conexión de pilas en paralelo. El voltaje total es igual a 1.5 V como si fuera una sola pila, pero aumenta el valor de la intensidad de la corriente a medida que se conecten más pilas en paralelo.

14 RESISTENCIA ELECTRICA

Todos los materiales presentan cierta oposición al flujo de electrones o corriente eléctrica, pero unos obstruyen la circulación más que otros. Esto se debe a que en los átomos de algunos materiales los electrones externos son cedidos con relativa facilidad, disminuyendo la resistencia al paso de la corriente. Por definición, la resistencia eléctrica es la oposición que presenta un conductor al paso de la corriente o flujo de electrones

Como sabemos, la corriente eléctrica circula con relativa facilidad en los metales, por ello se utilizan en la construcción de circuitos para conducir la energía eléctrica y se denominan conductores.

En cambio, existen otros materiales, como el hule, la madera, el plástico, el vidrio, la porcelana, la seda y el corcho, que presentan gran dificultad para permitir el paso de la corriente, por eso reciben el nombre de aislantes o dieléctricos. Los alambres

de conexión en los circuitos casi siempre están protegidos con hule o algún recubrimiento aislante plástico a fin de evitar que la corriente pase de un alambre a otro al ponerse accidentalmente en contacto. Entre los materiales conductores y dieléctricos hay otro tipo de sustancias denominadas semiconductores, como el germanio y silicio, contaminados con pequeñas impurezas de otros metales, y el carbón.

Existen varios factores que influyen en la resistencia eléctrica de un conductor (figura 12.30):

La naturaleza del conductor

Si tomamos alambres de la misma longitud y sección transversal de los siguientes materiales: plata, cobre, aluminio y fierro, podemos verificar que la plata tiene una menor resistencia y que el hierro es el de mayor.

La longitud del conductor

A mayor longitud mayor resistencia. Si se duplica la longitud del alambre, también lo hace su resistencia.

Su sección o área transversal

Al duplicarse la superficie de la sección transversal, se reduce la resistencia a la mitad.

La temperatura

En el caso de los metales su resistencia aumenta casi en forma proporcional a su temperatura. Sin embargo, el carbón disminuye su resistencia al incrementarse la temperatura, porque la energía que produce la elevación de temperatura libera más electrones.

La resistencia que corresponde a cada material recibe el nombre de resistencia específica o resistividad (ϱ). La resistividad de una sustancia a una determinada temperatura está definida como la resistencia de un alambre de dicha sustancia de 1 m de largo y de 1 m^2 de sección transversal. En el cuadro 12.2 se dan valores de resistividad para algunos metales. A medida que la resistividad de un alambre aumenta, disminuye su capacidad de conducir la corriente eléctrica. Por ello, la conductividad (σ) se emplea para especificar la capacidad de un material para conducir la corriente y se define como la inversa de la resistividad

$$\text{conductividad} = \frac{1}{\text{resistividad}}$$

$$\sigma = \frac{1}{\varrho}$$

La unidad empleada para medir la resistencia eléctrica es el ohm en honor al físico alemán George Simon Ohm, quien en 1841 recibió la medalla Copley de la Sociedad Real de Londres por la publicación de un trabajo sobre corrientes eléctricas. El ohm cuyo símbolo se escribe con la letra griega omega (Ω), se define como la resistencia opuesta a una corriente continua de electrones por una columna de mercurio a 0°C de 1 mm^2 de sección transversal y 106.3 cm de largo.

En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad de resistencia es el volt/ampere, por tanto, un ohm es la relación entre estos últimos.

$$1\ \Omega = \frac{1\ V}{1\ A}$$

Al estudiar la Ley de Ohm veremos con mayor detalle esta relación.

Cuadro 12.2 RESISTIVIDAD DE ALGUNOS METALES

Metal	ϱ en Ω-m a 0° C
Plata	1.06×10^{-8}
Cobre	1.72×10^{-8}
Aluminio	3.21×10^{-8}
Platino	11.05×10^{-8}
Mercurio	94.10×10^{-8}

La resistencia de un alambre conductor a una determinada temperatura es directamente proporcio-

nal a su longitud e inversamente proporcional al área de su sección transversal:

$$R = \varrho \frac{L}{A}$$

donde: R = resistencia del conductor en ohms (Ω)
ϱ = resistividad del material de que está hecho el conductor en Ω-m
L = longitud del conductor en metros (m)
A = área de la sección transversal del conductor en metros cuadrados (m^2)

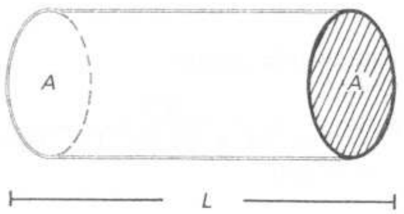


Fig. 12.30 La resistencia de un conductor a una determinada temperatura está en relación directa de su longitud e inversa al área de su sección transversal.

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE RESISTENCIA ELECTRICA

Determinar la resistencia eléctrica de un alambre de cobre de 2 km de longitud y 0.8 mm^2 de área en su sección transversal a 0°C.

Datos | *Fórmula*

$\varrho = 1.72 \times 10^{-8}$ Ω-m $\qquad R = \varrho \frac{L}{A}$
$R = ?$
$L = 2 \text{ km} = 2 \times 10^3 \text{ m}$
$A = 0.8 \text{ mm}^2$

Conversión de unidades

$1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm}$
$(1 \text{ m})^2 = (1\,000 \text{ mm})^2$
$1 \text{ m}^2 = 1 \times 10^6 \text{ mm}^2$

$$0.8 \text{ mm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{1 \times 10^6 \text{ mm}^2} = 0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Sustitución y resultado

$$R = \frac{1.72 \times 10^{-8}\ \Omega - \text{m} \times 2 \times 10^3 \text{ m}}{0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 43\ \Omega$$

Variación de la resistencia con la temperatura

Ya señalamos que la resistencia eléctrica de los conductores metálicos aumenta casi en forma proporcional a su temperatura. Experimentalmente, se ha demostrado que cuando se desea calcular la resistencia R de un conductor a una cierta temperatura t, si se conoce su resistencia R a una temperatura de 0°C, se puede utilizar la expresión:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t)$$

donde: R_t = resistencia del conductor en ohms (Ω) a cierta temperatura t
R_0 = resistencia del conductor en Ω a 0°C
α = coeficiente de temperatura de la resistencia del material conductor
t = temperatura del conductor en °C

En el caso de los metales, α es mayor que cero, pues su resistencia aumenta con la temperatura. En cambio, para el carbón, silicio y germanio, el valor de α es negativo, porque su resistencia eléctrica disminuye con la temperatura. Algunos valores del coeficiente de temperatura de la resistencia de algunas sustancias, se proporcionan en el cuadro 12.3.

Cuadro 12.3 COEFICIENTE DE TEMPERATURA PARA ALGUNAS SUSTANCIAS

Sustancia	α en °C^{-1}
Acero	3.0×10^{-3}
Plata	3.7×10^{-3}
Cobre	3.8×10^{-3}
Platino	3.9×10^{-3}
Hierro	5.1×10^{-3}
Níquel	8.8×10^{-3}
Carbón	-5.0×10^{-4}

Una aplicación práctica de que la resistencia eléctrica de los metales varía con la temperatura se tiene en la construcción de termómetros de resistencia utilizados para medir altas temperaturas. Por ejemplo, en los de platino, la temperatura se puede determinar fácilmente, ya que se conoce la resistencia del alambre para diferentes temperaturas.

Otro fenómeno importante se observa cuando algunas sustancias alcanzan temperaturas muy bajas, casi iguales a 0°K (cero absoluto). A estas temperaturas la resistencia eléctrica de los metales prácticamente es cero, lo cual quiere decir que sus electrones libres se desplazan sin dificultad a través de su red cristalina, esto produce el fenómeno llamado superconductividad eléctrica. En estas condiciones, una vez que existe una corriente eléctrica por un superconductor, las pérdidas de energía producidas por la resistencia eléctrica, como el calentamiento del conductor (efecto Joule), serían nulas, por ello se aprovecharía íntegramente la energía eléctrica que producen los generadores. Sin embargo, la dificultad es mantener a los conductores a bajas temperaturas, motivo por el cual aún no tiene aplicación práctica a gran escala.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE RESISTENCIA EN FUNCION DE TEMPERATURAS

1. La resistencia de un alambre de cobre es de 15 Ω a 0°C, calcular su resistencia a 60°C

Datos

$\alpha_{Cu} = 3.8 \times 10^{-3}{}^{\circ}C^{-1}$
(leído en el cuadro 12.3)
$R_0 = 15\ \Omega$
$R_t = ?$
$t = 60°C$

Fórmula

$R_t = R_0\,(1 + \alpha t)$

Sustitución y resultado

$$R_t = 15\ \Omega\ (1 + 3.8 \times 10^{-3}{}^{\circ}C^{-1} \times 60°C) = 18.42\ \Omega$$

2. Un termómetro de platino tiene una resistencia de 8 Ω a 150°C; calcular su resistencia a 400°C.

Datos

$\alpha_{Pt} = 3.9 \times 10^{-3}{}^{\circ}C^{-1}$
(leído en el cuadro 12.3)
$R_{150°C} = 8\ \Omega$
$R_0 = ?$
$R_t = ?$
$T = 400°C$

Fórmula

$R_t = R_0\,(1 + \alpha t)$

Solución:

Como desconocemos el valor de la resistencia del termómetro de platino a 0°C, primero calculamos R_0 de la siguiente manera:

$R_t = 8\ \Omega$ a 150°C, por tanto:
$R_t = R_0\,(1 + \alpha t)$

Despejando R_0 de la fórmula tenemos:

$$R_0 = \frac{R_t}{1 + \alpha t}$$

Sustituyendo valores:

$$R_0 = \frac{8\ \Omega}{1 + 3.9 \times 10^{-3}{}^{\circ}C^{-1} \times 150°C} = 5.05\ \Omega$$

Una vez conocido el valor de R_0 determinamos R_t a 400°C:

$$R_t = 5.05\ \Omega\ (1 + 3.9 \times 10^{-3}{}^{\circ}C \times 400°C) = 12.93\ \Omega$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la resistencia eléctrica a 0°C de un alambre de platino de 0.5 m de longitud y 0.7 mm^2 de área en su sección transversal. (Consulte el cuadro 12.2.)

Respuesta:

$R = 7.89 \times 10^{-2}\ \Omega$

2. Determine la longitud que debe tener un alambre de cobre enrollado de 0.5 mm^2 de área en su sección transversal para que a 0°C su resistencia sea de 12 Ω. (Consulte el cuadro 12.2.)

Respuesta:

$L = 3.49 \times 10^2$ m

3. Un alambre de plata tiene una resistencia de 5 Ω a 0°C. ¿Cuál será su resistencia a 25°C? (Consulte el cuadro 12.3.)

Respuesta:

$R_t = 5.46\ \Omega$

4. Determinar la resistencia de un termómetro de platino a 500°C, si a 50°C su resistencia es de 3.8 Ω. (Consulte el cuadro 12.3.)

Respuesta:

$R_0 = 3.18\ \Omega \therefore R_t = 9.38\ \Omega$

15 LEY DE OHM

George Simon Ohm (1787-1854), físico y profesor alemán, utilizó en sus experimentos instrumentos de medición bastante confiables y observó que si aumenta la diferencia de potencial en un circuito, mayor es la intensidad de la corriente eléctrica; también comprobó que al incrementar la resistencia del conductor, disminuye la intensidad de la corriente eléctrica. Con base en sus observaciones, en 1827 enunció la siguiente ley que lleva su nombre: la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por un conductor en un circuito es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicado a sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia del conductor.

Matemáticamente esta ley se expresa de la siguiente manera:

$$I = \frac{V}{R} \therefore V = IR$$

donde: V = diferencia de potencial aplicado a los extremos del conductor en volts (V)
R = resistencia del conductor en ohms (Ω)
I = intensidad de la corriente que circula por el conductor en amperes (A)

Al despejar la resistencia de la expresión matemática de la Ley de Ohm, tenemos que:

$$R = \frac{V}{I}$$

Con base en esta ecuación la Ley de Ohm define a la unidad de resistencia eléctrica de la siguiente manera: la resistencia de un conductor es de 1 ohm (1 Ω) si existe una corriente de un ampere, cuando se mantiene una diferencia de potencial de un volt a través de la resistencia.

$$R\ (\text{en ohms}) = \frac{V\ (\text{en volts})}{I\ (\text{en amperes})}$$

$$\text{es decir: } = 1\ \Omega = \frac{V}{A}$$

Cabe señalar que la Ley de Ohm presenta algunas limitaciones, como son:

a) Se puede aplicar a los metales, pero no al carbón o a los materiales utilizados en los transistores.
b) Al utilizar esta ley debe recordarse que la resistencia cambia con la temperatura, pues todos los materiales se calientan por el paso de la corriente.
c) Algunas aleaciones conducen mejor las cargas en una dirección que en otra.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA LEY DE OHM

Determinar la intensidad de la corriente eléctrica a través de una resistencia de 30 Ω al aplicarle una diferencia de potencial de 90 V.

Datos

$I = ?$
$R = 30\ \Omega$
$V = 90\ V$

Fórmula

$$I = \frac{V}{R}$$

Sustitución y resultado

$$I = \frac{90\ V}{30\ \Omega} = 3\ A$$

2. Un tostador eléctrico tiene una resistencia de 15 Ω cuando está caliente. ¿Cuál será la intensidad de la corriente que fluirá al conectarlo a una línea de 120 V?

Datos

$R = 15\ \Omega$
$V = 120\ \text{V}$
$I = ?$

Fórmula

$$I = \frac{V}{R}$$

Sustitución y resultado

$$I = \frac{120\ \text{V}}{15\ \Omega} = 8\ \text{A}$$

3. Un alambre conductor deja pasar 6 A al aplicarle una diferencia de potencial de 110 V. ¿Cuál es el valor de su resistencia?

Datos

$I = 6\ \text{A}$
$V = 110\ \text{V}$
$R = ?$

Fórmula

$$I = \frac{V}{R} \therefore R = \frac{V}{I}$$

Sustitución y resultado

$$R = \frac{110\ \text{V}}{6\ \text{A}} = 18.33\ \Omega$$

4. Calcular la diferencia de potencial aplicada a una resistencia de 10 Ω, si por ella fluyen 5 A.

Datos

$V = ?$
$R = 10\ \Omega$
$I = 5\ \text{A}$

Fórmula

$$I = \frac{V}{R} \therefore V = IR$$

Sustitución y resultado

$$V = 5\ \text{A} \times 10\ \Omega = 50\ \text{V}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la intensidad de la corriente que pasará por una resistencia de 20 Ω al conectarse a un acumulador de 12 V.

Respuesta:

$I = 0.6\ \text{A}$

2. Determinar la resistencia del filamento de una lámpara que deja pasar 0.6 A de intensidad de corriente al ser conectado a una diferencia de potencial de 120 V.

Respuesta:

$R = 200\ \Omega$

3. Por una resistencia de 10 Ω circula una corriente de 2 A. ¿Cuál es el valor de la diferencia de potencial a que están conectados sus extremos?

Respuesta:

$V = 20\ \text{V}$

4. Calcular la resistencia de un conductor que al conectarse a una diferencia de potencial de 12 V deja pasar una corriente de 90 miliamperes.

Respuesta:

$R = 133.33\ \Omega$

16 CIRCUITOS ELECTRICOS Y CONEXION DE RESISTENCIAS EN SERIE, PARALELO Y MIXTAS

circuito eléctrico es un sistema en el cual la corriente fluye por un conductor en una trayectoria completa debido a una diferencia de potencial. Un foco conectado a una pila por medio de un con-

ductor es un ejemplo de un circuito eléctrico simple (figura 12.31).

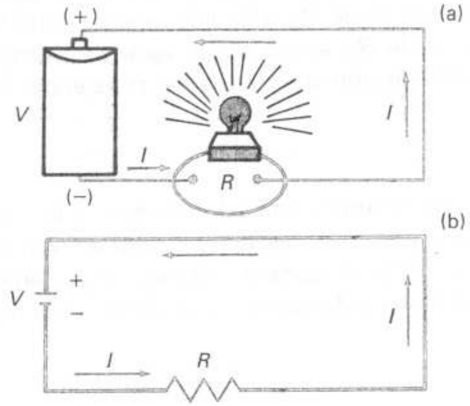


Fig. 12.31 a) Circuito eléctrico simple que consta de una diferencia de potencial o voltaje, corriente eléctrica y una resistencia. b) Representación simbólica del voltaje, la corriente y la resistencia.

En cualquier circuito eléctrico por donde se desplazan los electrones a través de una trayectoria cerrada, existen los siguientes elementos fundamentales:

a) Voltaje.
b) Corriente.
c) Resistencia.

El circuito está cerrado cuando la corriente eléctrica circula en todo el sistema y abierto, cuando no circula por él. Para abrir o cerrar el circuito se emplea un interruptor

Los circuitos eléctricos pueden estar conectados en serie, en paralelo o en forma mixta. Cuando un circuito se conecta en serie, los elementos conductores están unidos uno a continuación del otro; es por ello que toda la corriente eléctrica debe circular a través de cada uno de los elementos, de tal forma que, si se abre el circuito en cualquier parte, se interrumpe totalmente la corriente. Si el circuito se encuentra en paralelo, los elementos conductores se hallan separados en varios ramales y la corriente eléctrica se divide en forma paralela entre cada uno de ellos; así, al abrir el circuito en cualquier parte, la corriente no será interrumpida en los demás. Un circuito mixto significa que los elementos conductores se conectan tanto en serie como en paralelo

La figura 12.32 muestra un circuito eléctrico que consta de una batería y dos focos. En la figura 12.32 (a) los focos están en serie y en la figura 12.32 (b), en paralelo.

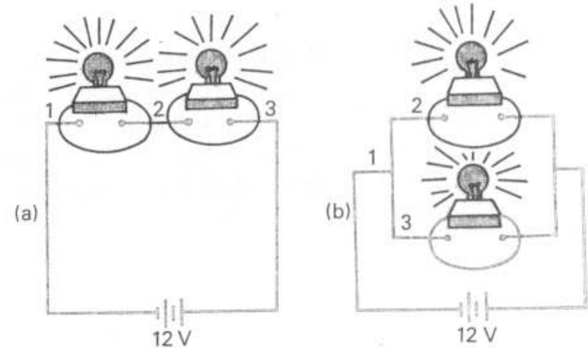


Fig. 12.32 Focos conectados (a) en serie y (b) en paralelo. En serie, por cada foco circula la misma intensidad de corriente. En paralelo, cada foco tiene el mismo voltaje entre sus terminales y la corriente se divide entre los dos focos.

En la conexión en serie circula la misma corriente en cada foco, pues los electrones que pasan del punto 1 al 2 también lo hacen del punto 2 al 3, por eso no se acumulan en ninguna parte. De donde, el flujo de cargas por unidad de tiempo, es decir, la corriente eléctrica, es la misma en cualquier parte del circuito en serie. Si se retira cualquier foco de su lugar, el circuito quedará abierto y ya no fluirá la corriente. Pocos son los casos en los cuales la conexión es en serie, por ejemplo, los focos del árbol de navidad que tienen un solo cable.

En la conexión en paralelo, la corriente se divide y pasa en cantidades iguales a través de cada foco, si ambos son del mismo valor. Al retirar un foco, sólo seguirá circulando la mitad de la corriente porque la mitad de la trayectoria conductora se ha eliminado. Como el voltaje suministrado en nuestro ejemplo es de 12 V, cada foco conectado en paralelo debe ser del mismo voltaje para igualar la diferencia de potencial de la fuente de energía; si el foco fuera menor de 12 V se fundiría rápidamente y si fuera mayor, no iluminaría con toda su intensidad al no recibir la energía necesaria.

Si los dos focos conectados son de 12 V iluminarán con igual intensidad. Estos, conectados en paralelo, descargarán a la batería en la mitad del

tiempo que lo haría uno solo. En la figura 12.32 (b) un interruptor colocado en el punto 1 controlaría todas las luces del circuito, pero si estuviera en el punto 3 únicamente controlaría al foco de la rama inferior del circuito.

Conexión de resistencias en serie

Cuando las resistencias se conectan en serie, se unen por sus extremos una a continuación de la otra (figura 12.33), de tal manera que la intensidad de corriente que pasa por una, sea la misma en las demás, por tanto, si se interrumpe en una, también se interrumpirá en las otras.

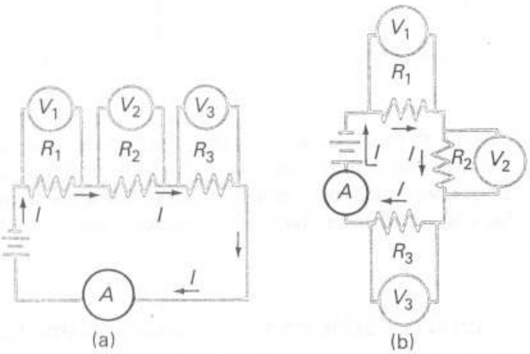


Fig. 12.33 Conexión de tres resistencias en serie tanto en (a) como en (b), pero con diferente arreglo. Sin embargo, su efecto es el mismo, pues la corriente eléctrica que pasa por cada una de las resistencias en serie es la misma. Obsérvese la conexión del voltímetro en paralelo y la del amperímetro en serie.

Al conectar dos o más resistencias en serie, se puede calcular la resistencia equivalente de la combinación, la cual, por definición, es aquella que presenta la misma oposición al paso de la corriente por tanto, puede sustituir al sistema en serie del circuito. Para ello, se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

donde: R_e = resistencia equivalente

$R_1 + R_2 + R_n$ = suma del valor de las resistencias 1, 2, hasta n número de ellas

En la figura 12.33 vemos tres resistencias: R_1, R_2 y R_3, conectadas en serie a las terminales de una fuente de energía. El voltaje se reparte entre cada una de las resistencias del circuito, por lo que si denominamos como V_1 a la diferencia de potencial entre los extremos de R_1; V_2 al voltaje entre los extremos de R_2; y V_3 a la tensión entre los extremos de R_3; entonces, el valor del voltaje total V entre la primera y la última resistencia es:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

En virtud de que la intensidad de la corriente es igual para cada resistencia, tendremos que el valor del voltaje de cada una de éstas lo podemos calcular de acuerdo con la Ley de Ohm con la expresión:

$$V_1 = IR_1;\ V_2 = IR_2;\ V_3 = IR_3$$

por tanto: $V = IR_1 + IR_2 + IR_3$

pero como la resistencia equivalente R_e es igual a $R_1 + R_2 + R_3$, una vez que ésta ha sido calculada podemos determinar el voltaje aplicado al circuito o la intensidad de la corriente que circula por el mismo.

Conexión de resistencias en paralelo

Cuando las resistencias se conectan en paralelo sus terminales se unen en dos bornes comunes que se enlazan a la fuente de energía o voltaje (figura 12.34). En esta conexión la corriente eléctrica se divide en cada uno de los ramales o derivaciones del circuito y dependerá del número de resistencias que

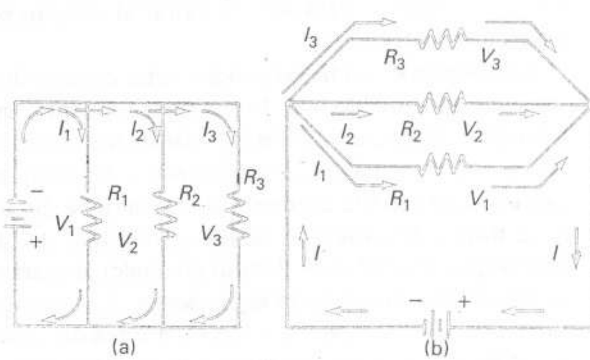


Fig. 12.34 Conexión de tres resistencias en paralelo tanto en (a) como en (b), pero con diferente arreglo. Obsérvese que la corriente eléctrica I se divide en varios ramales, por tanto: $I = I_1 + I_2 + I_3$. El voltaje tiene el mismo valor en cada una de las resistencias, de manera que: $V = V_1 = V_2 = V_3$.

ergía. El voltaje se reparte
sistencias del circuito, por l
como V_1 a la diferencia de p
mos de R_1; V_2 al voltaje ent
y V_3 a la tensión entre los e
nces, el valor del voltaje to
y la última resistencia es:

$$= V_1 + V_2 + V_3$$

e la intensidad de la corrien
sistencia, tendremos que el
a una de éstas lo podemos c
la Ley de Ohm con la expre

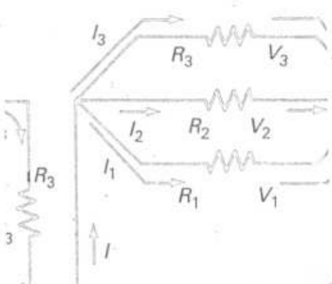
$$R_1;\ V_2 = IR_2;\ V_3 = IR_3$$

$$R_1 + IR_2 + IR_3$$

stencia equivalente R_e es ig
na vez que ésta ha sido cal
rminar el voltaje aplicado a
ad de la corriente que circul

stencias en paralelo

ncias se conectan en paralel
n en dos bornes comunes q
nte de energía o voltaje (f
nexión la corriente eléctrica s
de los ramales o derivacione
rá del número de resistencias



de tres resistencias en paralelo tan
con diferente arreglo. Obsérvese q
divide en varios ramales, por tanto: I
tiene el mismo valor en cada una d
ra que: $V = V_1 = V_2 = V_3$.

conecten en paralelo; de tal manera que si una
sistencia es desconectada las demás seguirán fun-
nando, pues la corriente eléctrica no se interrum-
á en ellas.

Al conectar dos o más resistencias en paralelo,
puede calcular la resistencia equivalente de la
mbinación con la siguiente expresión mate-
tica:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

En la figura 12.34 vemos tres resistencias: R_1,
y R_3, conectadas en paralelo a las terminales de
fuente de energía. Si estas resistencias permi-
que por ellas circulen las corrientes I_1, I_2, I_3 res-
tivamente, el valor de la intensidad de la corrien-
otal I, que circula por todo el circuito, será igual
$= I_1 + I_2 + I_3$. Respecto al voltaje aplicado a
a resistencia, su valor es igual para cada una de
s y es el mismo que se le suministra al circuito,
a vez que las terminales de cada resistencia es-
conectadas directamente a los bornes comu-
de la fuente de energía. De donde:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

De acuerdo con la Ley de Ohm sabemos que:

$\frac{V}{R}$ y como $I = I_1 + I_2 + I_3$, entonces:

$$I_1 = \frac{V}{R_1};\ I_2 = \frac{V}{R_2};\ I_3 = \frac{V}{R_3}$$

tanto:

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

es decir: $I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$

omo la inversa de la resistencia equivalente
es igual a la suma de las inversas de sus
tencias componentes, o sea: $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} +$
$+ \frac{1}{R_3}$, calculada la resistencia equivalente
licar la Ley de Ohm, podemos determinar el

valor de la intensidad de la corriente que circula por el circuito mediante la expresión: $I = \frac{V}{R}$

Conexión mixta de resistencias

Cuando se tiene una conexión mixta de resistencias, significa que están agrupadas tanto en serie como en paralelo. La forma de resolver matemáticamente estos circuitos es calculando parte por parte las resistencias equivalentes de cada conexión, ya sea en serie o en paralelo, de tal manera que se simplifique el circuito hasta encontrar el valor de la resistencia equivalente de todo el sistema eléctrico. En la figura 12.35 se muestra un ejemplo de conexión mixta de resistencias.

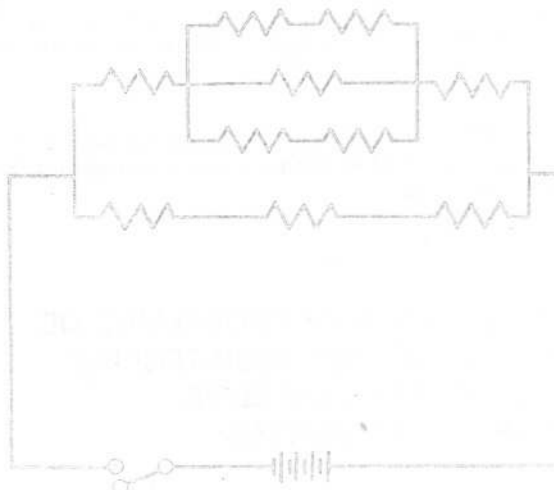


Fig. 12.35 Conexión mixta de resistencias.

Resistencia interna de una pila

En la figura 12.36 vemos una batería formada por la unión en serie de cuatro pilas secas de 1.5 V cada una, la cual está conectada a una resistencia de 3 Ω aproximadamente. Si se mide con un voltímetro la fuerza electromotriz de la batería al estar abierto el interruptor Z, se leerá un valor de 6 V [figura 12.36 (a)]. Pero si se cierra el interruptor y la corriente eléctrica I fluye por la resistencia R, al volver a medir la diferencia de potencial entre los bornes de la batería se observará que su valor ha disminuido; por ejemplo: 5.5 V [figura 12.36 (a)]. Esta

caída en el voltaje de la batería: de 6 V a 5.5 V, se produce por la resistencia interna de las pilas de la batería; debido a ello la diferencia de potencial o voltaje real suministrado por ésta al circuito será de 5.5 V. En la resolución de problemas, si no se señala la resistencia interna de la batería, consideraremos el valor de la diferencia de potencial como el voltaje real que recibe el circuito al estar cerrado.

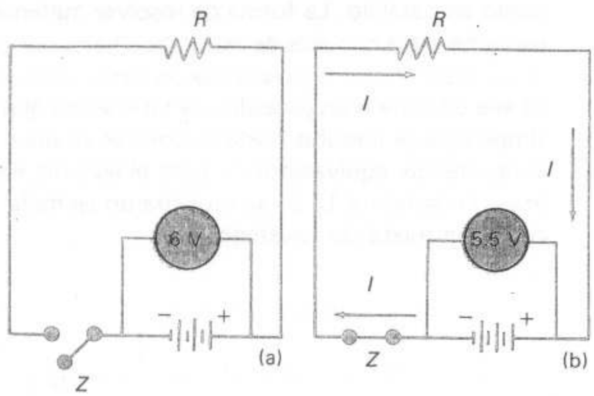


Fig. 12.36 El voltaje leído al estar abierto el circuito (a) es mayor que al encontrarse cerrado (b) debido a la resistencia interna de la batería.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CIRCUITOS CON RESISTENCIAS CONECTADAS EN SERIE, PARALELO Y MIXTAS

1. Calcular la resistencia equivalente de tres resistencias cuyos valores son: $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 7\ \Omega$, conectadas primero en: a) serie y b) paralelo.

Datos *Fórmulas*

$R_1 = 2\ \Omega$ a) $R_e = R_1 + R_2 + R_3$

$R_2 = 5\ \Omega$

$R_3 = 7\ \Omega$ b) $\dfrac{1}{R_e} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$

a) $R_{e\ en\ serie} = ?$

b) $R_{e\ en\ paralelo} = ?$

Sustitución y resultados

a) $R_e = 2 + 5 + 7 = 14\ \Omega$

b) $$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = 0.5 + 0.2 + 0.14 = 0.84$$

$$R_e = \frac{1}{0.84} = 1.19\ \Omega$$

Notas:

1. Observe que el valor de la resistencia equivalente en un circuito en paralelo tiene siempre un valor menor que cualquiera de las resistencias componentes conectadas. Ello se debe a que la corriente encuentra menor oposición mientras existan más ramificaciones en su trayectoria. En una conexión en serie la resistencia equivalente siempre será mayor que cualquiera de las resistencias conectadas.
2. La suma de fracciones se puede hacer por el método tradicional, de la siguiente manera:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{35 + 14 + 10}{70} = \frac{59}{70}$$

$$R_e = \frac{70}{59} = 1.19\ \Omega$$

2. Calcular el valor de la resistencia que se debe conectar en paralelo con una resistencia de 10 Ω para que la resistencia equivalente del circuito se reduzca a 6 Ω.

Datos *Fórmula*

$R_1 = ?$ $\dfrac{1}{R_e} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\ \therefore$

$R_2 = 10\ \Omega$

$R_e = 6\ \Omega$ $\dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{R_e} - \dfrac{1}{R_2}$

Sustitución y resultado

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = 0.166 - 0.1 = 0.066$$

$$R_1 = \frac{1}{0.066} = 15\ \Omega$$

3. Calcular la resistencia equivalente de cuatro resistencias cuyos valores son: $R_1 = 10\ \Omega$,

$R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 25\,\Omega$, $R_4 = 50\,\Omega$, conectadas en: a) serie y b) paralelo.
Dibujar el diagrama para cada caso.

Datos

$R_1 = 10\ \Omega$
$R_2 = 20\ \Omega$
$R_3 = 25\ \Omega$
$R_4 = 50\ \Omega$
a) $R_{e\ en\ serie} = ?$
b) $R_{e\ en\ paralelo} = ?$

Fórmulas

a) $R_e = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$

b) $$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

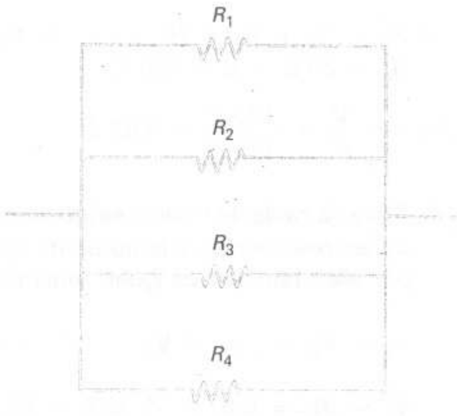
Sustitución y resultados

a) Diagrama de las resistencias conectadas en serie:

Cálculo de la resistencia equivalente:

$$R_e = 10 + 20 + 25 + 50 = 105\ \Omega$$

b) Diagrama de las resistencias conectadas en paralelo:



Cálculo de la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}$$

$$\frac{1}{R_e} = 0.1 + 0.05 + 0.04 + 0.02 = 0.21$$

$$R_e = \frac{1}{0.21} = 4.76\ \Omega$$

4. Dos focos, uno de 70 Ω y otro de 80 Ω, se conectan en serie con una diferencia de potencial de 120 V.
a) Representar el circuito eléctrico.
b) Calcular la intensidad de la corriente que circula por el circuito.
c) Determinar la caída de voltaje o de tensión en cada resistencia.

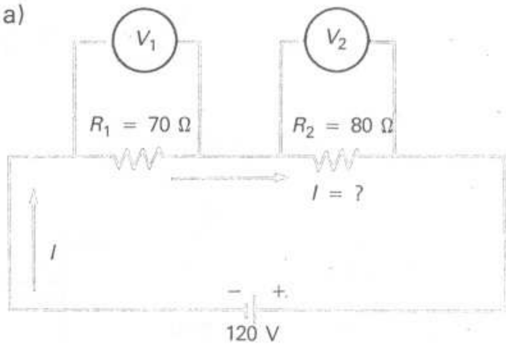
Solución:

Recuerde: Para resistencias en serie:

$$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

$$\text{Ley de Ohm: } I = \frac{V}{R}$$

a)



b) Cálculo de la resistencia equivalente del circuito:

$$R_e = R_1 + R_2 = 70\ \Omega + 80\ \Omega = 150\ \Omega$$

Aplicando la Ley de Ohm calculamos la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por R_1 y R_2:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{150\ \Omega} = 0.8\ \text{A}$$

c) Para determinar la caída de voltaje o de tensión en cada resistencia y dado que la intensidad circulante por R_1 es igual a la de R_2:

$$V_1 = IR_1 = 0.8\ \text{A} \times 70\ \Omega = 56\ \text{V}$$

$$V_2 = IR_2 = 0.8\ \text{A} \times 80\ \Omega = 64\ \text{V}$$

Como se observa, al sumar la caída de tensión en R_1 más la caída de tensión en R_2 obtenemos: 56 V + 64 V = 120 V que es igual al valor del voltaje suministrado.

5. Una plancha eléctrica de 60 Ω se conecta en paralelo a un tostador eléctrico de 90 Ω con un voltaje de 120 V.
   a) Representar el circuito eléctrico.
   b) Determinar el valor de la resistencia equivalente del circuito.
   c) Calcular la intensidad de la corriente que circula por el circuito.
   d) ¿Qué valor tendrá la intensidad de la corriente que circula por cada resistencia?

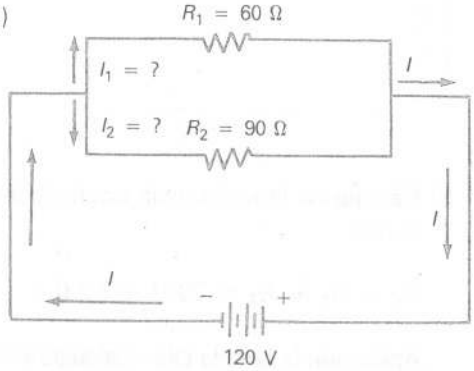
Solución:

Recuerde: Para resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\text{Ley de Ohm: } I = \frac{V}{R}$$

a)



b) Cálculo de la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{60} + \frac{1}{90}$$

$$= 0.017 + 0.011 = 0.028$$

$$R_e = \frac{1}{0.028} = 35.71\ \Omega$$

c) Cálculo de la intensidad de la corriente del circuito:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{35.71\ \Omega} = 3.3\ \text{A}$$

d) Cálculo de la intensidad de la corriente que circula por R_1 y R_2:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{120\ \text{V}}{60\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{120\ \text{V}}{90\ \Omega} = 1.3\ \text{A}$$

Al sumar el valor de la corriente que pasa por R_1 y R_2 tenemos: $I = I_1 + I_2 = 2\ \text{A} + 1.3\ \text{A} = 3.3\ \text{A}$, que es igual a la corriente calculada en c).

6. Una serie formada por nueve focos de navidad con una resistencia de 20 Ω cada uno, se conecta a un voltaje de 120 V. Calcular:

   a) ¿Cuál es el valor de la resistencia equivalente?
   b) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que circula por cada resistencia?
   c) ¿Qué valor tendrá la caída de tensión en cada uno de los focos?

Solución:

a) $R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_9$
   $R_e = 20\ \Omega \times 9 = 180\ \Omega$

b) $I = \dfrac{V}{R} = \dfrac{120\ \text{V}}{180\ \Omega} = 0.67\ \text{A}$

c) Como la caída de tensión es igual en cada una de las resistencias y la corriente que circula por ellas también es igual, tenemos:

$$V_1 = V_2 = \dots = V_9$$

$$V_1 = IR_1 = 0.67\ \text{A} \times 20\ \Omega = 13.4\ \text{V}$$

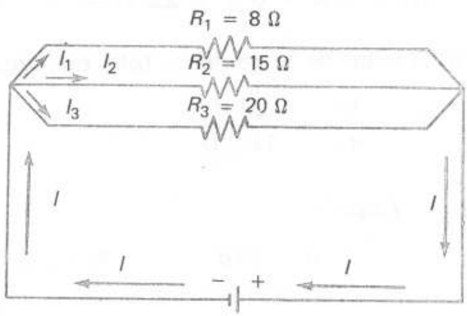
Al multiplicar el valor de la caída de tensión en R_1 por 9 que es el número de resistencias conectadas, nos da 120 V que es igual al voltaje total suministrado.

7. Tres aparatos eléctricos de 8 Ω, 15 Ω y 20 Ω, se conectan en paralelo a una batería de 60 V.

   a) Representar el circuito eléctrico.
   b) Calcular el valor de la resistencia equivalente.
   c) Determinar el valor de la corriente total suministrada por la batería.
   d) ¿Cuál es el valor de la corriente que circula por cada aparato?

Solución:

a)



b) Cálculo de la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$= 0.125 + 0.066 + 0.05 = 0.241$$

$$R_e = \frac{1}{0.241} = 4.15\ \Omega$$

c) La corriente total suministrada por la batería:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{60\ \text{V}}{4.15\ \Omega} = 14.5\ \text{A}$$

d) Cálculo de la corriente que circula por cada aparato:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{60\ \text{V}}{8\ \Omega} = 7.5\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{60\ \text{V}}{15\ \Omega} = 4\ \text{A}$$

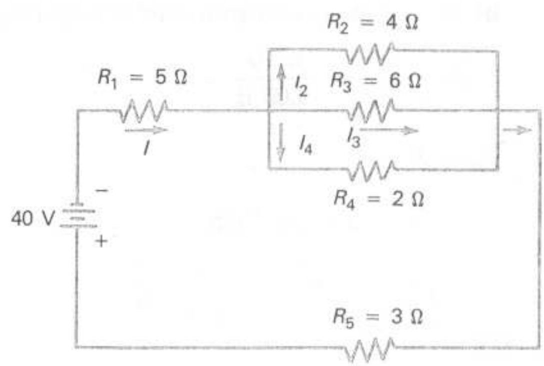
$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{60\ \text{V}}{20\ \Omega} = 3\ \text{A}$$

Al sumar cada una de las corrientes que pasan por cada aparato, tenemos: $I = I_1 + I_2 + I_3 = 7.5\ \text{A} + 4\ \text{A} + 3\ \text{A} = 14.5\ \text{A}$, cantidad igual a la calculada en el inciso c).

8. En las siguientes figuras se muestran varios circuitos de conexiones mixtas de resistencias. Calcular para cada caso:

   a) La resistencia equivalente del circuito.
   b) La intensidad de la corriente total que circula por el mismo.

Caso 1



Solución:

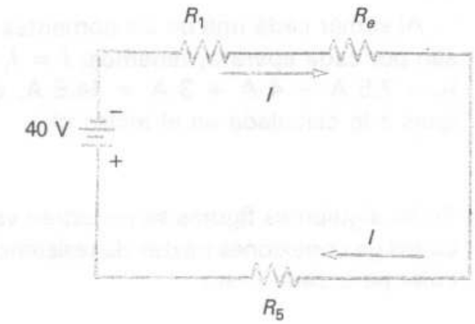
a) Como se observa, R_2, R_3 y R_4 están conectadas entre sí en paralelo, por tanto, debemos calcular su resistencia equivalente que representaremos por R_e:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = 0.25 + 0.166$$

$$+ 0.5 = 0.916$$

$$R_e = \frac{1}{0.916} = 1.09\ \Omega$$

Al encontrar el valor de la resistencia equivalente de las tres resistencias en paralelo, nuestro circuito se ha reducido a uno más simple de tres resistencias conectadas en serie:



donde la resistencia total del circuito, representada por R_T, será:

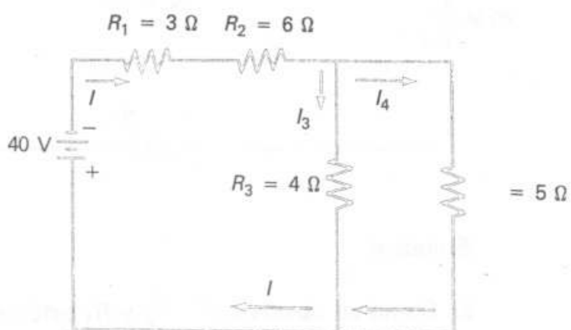
$$R_T = R_1 + R_e + R_5$$

$$R_T = 5\ \Omega + 1.09\ \Omega + 3\ \Omega = 9.09\ \Omega$$

b) El valor de la corriente total del circuito es:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{40\ V}{9.09\ \Omega} = 4.4\ A$$

Caso 2



Solución:

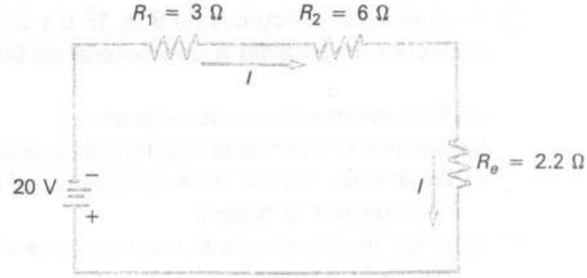
a) R_3 y R_4 están en paralelo y su resistencia equivalente es:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 0.25 + 0.2 = 0.45$$

$$R_e = \frac{1}{0.45}$$

$$R_e = 2.2\ \Omega$$

Ahora nuestro circuito se ha reducido a tres resistencias en serie:



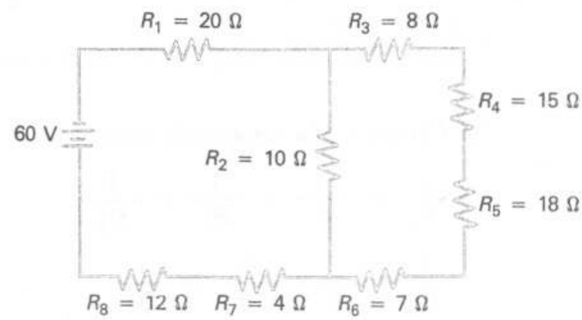
La resistencia total del circuito es:

$$R_T = 3\ \Omega + 6\ \Omega + 2.2\ \Omega = 11.2\ \Omega$$

b) El valor de la corriente total del circuito es:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{20\ V}{11.2\ \Omega} = 1.78\ A$$

Caso 3



Solución:

a) R_3, R_4, R_5 y R_6 están en serie y equivalen a una resistencia cuyo valor es:

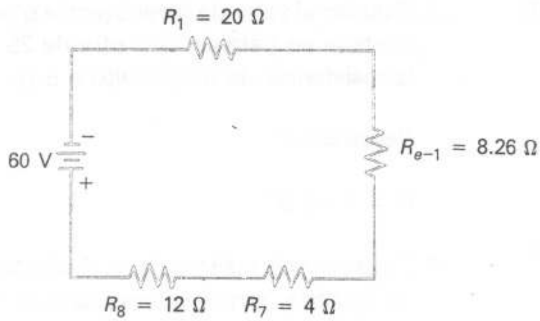
$$R_e = 8\ \Omega + 15\ \Omega + 18\ \Omega + 7\ \Omega = 48\ \Omega$$

A su vez, R_e está en paralelo con R_2 de donde su resistencia equivalente R_{e-1} es igual a:

$$\frac{1}{R_{e-1}} = \frac{1}{48} + \frac{1}{10} = 0.021 + 0.1$$
$$= 0.121$$

$$R_{e-1} = 8.26\ \Omega$$

Ahora nuestro circuito se ha reducido a cuatro resistencias en serie:



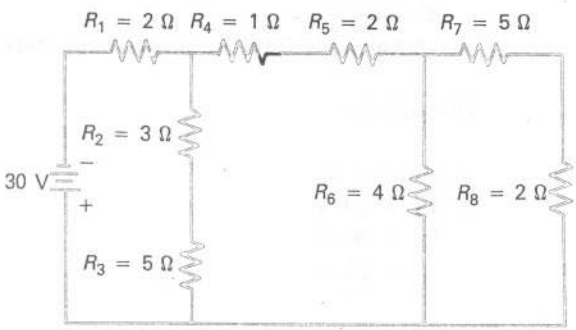
El valor de la resistencia total del circuito es de:

$$R_T = 20\ \Omega + 8.26\ \Omega + 4\ \Omega + 12\ \Omega$$
$$= 44.26\ \Omega$$

b) El valor de la corriente total del circuito es:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{60\ \text{V}}{44.26\ \Omega} = 1.35\ \text{A}$$

Caso 4



Solución:

a) Las resistencias R_7 y R_8 están en serie, y equivalen a 7 Ω, la cual se encuentra en paralelo con R_6, por lo que la resistencia equivalente es:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{7} + \frac{1}{4} = 0.143 + 0.25 = 0.393$$

$$R_e = \frac{1}{0.393} = 2.5\ \Omega$$

La resistencia R_e está en serie con R_4 y R_5, y éstas equivalen a una resistencia de 2.5 Ω + 1 Ω + 2 Ω = 5.5 Ω, que a su vez está en paralelo con R_2 y R_3; como están en serie, R_2 y R_3 equivalen a una resistencia de 8 Ω, de donde la resistencia R_{e-1} será igual a:

$$\frac{1}{R_{e-1}} = \frac{1}{5.5} + \frac{1}{8} = 0.18 + 0.12 = 0.3$$

$$R_{e-1} = \frac{1}{0.3} = 3.3\ \Omega$$

Como R_1 está en serie con R_{e-1} el valor de la resistencia total del circuito es:

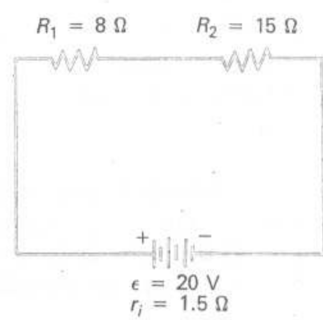
$$R_T = R_1 + R_{e-1} = 2\ \Omega + 3.3\ \Omega = 5.3\ \Omega$$

b) El valor de la corriente total que circula por el circuito es:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{30\ \text{V}}{5.3\ \Omega} = 5.7\ \text{A}$$

9. Si una batería tiene una fuerza electromotriz (fem) de 20 V, una resistencia interna de 1,5 Ω y se conecta a dos resistencias en serie cuyos valores son 8 y 15 Ω, como se ve en la figura. Calcular:

a) La resistencia total del circuito.
b) La intensidad de la corriente que circula por el circuito.
c) La caída de tensión en cada una de las resistencias.
d) El voltaje real que suministra la batería cuando está cerrado el circuito.



Solución:

a) La resistencia total del circuito considerando la resistencia interna de la batería es:

$$R_T = R_1 + R_2 + r_i = 8\ \Omega + 15\ \Omega + 1.5\ \Omega = 24.5\ \Omega$$

b) La intensidad de la corriente es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20\ V}{24.5\ \Omega} = 0.816\ A$$

c) La caída de tensión en cada una de las resistencias es:

$$V_1 = IR_1 = 0.816\ A \times 8\ \Omega = 6.6\ V$$
$$V_2 = IR_2 = 0.816\ A \times 15\ \Omega = 12.2\ V$$
$$V_{pila} = Ir_i = 0.816\ A \times 1.5\ \Omega = 1.2\ V$$

d) El voltaje real que suministra la batería es igual a:

$$V_R = \text{fem} - \text{caída de tensión en la pila}$$
$$V_R = 20\ V - 1.2\ V = 18.8\ V$$

Voltaje que equivale a la caída de tensión en R_1 y R_2, es decir:

$$V_1 + V_2 = 6.6\ V + 12.2\ V = 18.8\ V$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar el valor de la resistencia equivalente de dos resistencias cuyos valores son: $R_1 = 15\ \Omega$ y $R_2 = 23\ \Omega$, conectadas primero en serie y luego en paralelo.

Respuestas:

R_e en serie $= 38\ \Omega$
R_e en paralelo $= 9.1\ \Omega$

2. Calcular el valor de la resistencia equivalente de tres resistencias, cuyos valores son: $R_1 = 17\ \Omega$, $R_2 = 12\ \Omega$ y $R_3 = 25\ \Omega$, conectadas primero en serie y luego en paralelo.

Respuestas:

R_e en serie $= 54\ \Omega$
R_e en paralelo $\doteq 5.5\ \Omega$

3. Calcular el valor de la resistencia que al ser conectada en paralelo con otra de $28\ \Omega$, reduce la resistencia de un circuito a $8\ \Omega$.

Respuestas:

$R = 11.2\ \Omega$

4. Determinar la resistencia equivalente de cuatro resistencias, cuyos valores son: $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$ y $R_4 = 2\ \Omega$, conectadas primero en serie y luego en paralelo. Dibuje el diagrama que represente la conexión en cada caso.

Respuestas:

R_e en serie $= 10\ \Omega$
R_e en paralelo $= 0.5\ \Omega$

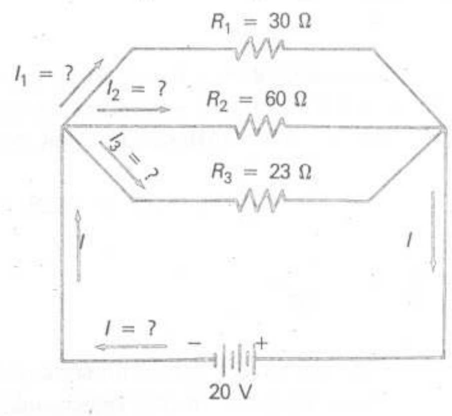
5. Elabore un dibujo que represente la conexión en serie de tres focos de $40\ \Omega$, $50\ \Omega$ y $60\ \Omega$, respectivamente, conectados a una batería de 90 V. Calcular:

a) La intensidad de la corriente que circula por el circuito.
b) La caída de tensión en cada resistencia.

Respuestas:

a) $I = 0.6\ A$
b) $V_1 = 24\ V$
$V_2 = 30\ V$
$V_3 = 36\ V$

6. De acuerdo con el circuito eléctrico representado en la siguiente figura, calcular:



a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La intensidad total de la corriente que circula por el circuito.
c) El valor de la intensidad de la corriente que circula por cada resistencia.

Respuestas:

a) $R_e = 11\ \Omega$
b) $I = 1.8$ A
c) $I_1 = 0.66$ A
$I_2 = 0.33$ A
$I_3 = 0.8$ A

7. Siete focos de navidad con una resistencia de 30 Ω cada uno, se conectan en serie con una diferencia de potencial de 90 V. Calcular:

a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La intensidad de la corriente que circula por cada resistencia.
c) La caída de tensión en cada uno de los focos.

Respuestas.

a) $R_e = 210\ \Omega$
b) $I = 0.43$ A
c) V en cada foco $= 12.9$ V

8. Dibujar un circuito que represente tres resistencias de 19 Ω, 25 Ω y 30 Ω respectivamente, conectadas en paralelo a una batería de 40 V. Calcular:

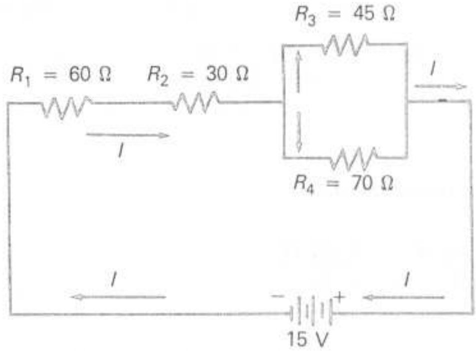
a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La intensidad de corriente suministrada por la batería.
c) El amperaje que circula por cada resistencia.

Respuestas:

a) $R_e = 7.9\ \Omega$
b) $I = 5.06$ A
c) $I_1 = 2.1$ A
$I_2 = 1.6$ A
$I_3 = 1.3$ A

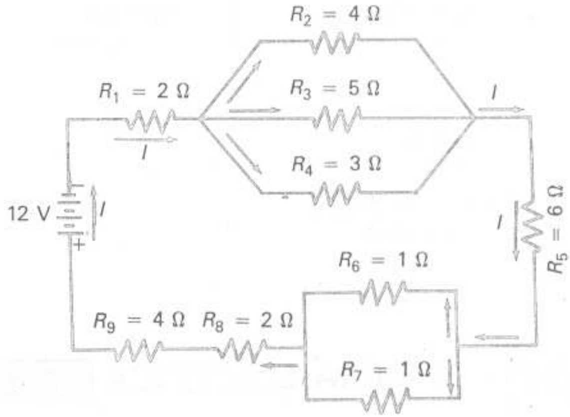
9. En cada una de las siguientes conexiones mixtas de resistencias, determinar:

a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La intensidad de la corriente total que circula por el circuito.



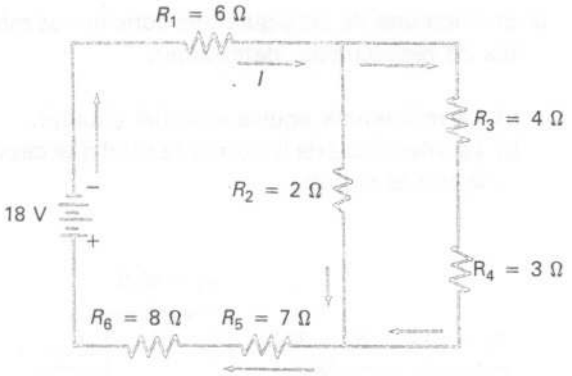
Respuestas:

a) $R_e = 117\ \Omega$
b) $I = 0.13$ A



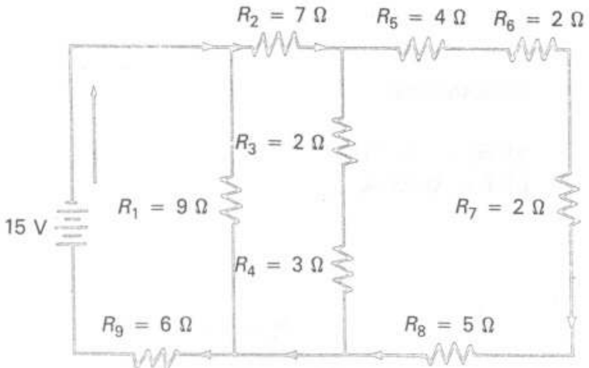
Respuestas:

a) $R_e = 15.8\ \Omega$
b) $I = 0.76$ A



Respuestas:

a) $R_e = 22.5\ \Omega$
b) $I = 0.8$ A

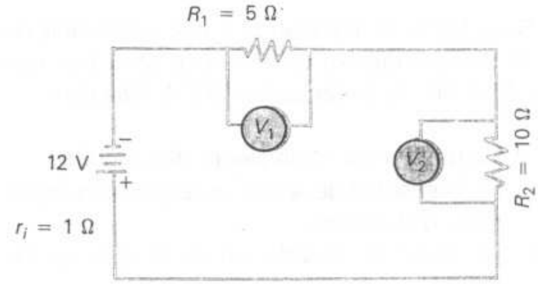


Respuestas:

a) $R_e = 10.87\ \Omega$
b) $I = 1.38$ A

10. Si una bateria con una fem de 12 V y una resistencia interna de 1 Ω, se conecta a dos resistencias en serie de 5 y 10 Ω respectivamente, como se ve en la figura. Calcular:

a) La resistencia total del circuito.
b) La intensidad de la corriente que circula por el circuito.
c) La caída de tensión en cada una de las resistencias.
d) El voltaje real que suministra la batería cuando está cerrado el circuito.



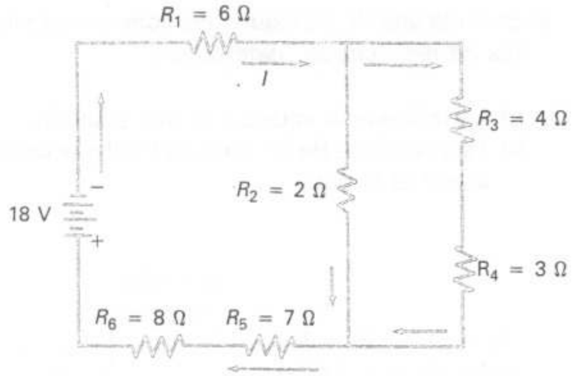
Respuestas:

a) $R_T = 16\ \Omega$
b) $I = 0.75$ A
c) $V_1 = 3.75$ V
$V_2 = 7.5$ V
$V_{pila} = 0.75$ V
d) $V_R = 11.25$ V

17 POTENCIA ELECTRICA

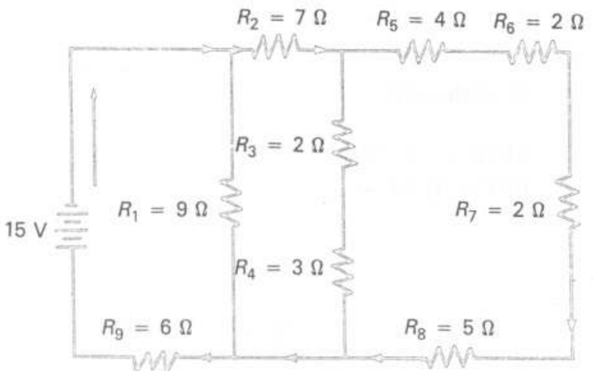
Siempre que una carga eléctrica se mueve en un circuito a través de un conductor realiza un trabajo, mismo que se consume generalmente en calentar el circuito o hacer girar un motor. Cuando se desea conocer la rapidez con que se realiza un trabajo, se determina la potencia eléctrica. Por definición: la potencia eléctrica es la rapidez con que se realiza un trabajo; también se interpreta como la energía que consume una máquina o cualquier dispositivo eléctrico en un segundo.

Para deducir la expresión matemática de la potencia eléctrica, partimos del concepto de diferencia de potencial visto en la sección: Diferencia de potencial de este libro:



Respuestas:

a) $R_e = 22.5\ \Omega$
b) $I = 0.8$ A

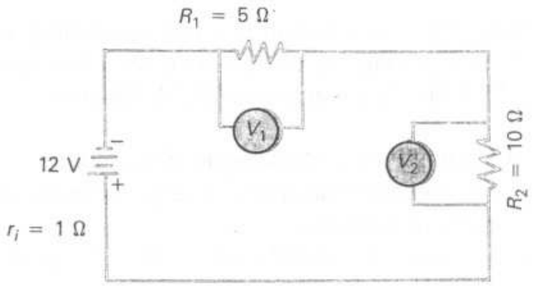


Respuestas:

a) $R_e = 10.87\ \Omega$
b) $I = 1.38$ A

10. Si una bateria con una fem de 12 V y una resistencia interna de 1 Ω, se conecta a dos resistencias en serie de 5 y 10 Ω respectivamente, como se ve en la figura. Calcular:

a) La resistencia total del circuito.
b) La intensidad de la corriente que circula por el circuito.
c) La caída de tensión en cada una de las resistencias.
d) El voltaje real que suministra la batería cuando está cerrado el circuito.



Respuestas:

a) $R_T = 16\ \Omega$
b) $I = 0.75$ A
c) $V_1 = 3.75$ V
$V_2 = 7.5$ V
$V_{pila} = 0.75$ V
d) $V_R = 11.25$ V

17 POTENCIA ELECTRICA

Siempre que una carga eléctrica se mueve en un circuito a través de un conductor realiza un trabajo, mismo que se consume generalmente en calentar el circuito o hacer girar un motor. Cuando se desea conocer la rapidez con que se realiza un trabajo, se determina la potencia eléctrica. Por definición: la potencia eléctrica es la rapidez con que se realiza un trabajo; también se interpreta como la energía que consume una máquina o cualquier dispositivo eléctrico en un segundo.

Para deducir la expresión matemática de la potencia eléctrica, partimos del concepto de diferencia de potencial visto en la sección: Diferencia de potencial de este libro:

$$\text{diferencia de potencial} = \frac{\text{trabajo}}{\text{carga}}\text{; es decir:}$$

$$V = \frac{T}{q} \ldots \qquad (1)$$

Despejando el trabajo:

$$T = Vq \ldots \qquad (2)$$

Como potencia es la rapidez con la cual se realiza un trabajo, tenemos que:

$$\text{potencia} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}}\text{; es decir:}$$

$$P = \frac{T}{t} \ldots \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la 3, tenemos:

$$P = \frac{Vq}{t} \ldots \qquad (4)$$

Como la intensidad de la corriente eléctrica es igual a la carga que pasa por un conductor en la unidad de tiempo, tenemos que:

$$I = \frac{q}{t} \ldots \qquad (5)$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la 4, obtenemos:

$$P = VI \ldots \qquad (6)$$

donde: P = potencia eléctrica en watts (W)
V = diferencia de potencial en volts (V)
I = intensidad de la corriente en amperes (A)

Es sencillo demostrar que un watt es igual a un volt-ampere, veamos:

$$V = \frac{T}{q} \text{ en } \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

$$I = \frac{q}{t} \text{ en } \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$$

$$VI = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} \times \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$$

$$VI = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}} = \text{watt}$$

Al utilizar la Ley de Ohm podemos demostrar que:

$$P = I^2R \ldots \qquad (7)$$

y

$$P = \frac{V^2}{R} \ldots \qquad (8)$$

La ecuación 7 se obtiene considerando que: $V = IR$, como $P = VI$, al sustituir V en la ecuación 6 tenemos: $P = IRI = I^2R$.

Como $I = \frac{V}{R}$ y $P = VI$, la ecuación 8 se obtiene al sustituir I en la ecuación 6 de la siguiente manera:

$$P = V\frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

La potencia eléctrica también es la energía que consume una máquina o cualquier dispositivo eléctrico en un segundo, por tanto:

$$P = \frac{T}{t} \therefore T = Pt \ldots \qquad (9)$$

donde: T = trabajo realizado igual a la energía eléctrica consumida en watt-segundo en el SI. Prácticamente se mide en kilowatts hora = kW-h
P = potencia eléctrica de la máquina o dispositivo eléctrico en watts (W)
t = tiempo que dura funcionando la máquina o el dispositivo eléctrico en segundos (s)

Como $P = VI$, la ecuación 9 puede expresarse de la siguiente manera:

$$T = VIt \ldots \qquad (10)$$

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE POTENCIA ELECTRICA

1. Calcular:

a) ¿Qué potencia eléctrica desarrola una parrilla que recibe una diferencia de potencial de 120 V y por su resistencia circula una corriente de 6 A?

b) La energía eléctrica consumida en kW-h, al estar encendida la parrilla 45 minutos.

c) ¿Cuál es el costo del consumo de energía eléctrica de la parrilla si el precio de 1 kW-h es de $40.00?

Datos

a) $P = ?$
$V = 120$ V
$I = 6$ A
b) $T = ?$
$t = 45$ min.
c) Costo del consumo de energía eléctrica = ?

Fórmulas

a) $P = VI$
b) $T = Pt$

Sustitución y resultados

a) $P = VI = 120V \times 6\ \text{A} = 720\ \text{W}$

b)

Conversión de unidades

$$720\ \text{W} \times \frac{1\ \text{kW}}{1\,000\ \text{W}} = 0.72\ \text{kW}$$

$$45\ \text{min} \times \frac{1\ \text{hora}}{60\ \text{min}} = 0.75\ \text{h}$$

$$T = Pt = 0.72\ \text{kW} \times 0.75\ \text{h} = 0.54\ \text{kW-h}$$

c) $0.54\ \text{kW-h} \times \dfrac{\$\ 40.00}{1\ \text{kW-h}} = \$\ 21.60$

2. Obtener la potencia eléctrica de un tostador de pan cuya resistencia es de 40 Ω y por ella circula una corriente de 3 A.

Datos

$P = ?$
$R = 40\ \Omega$
$I = 3$ A

Fórmulas

$P = I^2R$

Sustitución y resultado

$P = (3\ \text{A})^2 \times 40\ \Omega \quad 360\ \text{W}$

3. Calcular el costo del consumo de energía eléctrica de un foco de 60 W que dura encendido una hora con quince minutos. El costo de 1 kW-h considérese de $ 40.00.

Datos

Costo de la energía eléctrica consumida = ?
$P = 60\ \text{W} = 0.06\ \text{kW}$
$t = 1\ \text{h}\ 15\ \text{min} = 1.25\ \text{h}$
$1\ \text{kW-h} = \$\ 40.00$

Fórmula

$T = Pt$

Sustitución y resultado

$T = 0.06\ \text{kW} \times 1.25\ \text{h} = 0.075\ \text{kW-h}$
Costo de la energía:

$$0.075\ \text{kW-h} \times \frac{\$\ 40.00}{1\ \text{kW-h}} = \$\ 3.00$$

4. Un foco de 100 W se conecta a una diferencia de potencial de 120 V. Determinar:

a) La resistencia del filamento.
b) La intensidad de la corriente eléctrica que circula por él.
c) La energía que consume el foco durante una hora 30 minutos en kW-h.
d) El costo de la energía consumida, si un kW-h = $ 40.00.

Datos

$P = 100$ W
$V = 120$ V
a) $R = ?$
b) $I = ?$
c) $T = ?$

Fórmulas

a) $P = \dfrac{V^2}{R} \therefore R = \dfrac{V^2}{P}$

b) $P = IV \therefore I = \dfrac{P}{V}$

c) $T = Pt$

t = 1h 30 min = 1.5 h
d) Costo de la energía consumida = ?

Sustitución y resultados

a) $P = \frac{V^2}{R} \therefore R = \frac{V^2}{P}$

$$R = \frac{(120\ V)^2}{100\ W} = 144\ \Omega$$

b) $P = IV \therefore I = \frac{P}{V}$

$$I = \frac{100\ W}{120\ V} = 0.83\ A$$

c) $T = Pt = 0.1\ kW \times 1.5\ h$
$T = 0.15$ kW-h

d) Costo de la energía:

$$0.15\ kW\text{-}h \times \frac{\$\ 40.00}{1\ kW\text{-}h} = \$\ 6.00$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular:

a) La potencia eléctrica de un foco que recibe una diferencia de potencial de 120 V si por su filamento circula una corriente de 0.5 A.
b) El valor de la resistencia del foco.

Respuestas:

a) P = 60 W
b) R = 240 Ω

2. Calcular:

a) La potencia eléctrica de una plancha cuya resistencia es de 500 Ω al conectarse a una diferencia de potencial de 120 V.
b) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que circula por la resistencia?

Respuestas:

a) P = 28.8 W
b) I = 0.24 A

3. Calcular el costo del consumo de energía eléctrica originado por un foco de 75 W que dura encendido 30 min. Un kW-h = $ 40.00.

Respuesta:

Costo del consumo de energía eléctrica = $ 1.50

4. Determinar:

a) La potencia eléctrica desarrollada por un calentador eléctrico que se conecta a una diferencia de potencial de 120 V y por su resistencia circula una corriente de 8 A.
b) ¿Qué energía eléctrica consume en kW-h al estar encendido 15 minutos?
c) ¿Cuál es el costo de la energía eléctrica consumida por el calentador al considerar a $ 40.00 el kW-h?

Respuestas:

a) P = 960 W
b) T = 0.24 kW-h
c) Costo de la energía eléctrica = $ 9.60

5. Un foco de 150 W se conecta a una diferencia de potencial de 120 V. Obtener:

a) La intensidad de la corriente eléctrica que circula por el filamento.
b) El valor de la resistencia del filamento.
c) La energía eléctrica en kW-h que consume el foco durante una hora 45 minutos.
d) El costo de la energía consumida si un kW-h cuesta $ 40.00.

Respuestas:

a) I = 1.25 A
b) R = 96 Ω
c) T = 0.26 kW-h
c) Costo de la energía consumida = $ 10.40

Efecto Joule

Cuando circula corriente eléctrica en un conductor, parte de la energía cinética de los electrones se transforma en calor y eleva la temperatura de éste con lo cual se origina el fenómeno que recibe el nombre de efecto Joule.

El enunciado de la Ley de Joule es el siguiente: el calor que produce una corriente eléctrica al circular por un conductor es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente, a la resistencia y al tiempo que dura circulando la corriente. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$Q = 0.24\ I^2Rt$$

Al observar la expresión matemática anterior encontramos que I^2R es la potencia eléctrica multiplicada por el tiempo, lo cual proporciona la energía consumida, es decir: $T = Pt = I^2Rt$. Esta cantidad de energía eléctrica consumida en joules se transforma en calor, por ello la constante 0.24 representa la equivalencia siguiente:

1 joule de trabajo = 0.24 calorías de energía térmica

Existen varios aparatos y dispositivos eléctricos que producen calor como consecuencia del efecto Joule; por ejemplo: planchas, radiadores, tostadores, calentadores o parrillas eléctricas. En estos utensilios una corriente relativamente alta circula por una bobina de varios ohms de resistencia. El alambre de la bobina se fabrica con una aleación especial y de un tamaño apropiado, de tal manera que el calor generado no eleve la temperatura hasta el punto de fusión. Para la iluminación se usan los focos eléctricos al vacío que tienen una resistencia consistente en un filamento de tungsteno, cuando pasa la corriente por el filamento, éste se calienta y lo vuelve incandescente.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DEL EFECTO JOULE

1. Por la resistencia de 30 Ω de una plancha eléctrica circula una corriente de 4 A al estar conectada a una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué cantidad de calor produce en cinco minutos?

Datos

$R = 30\ \Omega$
$I = 4\ A$
$V = 120\ V$
$t = 5\ min = 300\ s$
$Q = ?$

Fórmula

$Q = 0.24\ I^2Rt$

Sustitución y resultado

$$Q = 0.24\ (4\ A)^2 \times 30\ \Omega \times 300\ s = 34\ 560\ \text{calorías}$$

2. Por el embobinado de un cautín eléctrico circulan 5 amperes al estar conectado a una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué calor genera en un minuto?

Datos

$I = 5\ A$
$V = 120\ V$
$t = 1\ min = 60\ s$
$Q = ?$

Fórmula

$Q = 0.24\ I^2Rt$

Cálculo de R:

$$I = \frac{V}{R}\ \therefore\ R = \frac{V}{I}$$

$$R = \frac{120\ V}{5\ A} = 24\ \Omega$$

Sustitución y resultado

$$Q = 0.24\ (5\ A)^2 \times 24\ \Omega \times 60\ s = 8\ 640\ \text{calorías}$$

3. Un tostador eléctrico de pan tiene una resistencia de 20 Ω y se conecta durante dos minutos a una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué cantidad de calor produce?

Datos

$R = 20\ \Omega$
$t = 2\ min = 120\ s$
$V = 120\ V$
$Q = ?$

Fórmula

$Q = 0.24\ I^2Rt$

Cálculo de I:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{20\ \Omega} = 6\ \text{A}$$

Sustitución y resultado

$$Q = 0.24\ (6\ \text{A})^2 \times 20\ \Omega \times 120\ \text{s}$$
$$=$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Calcular la cantidad de calor que produce un radiador eléctrico de 15 Ω de resistencia al circular una corriente de 8 A, si está conectado a una diferencia de potencial de 120 V durante 30 minutos.

Respuesta:

Q = 414 720 calorías

Una plancha eléctrica tiene una resistencia de 16 Ω y se conecta durante 20 minutos a una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué cantidad de calor produce?

Respuesta:

Q = 259 200 calorías

Un tostador eléctrico tiene una resistencia por la que circulan 10 A al estar conectado a una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué cantidad de calor desarrolla en tres minutos?

Respuesta:

Q = 51 840 calorías

Determinar el calor desarrollado en dos minutos por un cautín eléctrico cuya potencia es de 150 watts.

Respuesta:

Q = 4 320 calorías

18 LEYES DE KIRCHHOFF

El físico alemán Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) fue uno de los pioneros en el análisis de los circuitos eléctricos. A mediados del siglo XIX, propuso dos leyes que llevan su nombre.

. De esta manera son de signo positivo las corrientes que fluyen a un nodo, y negativas las que salen de él. La primera ley establece:

Por definición,

. En la figura 12.37 vemos que al nodo A llega una corriente I la cual se divide para formar las corrientes I_1 e I_2. Como en el nodo A no se ganan ni se pierden electrones, I es igual a la suma de I_1

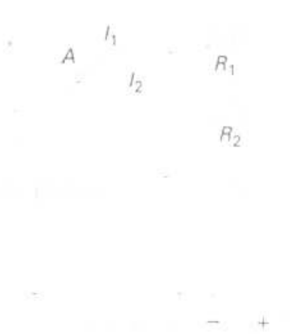


Fig. 12.37 En el nodo A llega una corriente I que se divide en I_1 y en I_2. Esto ejemplifica la Primera Ley de Kirchhoff, la cual dice: la suma algebraica de todas las intensidades de corriente que entran y salen de un punto en un circuito es igual a cero

más I_2. En otras palabras, igual corriente fluye hacia un punto como sale de él.

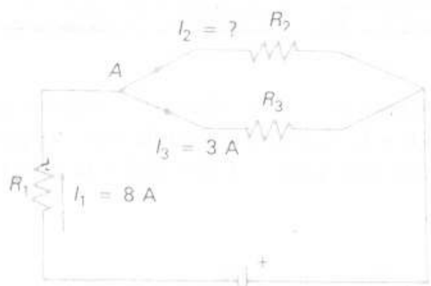
De acuerdo con la figura 12.37 tenemos que en el nodo A:

Considerando que las corrientes de entrada tienen signo positivo y negativo las de salida, la suma algebraica de las corrientes será igual a cero. Veamos:

Como puede observarse, esta primera ley confirma el principio de la conservación de las cargas eléctricas.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF

1. Determinar el valor de la intensidad de la corriente que pasa por I_2 en el siguiente circuito, aplicando la Primera Ley de Kirchhoff.

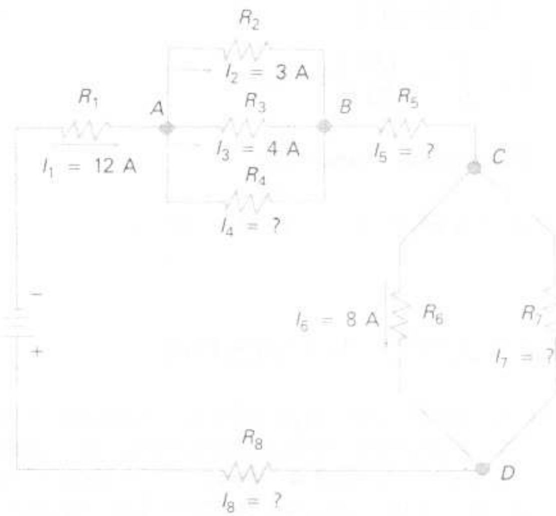


Solución:

Como ΣI que entran $= \Sigma I$ que salen, en el nodo A:

$I_1 = I_2 + I_3 \therefore$
$I_2 = I_1 - I_3 = 8\text{ A} - 3\text{ A} =$

2. En el siguiente circuito eléctrico, calcular el valor de las intensidades desconocidas, así como el sentido de dicha corriente. Aplique la Primera Ley de Kirchhoff.



Solución:

Para el cálculo de I_4 sabemos que en el nodo A: ΣI de entrada $= \Sigma I$ de salida.

$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \therefore$
$I_4 = I_1 - I_2 - I_3 = 12\text{ A} - 3\text{ A} - 4\text{ A} =$

El sentido de la corriente es el mismo de I_2 e I_3 y se dirige al nodo B.

Para el cálculo de I_5 tenemos que en el nodo B: ΣI entrada $= \Sigma I$ salida.

$I_2 + I_3 + I_4 = I_5$
$3\text{ A} + 4\text{ A} + 5\text{ A} = 12\text{ A}$

El sentido de la corriente es hacia el nodo C.

Para el cálculo de I_7 tenemos que en el nodo C: ΣI entrada $= \Sigma I$ salida.

$I_5 = I_6 + I_7$
$I_7 = I_5 - I_6 = 12\text{ A} - 8\text{ A} =$

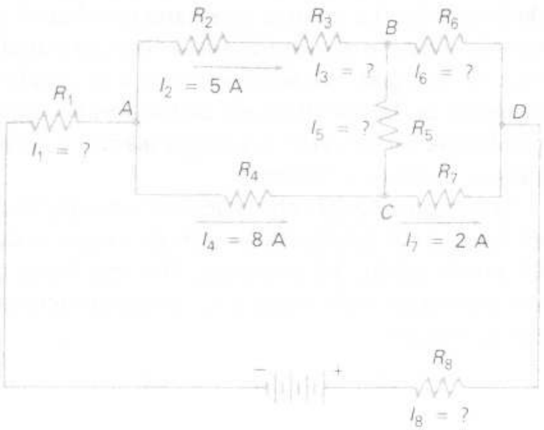
El sentido de la corriente es hacia el nodo D.

Para el cálculo de I_8 tenemos que en el nodo D: ΣI entrada $= \Sigma I$ salida.

$I_6 + I_7 = I_8$
$8\text{ A} + 4\text{ A} = 12\text{ A}$

El sentido de la corriente es hacia la terminal positiva de la batería.

3 En el siguiente circuito eléctrico, determinar el valor de las intensidades desconocidas, así como el sentido de dicha corriente. Aplique la Primera Ley de Kirchhoff.



Solución:

Cálculo de I_1:

En el nodo A: $\Sigma\ I$ entrada $= \Sigma\ I$ salida.

$I_1 = I_2 + I_4$
5 A + 8 A = 13 A

El sentido de la corriente es hacia el nodo A:

Cálculo de I_3:

Como R_2 y R_3 están conectadas en serie, la corriente que pasa por R_2 es la misma que circula por R_3, de donde: $I_2 = I_3 =$ 5 A, al llegar a B.

Cálculo de I_5:

En el nodo C: $\Sigma\ I$ entrada $= \Sigma\ I$ salida.

$I_4 = I_5 + I_7$
$I_5 = I_4 - I_7 = 8$ A $-$ 2A = 6 A

El sentido de la corriente I_5 es hacia el nodo B.

Cálculo de I_6:

En el nodo B: $\Sigma\ I$ entrada $= \Sigma\ I$ salida.

$I_3 + I_5 = I_6$
5 A + 6 A = 11 A

El sentido de la corriente I_6 es hacia el nodo D.

Cálculo de I_8:

En el nodo D: $\Sigma\ I$ entrada $= \Sigma\ I$ salida.

$I_6 + I_7 = I_8$
11 A + 2 A = 13 A

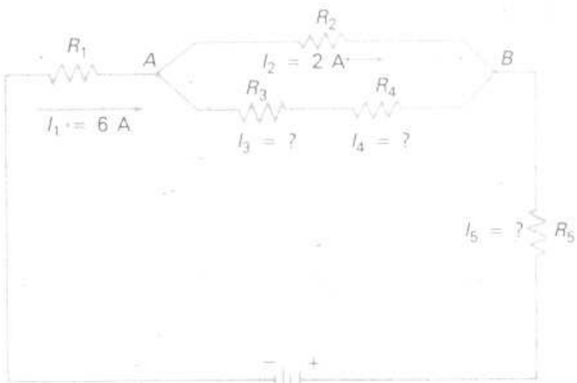
El sentido de la corriente I_8 es hacia la terminal positiva de la batería.

Como se observa $I_1 = I_8$, lo cual confirma que la cantidad de corriente eléctrica de entrada es igual a la de salida.

EJERCICIO PROPUESTO

En los siguientes circuitos eléctricos calcular el valor de las intensidades desconocidas, así como el sentido de dicha corriente.

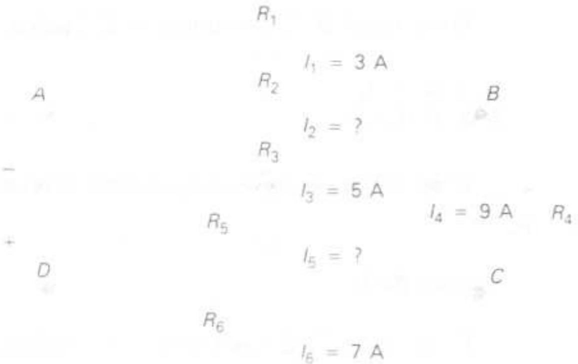
Caso 1



Respuestas:

$I_3 = I_4 = 4$ A hacia el nodo B
$I_5 = 6$ A hacia la terminal positiva de la batería

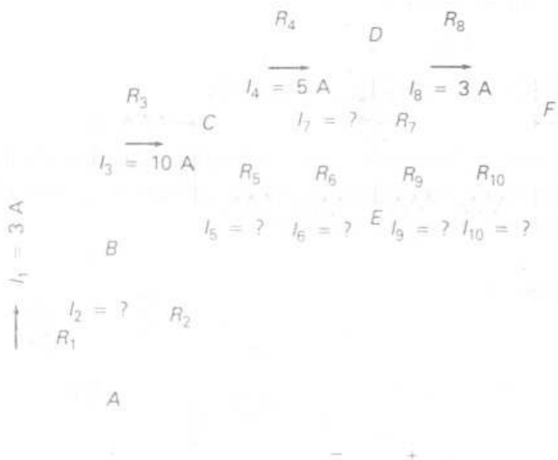
Caso 2



Respuestas:

$I_2 = 1$ A hacia el nodo *B*
$I_5 = 2$ A hacia el nodo *D*

Caso 3



Respuestas:

$I_2 = 7$ A hacia el nodo *B*
$I_5 = I_6 = 5$ A hacia el nodo *E*
$I_7 = 2$ A hacia el nodo *E*
$I_9 = I_{10} = 7$A hacia el nodo *F*

. En otras palabras,

Esta ley confirma el principio de la conservación de la energía. La energía que gana una fuente generadora de fuerza electromotriz (fem) al transformar las energías mecánica o química en eléctrica, se pierde en forma de caídas de tensión *IR*; o bien, cuando se reconvierte la energía eléctrica en mecánica al mover un motor.

En la figura 12.38 vemos dos circuitos eléctricos en los que las caídas de tensión en cada resistencia puede variar; sin embargo, al sumar éstas obtendremos un valor igual a la fem proporcionada por la batería.

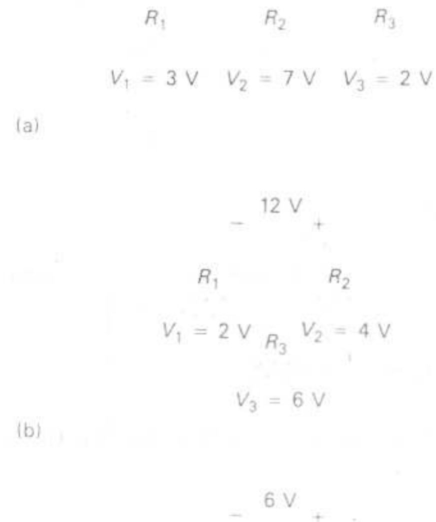


Fig. 12.38 En el circuito de la figura (a) el voltaje total suministrado por la batería es igual a la suma de las caídas de tensión en cada resistencia (12 V). En (b) como el circuito está en paralelo, R_3 tiene una caída de tensión de 6 V igual que la suma de $V_1 + V_2$ y que corresponde al valor de la fem proporcionada por la batería.

De acuerdo con la figura 12.38 (a) tenemos:

es decir:

$$12 \text{ V} = 3 \text{ V} + 7 \text{ V} + 2 \text{ V}$$

Para la figura (b), con el circuito en paralelo tenemos:

$$\Sigma \epsilon = \Sigma IR$$

es decir:

$$V_T = V_1 + V_2 = V_3$$
$$6\ V = 2\ V + 4\ V = 6\ V$$

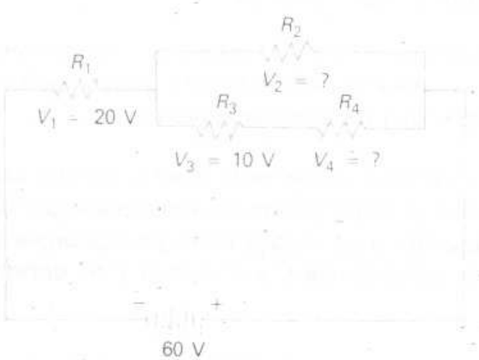
RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF

1. Calcular la caída de tensión en R_3 del siguiente circuito por medio de la Segunda Ley de Kirchhoff.

Solución:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$
$$V_3 = V_T - V_1 - V_2$$
$$V_3 = 60\ V - 15\ V - 20\ V =$$

2. Determinar la caída de tensión en R_2 y R_4 con la Segunda Ley de Kirchhoff.



Solución:

$$\Sigma \epsilon = \Sigma IR \therefore$$
$$V_T = V_1 + V_2 = V_1 + V_3 + V_4$$

Cálculo de V_2:

Como la caída de tensión en V_1 es de 20 V y el voltaje total es de 60 V resulta:

$$V_T = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_T - V_1 = 60\ V - 20\ V =$$

Cálculo de V_4:

Ya vimos que por R_2 hay una caída de tensión de 40 V, y como R_2 está en paralelo con R_3 y R_4, por estas dos últimas resistencias debe haber también una caída total de tensión de 40 V:

$$40\ V = V_3 + V_4$$
$$V_4 = 40\ V - V_3 = 40\ V - 10\ V =$$

o bien:

$$V_T = V_1 + V_3 + V_4$$
$$V_4 = V_T - V_1 - V_3$$
$$V_4 = 60\ V - 20\ V - 10\ V =$$

EJERCICIO PROPUESTO

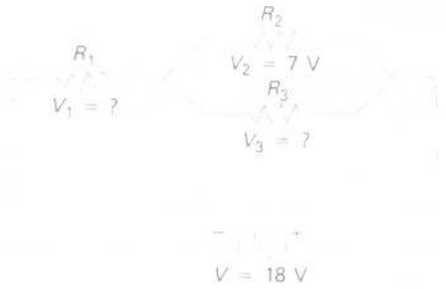
De acuerdo con la Segunda Ley de Kirchhoff, calcular en los siguientes casos las caídas de tensión que se desconocen.

Caso 1

Respuesta:

$V_1 = 2\ \text{V}$

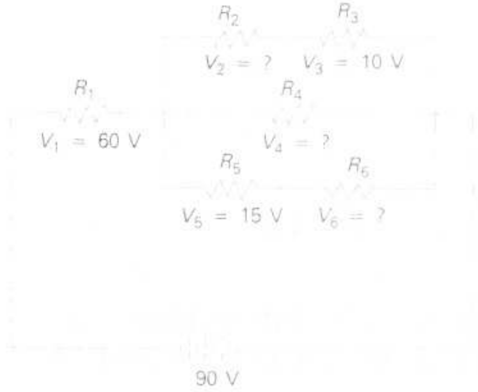
Caso 2



Respuestas:

$V_1 = 11\ \text{V}$
$V_3 = V_2 = 7\ \text{V}$

Caso 3



Respuestas:

$V_2 = 20\ \text{V}$
$V_4 = 30\ \text{V}$
$V_6 = 15\ \text{V}$

19 CAPACITORES O CONDENSADORES ELECTRICOS

Un capacitor simple, como el mostrado en la figura 12.39, consta de dos láminas metálicas separadas por un que puede ser aire, vidrio, mica, aceite o papel encerado.

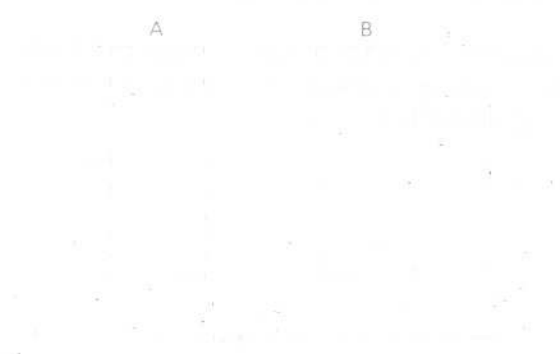


Fig. 12.39 La capacidad de almacenar carga aumenta si se acercan más las placas A y B entre sí, al incrementarse tanto el área de las placas como el voltaje de la batería.

La capacidad o capacitancia de un capacitor se mide por la cantidad de carga eléctrica que puede almacenar. Para aumentar la capacitancia se hacen las siguientes modificaciones:

Disminuir la distancia entre las placas metálicas, de tal manera que al acercarse, la placa positiva provocará que se atraigan más cargas negativas de la batería sobre la placa negativa y por supuesto más cargas positivas sobre la placa positiva.

Aumentar el área de las placas, pues mientras mayor superficie tengan, mayor será su capacidad de almacenamiento.

Aumentar el voltaje de la batería. La cantidad de carga Q que puede ser almacenada por un capacitor a un voltaje dado es proporcional a la capacitancia C y al voltaje V de donde:

Al despejar C de la fórmula anterior se obtiene la ecuación que permite definir la unidad de capacitancia:

donde: = capacitancia del capacitor en farads (F)

= carga almacenada por el capacitor en coulombs (C)

= diferencia de potencial entre las placas del capacitor en volts (V)

A la unidad de capacitancia se le ha dado el nombre de en honor de Michael Faraday (1791-1867), físico y químico inglés, pionero del estudio de la electricidad. Por definición:

:

Debido a que el farad es una unidad muy grande, en la práctica se utilizan submúltiplos de ella, como equivalente a la millonésima parte del farad y equivalente a la billonésima parte del farad.

Los capacitores utilizados en los circuitos eléctricos son de diversas clases, formas y tamaños. Uno de los más usados en los aparatos de radio o en el sistema de encendido de los automóviles es el llamado , el cual consta de dos bandas largas de laminillas de estaño separadas por una tira de papel delgado recubierto con parafina. También se empapa con parafina al conjunto formado por las laminillas de metal y el papel, esto a su vez se enrolla con otra cinta de papel con parafina y se guarda en una pequeña unidad compacta. Cada laminilla de estaño se convierte en una de las placas del capacitor y el papel realiza la función de ser un aislante o dieléctrico.

Cuando se desea calcular la capacitancia de un capacitor de placas paralelas se utiliza la siguiente expresión matemática:

donde: = capacitancia en farads (F)

= constante que depende del medio aislante y recibe el nombre de permitividad en F/m

= área de una de las placas paralelas en metros cuadrados (m^2)

= distancia entre las placas en metros (m)

La constante ϵ llamada permeabilidad eléctrica o simplemente permitividad del medio aislante, es igual al producto de la constante de permitividad en el vacío $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$, y ϵ_r, o sea, la permitividad relativa o coeficiente dieléctrico del medio aislante. Por tanto:

Los valores de la permitividad relativa o coeficiente dieléctrico (ϵ_r) de algunas sustancias aislantes están dados en el cuadro 12.1 de este libro. Finalmente, cabe señalar que las unidades de la permeabilidad eléctrica o permitividad ϵ son F/m equivalente a C^2/Nm^2 igual que las unidades de ϵ_0.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CAPACITORES O CONDENSADORES ELECTRICOS

Dos láminas cuadradas de estaño de 30 cm de lado están adheridas a las caras opuestas de una lámina de mica de 0.1 mm de espesor con una permitividad relativa ϵ_r de 5.6. ¿Cuál es el valor de la capacitancia?

Datos

$l = 30$ cm $= 0.3$ m
$d = 0.1$ mm
$\epsilon_r = 5.6$
(leído en el cuadro 12.1)
$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m

Fórmulas

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$A = l^2$$

Solución:

Cálculo del valor de la permitividad de la mica:

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

$$\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m} \times 5.6$$

$$= 49.56 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$

Cálculo del área de cualquiera de las dos placas:

$$A = \ell^2 = (0.3\ m)^2$$
$$= 0.09\ m^2 = 9 \times 10^{-2}\ m^2$$

Conversión de unidades

Como $1\ m = 1 \times 10^3\ mm$

$$0.1\ mm \times \frac{1\ m}{1 \times 10^3\ mm} = 1 \times 10^{-4}\ m$$

Sustitución y resultado

$$C = 49.56 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m} \times \frac{9 \times 10^{-2}\ m^2}{1 \times 10^{-4}\ m}$$

$$= 446 \times 10^{-10}\ F$$
$$=$$

Las placas de un capacitor tienen una separación de 5 mm en el aire. Calcular su capacitancia si cada placa rectangular mide 15 cm × 20 cm.

Datos	*Fórmula*
$d = 5\ mm$	$C = \epsilon \dfrac{A}{d}$
$A = 15\ cm \times 20\ cm$	
$\epsilon_{r\ aire} = 1$	
(leído en el cuadro 12.1)	
$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ F/m$	

Solución:

Como la permitividad relativa para el aire prácticamente puede ser considerada igual a uno, el valor de la permitividad ϵ del aire es igual a la permitividad en el vacío ϵ_0, es decir:

$$\epsilon_{aire} = \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ F/m$$

Cálculo del área de una de las placas:

$$A = 0.15\ m \times 0.2\ m$$
$$= 0.03\ m^2 = 3 \times 10^{-2}\ m^2$$

Conversión de unidades

$$5\ mm \times \frac{1\ m}{1 \times 10^3\ mm} = 5 \times 10^{-3}\ m$$

Sustitución y resultado

$$C = 8.85 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m} \times \frac{3 \times 10^{-2}\ m^2}{5 \times 10^{-3}\ m}$$

$$= 5.31 \times 10^{-11}\ F =$$

Los capacitores tienen muchos usos

Por ejemplo, en el preciso instante que se abre un circuito, con frecuencia los electrones siguen fluyendo como lo hacían inmediatamente antes de abrirlo. Esta pequeña corriente que continúa brevemente después de abrir el circuito logra atravesar el espacio entre los conductores del interruptor si no se encuentran muy separados. Debido a lo anterior, la descarga producida calienta y descarga las partes del interruptor. Existen dispositivos, como los empleados en el sistema de encendido de los automóviles, denominados platinos, los cuales se pueden abrir y cerrar varios cientos de veces por segundo, de manera que si no se impide el fenómeno antes descrito se deberían cambiar constantemente. Así pues, cuando se abre el interruptor, los electrones que podrían provocar una descarga entre los platinos de contacto cargan al capacitor, y si en éste llega a existir una diferencia de potencial muy grande, capaz de producir una pequeña chispa, las puntas están lo suficientemente separadas para no producir descarga eléctrica alguna.

Los capacitores también se utilizan en las cuales una lámpara electrónica utiliza un capacitor para almacenar la energía de una batería. Al cerrar el fotógrafo el interruptor, el capacitor se descarga por medio del foco electrónico que tiene instalado, así, se convierte en luz y calor la energía almacenada.

Conexión de capacitores en serie y en paralelo

Al igual que las resistencias eléctricas,

, se ve en la figura 12.40, con la diferencia de que las dos ecuaciones empleadas para los capacitores

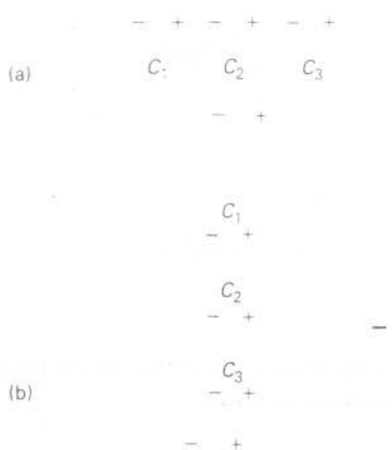


Fig. 12.40 En la figura (a) se observa una conexión en serie de capacitores al estar la placa positiva de uno unida a la negativa de otro. En (b) la conexión es en paralelo al unirse las placas positivas de los capacitores en un punto y las negativas en otro.

Las ecuaciones empleadas para calcular las capacitancias equivalentes de las conexiones en serie y en paralelo son:

En serie:

En paralelo:

Es importante señalar lo siguiente: Al conectar los capacitores

y, además, el valor de

En una conexión

el valor de

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CONEXION DE CAPACITORES

Tres capacitores de 3, 6 y 8 pF se conectan primero en serie y luego en paralelo. Calcular la capacitancia equivalente en cada caso.

Solución:

Conexión en serie:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$$

$$= 0.333 + 0.166 + 0.125$$

$$\frac{1}{C_e} = 0.624$$

$$C_e = \frac{1}{0.624} =$$

Conexión en paralelo:

$$C_e = 3 + 6 + 8 =$$

Tres capacitores de 2, 7 y 12 pF se conectan en serie a una batería de 30 V. Calcular:

a) La capacitancia equivalente de la combinación.
b) La carga depositada en cada capacitor.
c) La diferencia de potencial en cada capacitor.

Solución:

$$\text{a) } \frac{1}{C_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{12}$$

$$= 0.5 + 0.143 + 0.083$$

$$= 0.726$$

$$C_e = \frac{1}{0.726} =$$

b) Como la conexión es en serie, la carga depositada en cada capacitor es la misma y equivale a:

$$Q = CV = 1.38 \times 10^{-12}\ F \times 30\ V$$
$$=$$

c) La diferencia de potencial en cada capacitor será de:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{41.4 \times 10^{-12}\ C}{2 \times 10^{-12}\ F} =$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{41.4 \times 10^{-12}\ C}{7 \times 10^{-12}\ F} =$$

$$V_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{41.4 \times 10^{-12}\ C}{12 \times 10^{-12}\ F} =$$

El voltaje total suministrado V es igual a la suma de $V_1 + V_2 + V_3$:

$$V = 20.7\ V + 5.9\ V + 3.4\ V =$$

Un capacitor cuyo valor es de 40 μF se conecta a una diferencia de potencial de 120 V. Expresar la carga almacenada en coulombs y a cuántos electrones equivale:

Datos	*Fórmula*
$C = 40\ \mu F$	$Q = CV$
$V = 120\ V$	

Sustitución y resultado

$$Q = 40 \times 10^{-6}\ F \times 120\ V$$
$$= 4800 \times 10^{-6}\ \text{coulombs}$$
$$= 4.8 \times 10^{-3}\ C$$

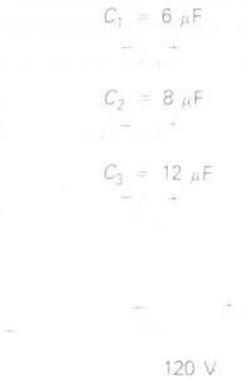
Conversión de unidades

$$4.8 \times 10^{-3}\ C \times \frac{6.24 \times 10^{18}\ \text{electrones}}{1\ C}$$

$$Q =$$

4. De acuerdo con la conexión de capacitores mostrados en la figura, calcular:

a) La capacitancia equivalente de la combinación.
b) La diferencia de potencial en cada capacitor.
c) La carga depositada en cada capacitor.
d) La carga total almacenada por los capacitores.



Solución:

a) Como la conexión es en paralelo la capacitancia equivalente será:

$$C_e = 6 + 8 + 12 =$$

b)

c) La carga depositada en cada capacitor equivale a:

$$Q_1 = VC_1 = 120\ V \times 6 \times 10^{-6}\ F$$
$$=$$

$$Q_2 = VC_2 = 120\ V \times 8 \times 10^{-6}\ F$$
$$=$$

$$Q_3 = VC_3 = 120\ V \times 12 \times 10^{-6}\ F$$
$$=$$

d) La carga total almacenada por los tres capacitores es:

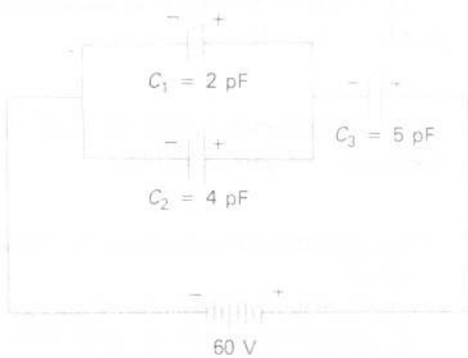
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$Q = (720 + 960 + 1440) \times 10^{-6}\ C$$
$$= 3120 \times 10^{-6}\ C = 3.12 \times 10^{-3}\ C$$
$$=$$

Nota: Esta cantidad de carga será la misma que obtendremos al multiplicar la capacitancia equivalente por el voltaje que suministra la batería:

$$
\begin{aligned}
Q &= C_e V = 26 \times 10^{-6}\ \text{F} \times 120\ \text{V} \\
&= 3120 \times 10^{-6}\ \text{C} \\
&= 3.12\ \text{mC}
\end{aligned}
$$

5. De acuerdo con el siguiente arreglo de capacitores mostrados en la figura, calcular:

a) La capacitancia equivalente del circuito en paralelo.
b) La capacitancia total equivalente del circuito.
c) El voltaje existente en cada capacitor.

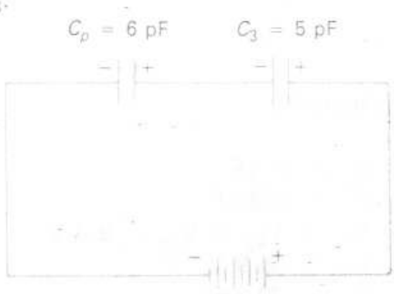


Solución:

a) La capacitancia equivalente del circuito en paralelo es:

$$C_P = C_1 + C_2 = 2 + 4 = 6\ \text{pF}$$

b) La capacitancia total del circuito la calculamos considerando el valor de la capacitancia equivalente del circuito en paralelo (C_p) como una conexión en serie con el capacitor C_3.



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{6} + \frac{1}{5} = 0.166 + 0.2 = 0.366$$

$$C_T = \frac{1}{0.366} = 2.73\ \text{pF}$$

c) Como nuestro arreglo de capacitores se ha reducido a un circuito de dos capacitores conectados en serie, la carga depositada en cada uno de ellos es la misma y equivale a:

$$
\begin{aligned}
Q &= C_T V = 2.73 \times 10^{-12}\ \text{F} \times 60\ \text{V} \\
&= 163.8 \times 10^{-12}\ \text{C}
\end{aligned}
$$

Para calcular la diferencia de potencial en cada capacitor, tenemos que en C_1 y C_2 será el mismo valor por estar en paralelo y equivale a:

$$V_P = \frac{Q}{C_P} = \frac{163.8 \times 10^{-12}\ \text{C}}{6 \times 10^{-12}\ \text{F}} =$$

En el capacitor C_3 el voltaje es:

$$V_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{163.8 \times 10^{-12}\ \text{C}}{5 \times 10^{-12}\ \text{F}} =$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una batería de 90 volts se conecta a un capacitor de 20 μF. Calcular:

a) ¿Cuál es el valor de la carga depositada en cada placa?
b) ¿A cuántos electrones equivale dicha carga?

Respuestas:

a) $Q = 1.8 \times 10^{-3}$ C
b) $Q = 11.2 \times 10^{15}$ electrones

2. Dos hojas de papel de estaño, cuyas dimensiones son 30 cm × 40 cm, están adheridas a las caras opuestas de una placa de vidrio de 0.5 mm de espesor con una permitividad relativa de 4.7. Calcular su capacitancia.

Respuesta:

$C = 10 \times 10^{-9}$ F $= 0.01\ \mu$F

Las placas de un capacitor tienen una separación de 4 mm en el aire. ¿Cuál es su capacitancia si el área de cada placa es de $0.15\ m^2$?

Respuesta:

$C = 0.33 \times 10^{-9}\ F = 330\ pF$

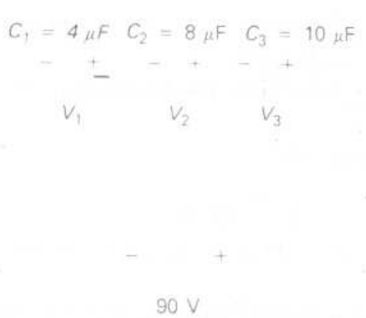
Dos capacitores de 7 y 9 pF se conectan: a) primero en serie y b) después en paralelo. Calcular la capacitancia equivalente en cada caso.

Respuestas:

C_T en serie $= 3.9\ F$
C_T en paralelo $= 16\ pF$

De acuerdo con la conexión de los tres capacitores mostrados en la figura, calcular:

a) La capacitancia equivalente de la combinación.
b) La carga almacenada en cada capacitor.
c) La diferencia de potencial en cada capacitor.



Respuestas:

a) $C_e = 2.1\ \mu F$
b) $Q = 189 \times 10^{-6}\ C$
c) $V_1 = 47.3\ V$
$V_2 = 23.7\ V$
$V_3 = 19.0\ V$

Dos capacitores de 20 y 30 pF se conectan en paralelo a una diferencia de potencial de 60 volts. Calcular:

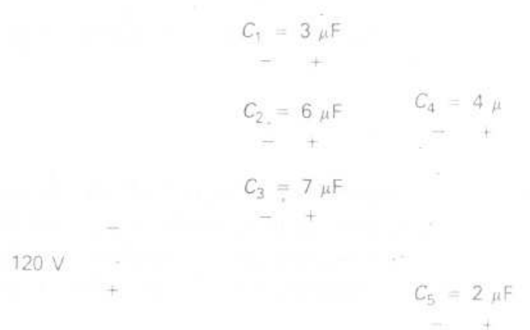
a) La capacitancia equivalente de la combinación.
b) El voltaje en cada capacitor.
c) La carga depositada.
d) La carga total que almacenan los capacitores.

Respuestas:

a) $C_e = 50\ pF$
b) 60 volts en cada capacitor
c) $Q = 1.2 \times 10^{-9}\ C$ en el capacitor de 20 pF
$Q = 1.8 \times 10^{-9}\ C$ en el capacitor de 30 pF
d) $Q_T = 3 \times 10^{-9}\ C$

Según el siguiente arreglo de capacitores mostrados en la figura, calcular:

a) La capacitancia equivalente del circuito en paralelo.
b) La capacitancia total equivalente del circuito.
c) El voltaje que existe en cada capacitor.



Respuestas:

a) $C_P = 16\ \mu F$
b) $C_e = 1.23\ \mu F$
c) $V_{C_1} = V_{C_2} = V_{C_3} = 9.3\ V$
$V_{C_4} = 36.9\ V$
$V_{C_5} = 73.8\ V$

CARGA ELECTRICA

Objetivo: Cargar eléctricamente a un cuerpo con los dos tipos de carga (positiva y negativa), y observar los efectos de atracción y repulsión entre cuerpos cargados.

Consideraciones teóricas

Toda la materia se compone de átomos y éstos de partículas elementales como son los electrones, protones y neutrones. Los electrones y los protones tienen una propiedad llamada carga eléctrica, los neutrones son eléctricamente neutros porque carecen de carga. Los electrones tienen una carga negativa, mientras que los protones presentan una carga positiva. El átomo está constituido por un núcleo en el cual se encuentran los protones y los neutrones, alrededor de éste giran los electrones. Un átomo normal es neutro, pues tiene el mismo número de protones que de electrones. Sin embargo, un átomo puede ganar electrones y quedar con carga negativa, o bien, puede perderlos y tener carga positiva. La carga de un protón neutraliza la de un electrón. Un principio esencial de la electricidad es que cargas del mismo signo se repelen y cargas de signo contrario se atraen. Los cuerpos se cargan eléctricamente por frotamiento, contacto e inducción.

Un péndulo eléctrico consiste de una esferilla de médula de sauco sostenida por un soporte con un hilo de seda aislante. El electroscopio es un aparato que permite detectar si un cuerpo está o no cargado eléctricamente y también identifica el signo de la carga, ésta puede ser vítrea o positiva, o resinosa o negativa. Consta de un recipiente de vidrio y un tapón aislador, atravesado por una varilla metálica rematada en su parte superior por una esferilla también metálica; en su parte inferior tiene dos laminillas que pueden ser de oro, aluminio, estaño o de láminas finas de cualquier otro metal.

Material empleado

Un péndulo eléctrico, un electroscopio, una barra de vidrio, una barra de plástico, tela de seda y tela de lana.

Desarrollo de la actividad experimental

Frote vigorosamente la barra de vidrio, o un tubo de ensayo, con la tela de seda; ya electrizada la barra acérquela a la esfera de médula de sauco, observe cómo es atraída y después de estar en contacto con la barra de vidrio cómo es rechazada (figura 12.41).

Nota: Un péndulo eléctrico puede ser construido con una esfera de unicel de uno a dos cm de diámetro; con una aguja atravesar la esfera y colocar el hilo de seda, el cual se suspenderá de un soporte.

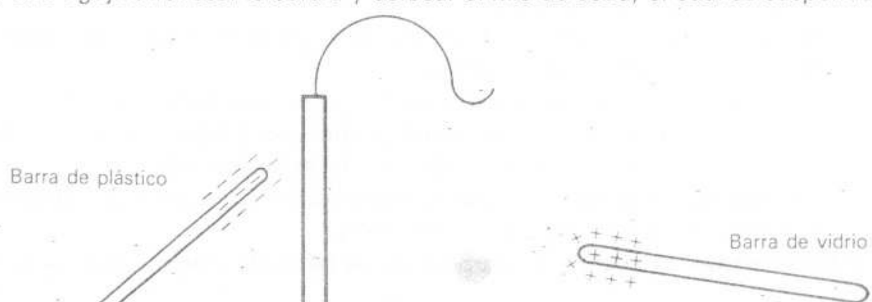


Fig. 12.41 Péndulo eléctrico.

Frote ahora la barra de plástico, o una regla del mismo material, con la tela de lana; ya electrizada la barra acérquela a la esfera, observe cómo es atraída y cómo es rechazada después de estar en contacto con la barra de plástico.

Acerque a la esferilla del electroscopio la barra de vidrio previamente cargada y observe qué sucede con las laminillas que tiene en su parte inferior.

Descargue el electroscopio tocándolo con la mano y repita la operación del punto 3, pero ahora con la barra de plástico. Observe qué sucede con las laminillas.

Repita la operación del punto 3, pero después, sin descargar el electroscopio, acerque la barra de plástico. ¿Qué les sucede a las laminillas?

Nota: Un electroscopio se puede hacer con un frasco de vidrio con tapa de plástico; atravesar la tapa con un clavo grande y en su punta enredar papel aluminio o estaño, recortar de tal manera que queden dos laminillas con flexibilidad suficiente (figura 12.42).

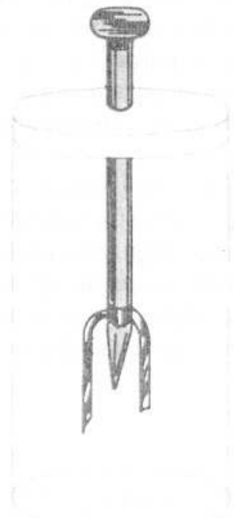


Fig. 12.42 Electroscopio construido con un clavo y laminillas de aluminio.

Cuestionario

1. ¿Qué se observa al acercar la barra de vidrio cargada eléctricamente al péndulo eléctrico? ¿Por qué después de estar en contacto es rechazada la esfera?
2. ¿Cómo explica que la barra de plástico atrajo a la esfera rechazada por la barra de vidrio?
3. ¿Qué significa que un cuerpo no tenga carga eléctrica?
4. ¿Qué tipo de carga eléctrica adquiere el vidrio y qué tipo el plástico al ser frotados?
5. Explique en qué consiste la carga eléctrica por frotamiento, contacto e inducción, y diga en su experimento en qué momento se cargó un cuerpo por cada una de estas formas.
6. ¿Qué le sucedió al electroscopio descargado, cuando le acercó la barra de vidrio previamente cargada?
7. ¿Por qué se descarga el electroscopio al tocarlo con la mano?
8. ¿Qué les sucede a las laminillas que estaban cargadas por la barra de vidrio al acercarles la barra de plástico cargadas?
9. Explique con sus propias palabras, qué significa que un cuerpo tenga carga eléctrica negativa y qué significa que tenga carga positiva.

USO DEL MULTIMETRO

Objetivo: Aprender a medir resistencias, voltajes e intensidades de corriente eléctrica con un multímetro.

Consideraciones teóricas

Cuando se requiere medir el valor de una resistencia eléctrica en ohms se utiliza un aparato llamado Ohmiómetro; para medir voltajes o diferencias de potencial se emplea el voltímetro; y para medir la intensidad de las corrientes eléctricas se usa el amperímetro. Sin embargo, cuando un solo aparato sirve para medir resistencia, voltaje y corriente eléctrica, recibe el nombre de multímetro. Uno muy usado es el Triplett, modelo 630 tipo 3 de la Corp. Bluffton, Ohio, USA; éste se muestra con sus elementos en la figura 12.43.

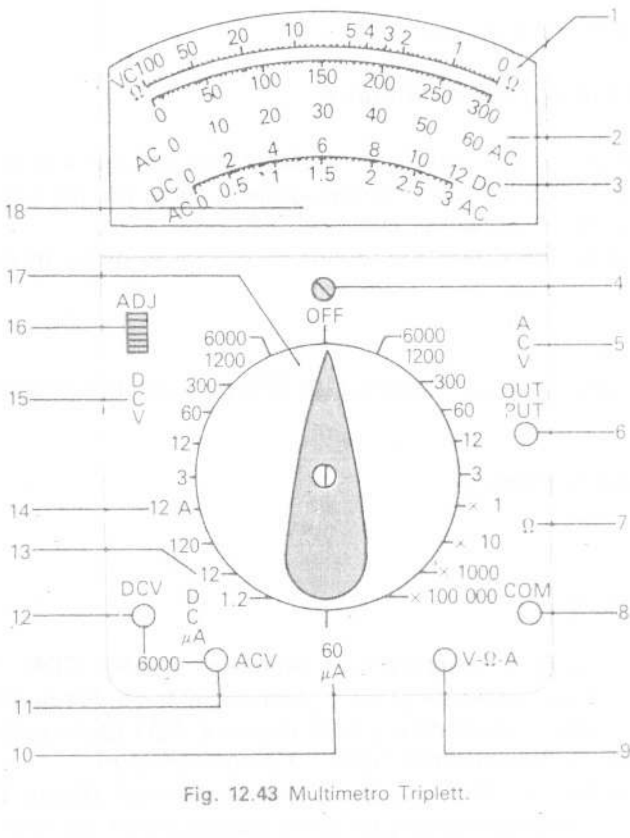


Fig. 12.43 Multimetro Triplett.

Los elementos que constituyen al multímetro de la figura 12.43 son:

1. Escala para leer valores de resistencias en ohms (Ω).
2. Escalas para hacer lecturas de corriente directa (DC) y corriente alterna (AC).

3. Escala para leer voltajes en un rango de 0 a 3 V de corriente alterna.
4. Tornillo para ajustar la aguja indicadora del multímetro en la posición cero.
5. Distintas posiciones que puede tener el selector para medir voltajes de 0 a 6000 V en corriente alterna (ACV).
6. Terminal para medir valores de salida en volts (punta de prueba color rojo).
7. Distintas posiciones que puede tener el selector y valores por los cuales debe multiplicarse la lectura hecha en la escala con el propósito de leer resistencias medidas en ohms.
8. Terminal de tierra (punta de prueba color negro).
9. Terminal para medir volts, ohms y amperes (punta de prueba color rojo).
10. Posición del selector para medir microamperes (μA).
11. Terminal para medir hasta 6000 volts en corriente alterna (punta de prueba color rojo).
12. Terminal para medir hasta 6000 volts en corriente directa (punta de prueba color rojo).
13. Distintas posiciones del selector para medir miliamperes (mA) en un rango de 0 a 120 mA en corriente directa.
14. Posición del selector para medir hasta 12 amperes.
15. Distintas posiciones del selector para medir voltajes de 0 a 6000 V en corriente directa (DCV).
16. Perilla para ajustar la aguja indicadora del multímetro en la posición cero en la escala a fin de leer valores de resistencias en ohms.
17. Selector.
18. Aguja indicadora de las diferentes escalas.

Recomendaciones para el manejo del multímetro

Cuando el multímetro no esté en uso, o vaya a ser trasladado de un lugar a otro, el selector debe estar en la posición off de apagado. Ello evitará el desajuste de la aguja por las vibraciones que sufre.
Apagar la fuente de voltaje antes de realizar cualquier medición.
Colocar el selector en la escala correcta, de acuerdo con lo que se desea medir.

Material empleado

Un multímetro Triplett, tres o cuatro resistencias de varios valores, dos o tres pilas nuevas y un interruptor de corriente.

Desarrollo de la actividad experimental

PRIMERA PARTE

MEDICION DE RESISTENCIAS

Inserte los extremos de los cables de prueba en los terminales V-Ω-A y COM⁻ del multimetro.
Ponga en corto las puntas de los cables de prueba, para ello una las dos puntas entre sí.
Ajuste la aguja indicadora a cero, moviendo la perilla que dice ADJ (descripción 16 del multímetro).
Coloque el selector en el rango deseado (descripción 7 del multímetro).
Coloque las puntas en los extremos de la resistencia que desea medir (figura 12.44).
Efectúe la lectura en ohms en la escala correspondiente (descripción 1 del multímetro), y multiplique el valor de la lectura por el factor marcado en la posición en que se colocó el selector.
Mida varias resistencias una por una y con base en su valor haga conexiones de ellas en serie y en paralelo. Compare el valor medido en el multímetro con el valor calculado por usted, para ello aplique las fórmulas respectivas vistas en el libro (unidad 12, sección 16: Circuitos eléctricos y conexión de resistencias en serie, paralelo y mixtas).

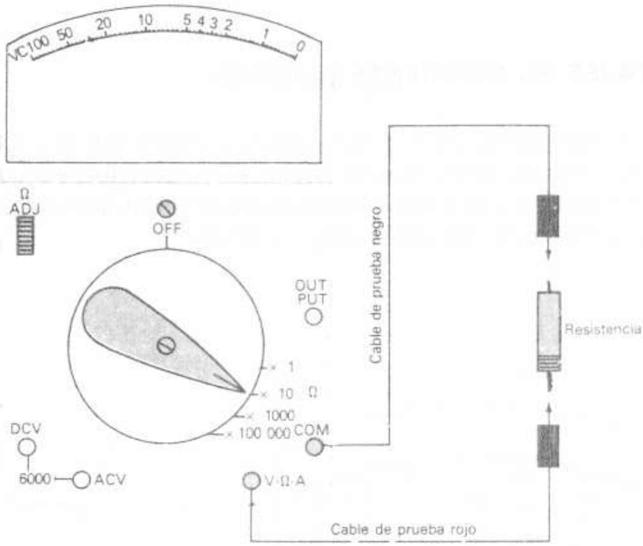


Fig. 12.44 Medición de resistencias.

SEGUNDA PARTE

MEDICION DE VOLTAJES EN CORRIENTE DIRECTA

Inserte los extremos de los cables de prueba en las terminales V-Ω-A y COM⁻ del multímetro.
Coloque el selector en el rango deseado para medir DCV (descripción 15 del multímetro).
Coloque las puntas de prueba en los polos de la pila a la cual le desea medir el voltaje (figura 12.45).
Conecte dos o tres pilas en serie y luego en paralelo, en cada caso determine el voltaje con el multímetro.

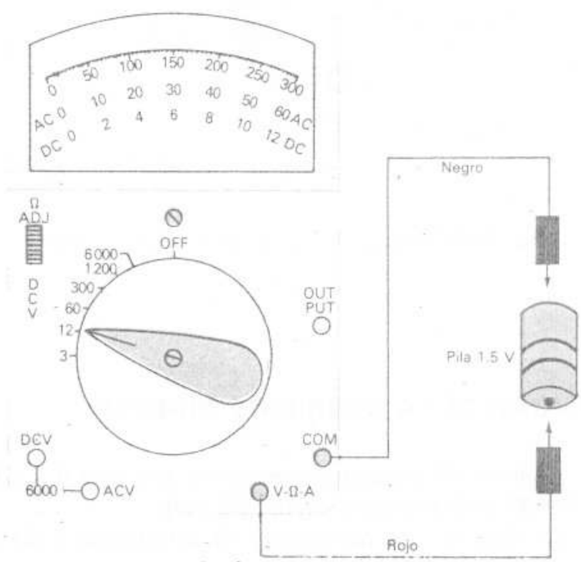


Fig. 12.45 Medición del voltaje de una pila.

TERCERA PARTE

MEDICION DE VOLTAJES EN CORRIENTE ALTERNA

Inserte los extremos de los cables de prueba en las terminales V-Ω-A y COM del multímetro.
Coloque el selector en el rango deseado para medir ACV (descripción 5 del multímetro).
Coloque las puntas de prueba a una fuente de voltaje de corriente alterna (con las que cuente el laboratorio escolar) y haga la medición del voltaje (figura 12.46).

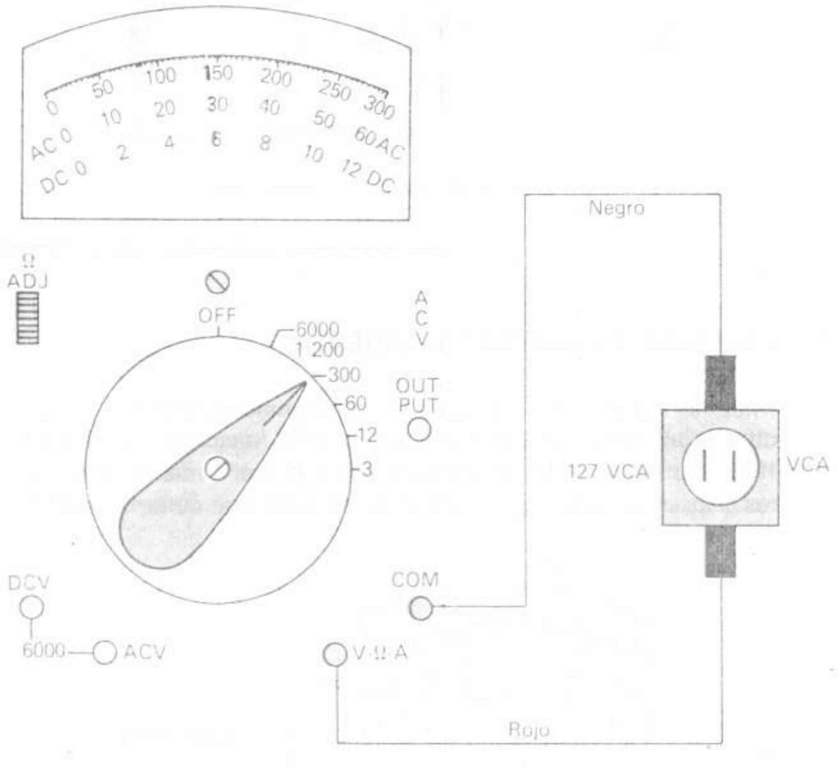


Fig. 12.46 Medición de voltajes en corriente alterna.

CUARTA PARTE

MEDICION DE LA INTENSIDAD DE LA CORRIENTE DIRECTA

Inserte los extremos de los cables de prueba en las terminales V-Ω-A y COM del multímetro.
Coloque el selector en el rango deseado para medir DC mA.
Monte un circuito simple con una pila, una resistencia, un interruptor y el multímetro como se muestra en la figura 12.47.
Haga la lectura en el multímetro de la intensidad de la corriente que circula por el circuito.

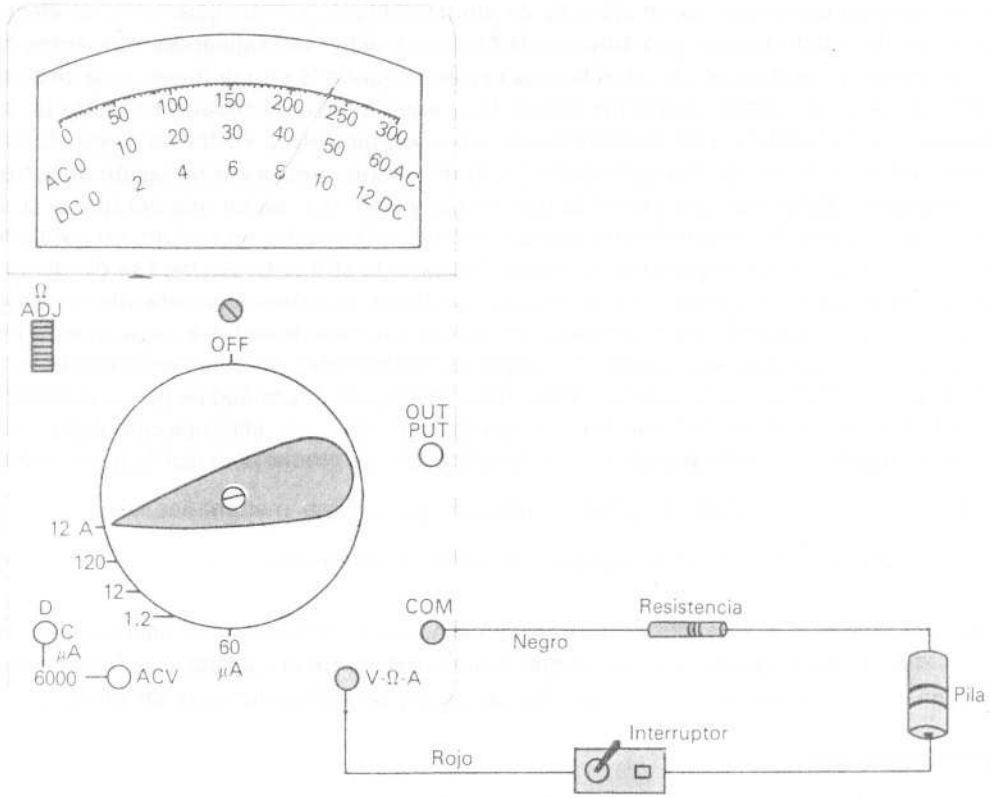


Fig. 12.47 Medición de la intensidad de la corriente eléctrica en un circuito simple.

Nota: Observe en la figura 12.47 que para medir corrientes la conexión del multímetro es en serie con el circuito.

Cuestionario

1. Explique cómo se ajusta la aguja indicadora del multímetro para hacer lecturas del valor de una resistencia.
2. Diga qué precaución se debe tener con el multímetro antes de trasladarlo de un lugar a otro.
3. ¿Cómo se conecta el multímetro con el circuito eléctrico al medir intensidades de corriente?
4. ¿Cómo se conecta el multímetro con el circuito eléctrico para medir voltajes?

LEY DE OHM

Objetivo: Demostrar experimentalmente la Ley de Ohm, al medir diferentes voltajes e intensidades de corriente para una misma resistencia eléctrica.

Consideraciones teóricas

Un circuito eléctrico es un sistema a través del cual la corriente fluye por un alambre conductor en una trayectoria completa debido a una diferencia de potencial o voltaje. Un foco conectado a una pila por me-

dio de un alambre conductor es un ejemplo de circuito simple. En cualquier circuito eléctrico por donde se desplacen los electrones en una trayectoria cerrada existen los siguientes elementos fundamentales: voltaje, corriente y resistencia. Un circuito está cerrado cuando la corriente eléctrica circula en todo el sistema y estará abierto cuando no circule por él. Para abrir o cerrar el circuito se utiliza un interruptor. Los circuitos eléctricos pueden estar conectados en serie, en paralelo o en forma mixta. Cuando un circuito se conecta en serie todos los elementos conductores se unen uno a continuación del otro, debido a ello toda la corriente eléctrica circula por cada uno de los elementos, de tal manera que si se abre el circuito en cualquier parte se interrumpe totalmente la corriente. Al conectar un circuito en paralelo los elementos conductores se encuentran separados en varios ramales y la corriente eléctrica se divide en forma paralela en cada uno de ellos; así al abrir el circuito en cualquier parte, la corriente no será interrumpida en los demás.

El físico alemán George S. Ohm demostró mediante sus experimentos lo siguiente: si aumenta la diferencia de potencial o voltaje en un circuito, mayor es la intensidad de la corriente eléctrica. También comprobó que al aumentar la resistencia del conductor disminuye la intensidad de la corriente eléctrica. Enunció la siguiente ley que lleva su nombre: La intensidad de la corriente eléctrica que pasa por un conductor en un circuito es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicado a sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia del conductor. Su expresión matemática es: $I = \frac{V}{R}$; de donde: $R = \frac{V}{I}$. La Ley de Ohm presenta algunas limitaciones como son:

a) Se puede aplicar a los metales pero no al carbón o a los materiales utilizados en los transistores.
b) En virtud de que la resistencia cambia con la temperatura, debe cuidarse este fenómeno al aplicar la ley.
c) Algunas aleaciones conducen mejor las cargas en una dirección que en otras.

Material empleado

Dos multimetros, o bien, un voltimetro y un amperímetro, cuatro pilas nuevas de 1.5 volts cada una, un interruptor, una resistencia cuyo valor esté comprendido entre 300 y 400 Ω, cables para conexión y cinta adhesiva.

Desarrollo de la actividad experimental

Monte un circuito eléctrico como el mostrado en la figura 12.48. Observe que el multimetro al funcionar como amperímetro se conecta en serie con el circuito, y el multimetro al funcionar como voltimetro se conecta en paralelo con el circuito. Escoja una resistencia cuyo valor esté comprendido entre 300 y 400 Ω. Tenga cuidado de colocar en forma correcta el selector de los multimetros según se requiere (si tiene dudas repase la actividad experimental 18).

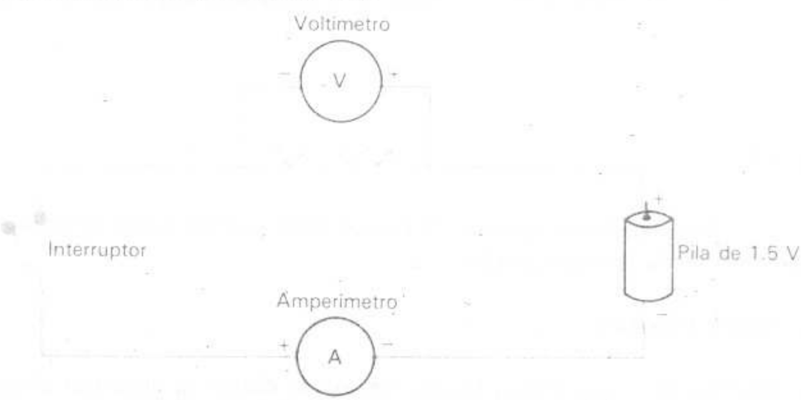


Fig. 12.48 Circuito eléctrico simple.

2. Cierre el circuito y haga su lectura del voltaje real suministrado por la pila al circuito, y de la intensidad de corriente que circula en él expresada en amperes. Copie el cuadro 12.4 y anote los valores obtenidos.
3. Abra el circuito por medio del interruptor y con el mismo circuito montado, varíe únicamente el voltaje aumentándolo a tres volts. Para ello, una en serie dos pilas de 1.5 volts. Cierre el circuito y lea el voltaje real que suministran las pilas al circuito y la intensidad de la corriente, esta última recuerde expresarla en amperes. Anote los valores en el cuadro 12.4.
4. Repita el paso 3 pero aumente el voltaje a 4.5 volts y después a 6 volts, mediante tres y cuatro pilas de 1.5 volts conectadas en serie, respectivamente. En cada caso anote los valores del voltaje real e intensidad de corriente en amperes en el cuadro 12.4.

Cuadro 12.4 VOLTAJES E INTENSIDADES (DATOS EXPERIMENTALES)

Voltaje real V en volts	Intensidad de la corriente I en amperes

Cuestionario

1. Con los datos del cuadro 12.4 grafique el voltaje en función de la intensidad de la corriente expresada en amperes. Una los puntos y determine el valor de la pendiente.
2. ¿Qué significado físico tiene la pendiente de la recta obtenida?
3. Al comparar el resultado del valor de la pendiente obtenida en la gráfica con el valor de la resistencia usada en el experimento, explique si ellos son iguales o no y por qué.
4. Escriba la definición de volt, ampere y ohm.
5. ¿Se comprobó la Ley de Ohm en el experimento? Explique.
6. Enuncie con sus propias palabras la Ley de Ohm.

RESUMEN

La *electricidad* es una de las manifestaciones de la energía; para su estudio se ha dividido en varias partes que son: *Electrostática*, se encarga del estudio de las cargas eléctricas en reposo. *Electrodinámica*, estudia las cargas eléctricas en movimiento. *Electromagnetismo*, estudia la relación entre las corrientes eléctricas y el campo magnético.

La palabra electricidad proviene del vocablo griego *elektron* que significa ámbar, el cual es una *resina fósil*. Tales de Mileto descubrió en el 600 a.C. que al frotar el ámbar con una piel de gato podía atraer algunos cuerpos ligeros como polvo, cabello o paja. El físico alemán Otto de Guericke (1602-1686) inventó la primera máquina eléctrica que al girar producía chispas eléctricas. El holandés Pieter Van Musschenbroek (1692-1761) descubrió la condensación eléctrica por medio de la botella de Leyden. El norteamericano Benjamin Franklin (1706-1790) inventó el pararrayos. El científico francés Charles Coulomb (1736-1806) estudió las leyes de atracción y repulsión eléctrica, al medir la fuerza entre los cuerpos cargados eléctricamente. El físico italiano Alessandro Volta (1745-1827) construyó la primera pila eléctrica del mundo. El físico alemán Georg Ohm (1789-1854) describió la resistencia eléctrica de un conductor y enunció la ley que lleva su nombre. El físico y químico inglés Michael Faraday (1791-1867) descubrió la manera de emplear un imán para generar una corriente eléctrica e inventó el generador eléctrico. El físico inglés James Joule (1818-1889) estudió los fenómenos producidos por las corrientes eléctricas y el calor desprendido en los circuitos eléctricos.

Otros investigadores que contribuyeron notablemente al desarrollo de la electricidad son, entre otros: el estadounidense Joseph Henry (1797-1878), quien construyó el primer electroimán; el ruso Heinrich Lenz (1804-1865) enunció la ley relativa al sentido de la corriente inducida; el escocés James Maxwell (1831-1879) propuso la Teoría Electromagnética de la Luz y las ecuaciones generales del campo electromagnético; el yugoslavo Nikola Tesla (1856-1943) inventó el motor asincrónico y estudió las corrientes polifásicas, y el inglés Joseph Thomson (1856-1940) investigó la estructura de la materia y de los electrones.

En los últimos sesenta años la electricidad ha evolucionado intensamente, pues presenta muchas ventajas sobre otras clases de energía. En los países desarrollados existen en la actualidad varios medios de producir energía eléctrica, como son: centrales hidroeléctricas, termoeléctricas y nucleoeléctricas.

Toda la materia se compone de átomos, los cuales están constituidos por un núcleo en el que se encuentran protones y neutrones; alrededor del núcleo giran los electrones. Un átomo normal es neutro porque tiene el mismo número de protones o cargas positivas que de electrones o cargas negativas. Sin embargo, un átomo puede ganar electrones y quedar con carga negativa o bien, puede perder electrones y quedar con carga positiva.

Un principio fundamental de la electricidad es que cargas del mismo signo se repelen y de signo contrario se atraen. A la electricidad adquirida por una barra de vidrio se le nombra positiva o vítrea y a la de una barra de plástico, negativa o resinosa.

7. Los cuerpos se pueden electrizar por frotamiento, contacto e inducción. Un electroscopio es un aparato que permite detectar si un cuerpo está electrizado o no. Faraday demostró que cuando un cuerpo está cargado eléctricamente, las cargas se acumulan siempre en su superficie. Por tanto, en un conductor hueco éstas se distribuyen sólo en la superficie exterior.
8. Los materiales *conductores de la electricidad* son aquellos que se electrizan en toda su superficie. Los materiales *aislantes*, también llamados *dieléctricos*, sólo se electrizan en los puntos en contacto con un cuerpo cargado; o bien, en la parte en que fue frotado. Ejemplos de materiales aislantes son: madera, vidrio, caucho, resinas, plásticos, porcelana, seda, mica y papel. Como conductores tenemos a todos los metales, soluciones de ácidos, bases, sales disueltas en agua y el cuerpo humano. La unidad elemental para medir carga eléctrica es el electrón, pero como es una unidad muy pequeña se utilizan unidades prácticas de acuerdo con el sistema de unidades empleado. En el Sistema Internacional (SI) se utiliza el coulomb (C) y en el Sistema CGS se utiliza la unidad electrostática de carga (ues) o estatcoulomb. La equivalencia entre estas unidades es la siguiente: 1 coulomb = 6.24×10^{18} electrones; 1 ues = 2.08×10^{9} electrones. 1 C = 3×10^{9} ues; 1 electrón = -1.6×10^{-19} C; 1 protón = 1.6×10^{-19} C.
9. La Ley de Coulomb que rige las fuerzas entre las cargas eléctricas se enuncia de la manera siguiente: la fuerza eléctrica, ya sea de atracción o repulsión, entre dos cargas puntuales q_1 y q_2 es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r existente entre ellas. Matemáticamente esta ley se representa por:

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

10. La Ley de Coulomb es válida cuando las cargas se encuentran en el vacío, o en forma bastante aproximada si están en el aire; pero, si entre las cargas hay un medio aislante, se observará que la fuerza eléctrica disminuye. La relación existente entre la fuerza eléctrica F entre dos cargas en el vacío y la fuerza eléctrica F' de estas mismas cargas sumergidas en algún medio o sustancia aislante, recibe el nombre de permitividad relativa o coeficiente dieléctrico ϵ_r de dicho medio. Por tanto:

$$\epsilon_r = \frac{F}{F'}$$

11. Una carga eléctrica se encuentra siempre rodeada por un campo eléctrico y su fuerza se manifiesta sobre cualquier carga eléctrica cercana a su zona de influencia. Si la carga es positiva las líneas de fuerza salen radialmente de la carga, mientras en una negativa llegan de manera radial a ella.
12. Para estudiar cómo es la intensidad del campo eléctrico de una carga, se utiliza una carga de prueba, de valor pequeño y positiva por convención. La intensidad del caampo eléctrico en un punto en particular, es igual a

la relación existente entre la fuerza $\vec{F}$ que recibe la carga de prueba q y el valor de ésta. Por tanto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

13. Como se observa, la intensidad del campo eléctrico es una magnitud vectorial. Su valor no es constante, sino que disminuye a medida que aumenta la distancia de la carga. Sin embargo, el valor de $\vec{E}$ es el mismo para todos los puntos que estén a igual distancia del centro de una carga. Para calcular la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ a una determinada distancia r de una carga q se utiliza la expresión:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}$$

14. Toda carga eléctrica posee una energía potencial eléctrica debido a su capacidad para realizar trabajo sobre otras cargas. Cuando una carga es positiva se dice que tiene un potencial positivo, si la carga es negativa su potencial es negativo. Por definición, el potencial eléctrico V en cualquier punto de un campo eléctrico es igual al trabajo T requerido para transportar a la unidad de carga positiva q, desde un potencial cero hasta el punto considerado. Por tanto:

$$V = \frac{T}{q}$$

15. El potencial eléctrico también se define como la energía potencial Ep que posee la unidad de carga eléctrica positiva q en el punto considerado, donde:

$$V = \frac{Ep}{q}$$

16. El valor del potencial eléctrico V en un punto cualquiera de una carga q se determina con la expresión:

$$V = \frac{kq}{r}$$

17. El potencial eléctrico V de una carga q es el mismo en todos los puntos que se encuentren a la misma distancia de su centro. Por tanto, si se unen imaginariamente a todos los puntos de igual potencial eléctrico, tendremos una superficie equipotencial.

18. La diferencia de potencial entre dos puntos A y B cualesquiera es igual al trabajo por unidad de carga positiva que realizan fuerzas eléctricas al mover una carga de prueba desde el punto A al B, donde:

$$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q}$$

19. La diferencia de potencial también recibe los nombres de voltaje y tensión, además es una magnitud escalar como lo es el potencial eléctrico. Un campo eléctrico uniforme se tiene cuando éste es constante en magnitud y dirección. Tal es el caso del campo formado por dos placas metálicas planas y paralelas con cargas de igual magnitud, pero de signo contrario. La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un campo uniforme es igual a:

$$V = \vec{E}d \therefore \vec{E} = \frac{V}{d}$$

20. Esta última expresión nos señala que la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$, en un lugar determinado, se calcula con la relación existente entre la diferencia de potencial y la distancia al punto considerado.
21. La *electrodinámica* estudia las cargas eléctricas en movimiento dentro de un conductor. La corriente eléctrica es un movimiento o flujo de electrones a través de un conductor. El sentido de la corriente es del polo o terminal negativo al polo positivo. No obstante, cabe señalar que el sentido convencional de la corriente va de positivo a negativo.
22. La corriente eléctrica se transmite por los conductores a la velocidad de la luz: 300 mil km/s. El flujo de electrones se presenta tanto en los metales como en los líquidos llamados electrólitos y los gases. Existen dos clases de corriente eléctrica: la continua (CC) y la alterna (CA). La primera se origina cuando el campo eléctrico permanece constante y los electrones se mueven siempre en el mismo sentido. En la alterna, el campo eléctrico cambia alternativamente de sentido, así que los electrones oscilan a uno y otro lado del conductor. La frecuencia de la CA generalmente es de 60 ciclos/s = 60 Hz.
23. La *intensidad de la corriente eléctrica* es la cantidad de carga que pasa por cada sección de un conductor en un segundo. Por tanto: $I = \frac{q}{t}$ = ampere = A. Un ampere equivale al paso de una carga de un coulomb a través de una sección de un conductor en un segundo.
24. La *fuerza electromotriz fem* mide la cantidad de energía proporcionada por un elemento generador de corriente eléctrica. Por tanto, la fem aplicada a un circuito es igual a la energía que se necesita suministrar para que la unidad de carga recorra el circuito completo: $E = \frac{T}{q}$.
25. Una *pila* es un dispositivo que transforma la energía química en eléctrica. Pueden conectarse en serie si se une el polo positivo de una con el negativo de la otra y así sucesivamente. La conexión es en paralelo cuando se conectan por una parte, los polos positivos de las pilas y por la otra los negativos. Cabe señalar que si se conectan dos o más pilas en serie el voltaje total será: $V_T = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$. Si es en paralelo la conexión, el voltaje total será igual al de una de las pilas como si fuera una sola, pero aumentará el valor de la intensidad de la corriente en la medida que se conecten más pilas en paralelo.

26. La *resistencia eléctrica* es la oposición que presenta un conductor al paso de la corriente. Esta circula con relativa facilidad en los metales, por ello se les da el nombre de conductores. En cambio, existen otros materiales, como el hule, la madera, el plástico, etc., que presentan gran dificultad para permitir el paso de la corriente, por lo cual reciben el nombre de aislantes o dieléctricos. Los factores que influyen en la resistencia de un conductor son: *Naturaleza. Longitud*, ya que a mayor longitud mayor resistencia. *Sección o área transversal*, pues si se duplica ésta, se reduce a la mitad la resistencia. *Temperatura*, en el caso de los metales su resistencia aumenta proporcionalmente a su temperatura; sin embargo, el carbón disminuye su resistencia al incrementarse la temperatura. La unidad que se usa en el SI para medir la resistencia es el ohm (Ω). A fin de calcular la resistencia de un alambre conductor a una determinada temperatura se utiliza la expresión: $R = \varrho \frac{L}{A}$. Para calcular la resistencia de un conductor a una cierta temperatura se utiliza la expresión:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t)$$

27. *La Ley de Ohm* señala: la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por un conductor en un circuito es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicado a sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia del conductor. Por tanto:

$$I = \frac{V}{R}$$

28. Un *circuito* es un sistema eléctrico en el cual la corriente fluye por un conductor en una trayectoria completa debido a una diferencia de potencial. En cualquier circuito existen los siguientes elementos fundamentales: a) *Voltaje*, b) *Corriente* y c) *Resistencia*. Los circuitos pueden estar conectados en serie, paralelo y mixtos. Si la conexión es en serie, circula la misma corriente en cada resistencia. Si es en paralelo la corriente se reparte en cada resistencia. Para calcular la resistencia equivalente de dos o más resistencias conectadas en serie, se usa la expresión: $R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$. Cuando la conexión es en paralelo se emplea la ecuación:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

29. Cuando una pila alimenta a un circuito, suministra un voltaje real diferente al voltaje teórico que tiene cuando el circuito está abierto. Esta diferencia se debe a la resistencia interna de la batería.
30. Siempre que una carga se mueve a través de un conductor en un circuito eléctrico realiza un trabajo el cual se consume generalmente al calentar el circuito o al girar un motor. La potencia eléctrica es la rapidez con que se efectúa un trabajo. También se interpreta como la energía consumida por una máquina o cualquier dispositivo eléctrico en un segundo. De donde: $P = VI$. Para calcular la energía que consume un aparato eléctrico se em-

plea la expresión: $T = Pt$ cuyas unidades en el SI son el watt-segundo; sin embargo, es más común utilizar como unidad práctica el kilowatt-hora (kW-h).

La *Ley de Joule* dice: el calor producido por una corriente eléctrica al circular a través de un conductor es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente, a la resistencia y al tiempo que dura circulando la corriente. Matemáticamente se expresa:

$$Q = 0.24\, I^2Rt$$

Kirchhoff fue uno de los pioneros en el análisis de los circuitos y propuso dos leyes que llevan su nombre *Primera Ley de Kirchhoff:* la suma de todas las intensidades de corriente que llegan a un nodo o unión de un circuito es igual a la suma de todas las intensidades de corriente que salen de él.

Segunda Ley de Kirchhoff: en un circuito cerrado o malla, las caídas de tensión totales en las resistencias son iguales a la tensión total aplicada al circuito.

Un *capacitor o condensador eléctrico* es un dispositivo empleado para almacenar cargas eléctricas. La capacitancia aumenta si es mayor el área entre sus placas, si se aumenta el voltaje que recibe y se reduce la distancia entre ellas. Un capacitor tiene valor de un farad cuando al almacenar la carga de un coulomb su potencial aumenta un volt. Para calcular la capacitancia equivalente en una conexión en serie de dos o más capacitores se usa la expresión:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Si la conexión es en paralelo:

$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder, vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

Mencione las partes en las que se divide la electricidad para su estudio. (Introducción de la unidad 12)

Describa brevemente cuál es el origen de la palabra electricidad y cuáles son los antecedentes históricos más relevantes. (Sección 1)

Explique cómo está constituida la materia y diga cuándo un cuerpo queda cargado negativa o positivamente. (Sección 2)

Ejemplifique mediante un dibujo cómo es la interacción entre cargas de igual y diferente signo. (Sección 3)
Explique brevemente cada una de las tres formas para electrizar a un cuerpo. (Sección 4)
Dibuje un electroscopio y diga para qué se usa. (Sección 5)
Describa qué es una jaula de Faraday y qué comprueba. (Sección 5)
Explique la diferencia entre los materiales conductores y aislantes. Cite ejemplos de ellos. (Sección 6)
Escriba cuál es la unidad de carga en el SI y en el CGS, asi como la equivalencia entre ellas. (Sección 7)
Enuncie la Ley de Coulomb y escriba su expresión matemática. (Sección 8)
Explique qué sucede con la fuerza eléctrica de interacción entre las cargas cuando se encuentran sumergidas en algún medio o sustancia aislante. Defina también el concepto de permitividad relativa o coeficiente dieléctrico de una sustancia. (Sección 8)
Describa con dibujos cómo es el campo eléctrico de una carga positiva, una negativa y el producido por dos cargas del mismo signo. (Sección 9)
Defina el concepto de campo eléctrico y el de intensidad del campo eléctrico; señale la expresión matemática para calcular la intensidad del campo a una determinada distancia de una carga. (Sección 9)
Explique por qué la intensidad del campo eléctrico es una magnitud vectorial. (Sección 9)
Defina los siguientes conceptos: a) Energía potencial gravitacional; b) Energía potencial eléctrica; c) Potencial eléctrico. Escriba para cada caso su expresión matemática. (Sección 10)
Señale la expresión matemática para calcular el potencial eléctrico a una cierta distancia de una carga. Explique el significado de cada literal. (Sección 10)
Diga qué es una superficie equipotencial. (Sección 10)
Defina el concepto de diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera y escriba su expresión matemática. (Sección 10)
Explique cómo se determina el trabajo que realiza un campo eléctrico al mover una carga de un punto a otro. (Sección 10)
Utilice un dibujo para explicar qué es un campo eléctrico uniforme y cómo se calcula el valor de la diferencia de potencial en un punto de él. (Sección 10)
Diga qué estudia la electrodinámica. (Sección 11)
Explique qué es una corriente eléctrica y cuáles son las causas que la producen. (Sección 11)
Describa cómo se produce la corriente eléctrica en los sólidos, líquidos y gases. (Sección 11)
Por medio de gráficas representativas señale la diferencia entre la corriente continua y la corriente alterna. (Sección 11)
Defina el concepto de intensidad de la corriente eléctrica, su expresión matemática y unidad en el SI. (Sección 11)
Explique qué se entiende por fuerza electromotriz. (Sección 12)
Dibuje una conexión de pilas en serie y una en paralelo. Señale las características de ambas. (Sección 13)

Defina el concepto de resistencia eléctrica. Señale cuáles son los factores que influyen en la resistencia eléctrica de un conductor. (Sección 14)
Explique la diferencia entre conductividad y resistividad de un material. (Sección 14)
Describa cómo varía la resistencia de los metales con la temperatura y escriba la expresión matemática para calcular la resistencia de un conductor a una cierta temperatura. (Sección 14)
Enuncie y escriba el modelo matemático de la Ley de Ohm. (Sección 15)
Defina qué se entiende por circuito eléctrico y cuáles son los elementos fundamentales que lo integran. (Sección 16)
Explique cuándo un circuito está conectado en serie, paralelo y en forma mixta. Señale también qué sucede con la corriente y el voltaje en una conexión en serie y otra en paralelo. (Sección 16)
Escriba la expresión matemática para calcular la resistencia equivalente en un circuito en serie y en paralelo. (Sección 16)
Describa en forma breve cómo se determina matemáticamente la resistencia equivalente de todo un circuito eléctrico con una conexión mixta de resistencias. (Sección 16)
Explique qué se entiende por resistencia interna de una pila. (Sección 16)
Defina el concepto de potencia eléctrica y escriba sus expresiones matemáticas. (Sección 17)
Diga cómo se determina la cantidad de energía eléctrica que consume una máquina o dispositivo eléctrico y en qué unidades prácticas se mide. (Sección 17)
Describa en qué consiste el efecto Joule, cuál es el enunciado de su ley y qué aplicaciones prácticas tiene. (Sección 17)
Explique mediante ejemplos la Primera Ley de Kirchhoff o de las tensiones. (Sección 18)
Mediante un dibujo describa cómo está constituido un capacitor simple. Señale también cómo puede aumentarse su capacitancia y cómo se define al farad. (Sección 19)
Mencione dos aplicaciones prácticas de un capacitor. (Sección 19)
Escriba las expresiones matemáticas utilizadas para calcular las capacitancias equivalentes en una conexión de capacitores en serie y en paralelo. (Sección 19)

13 MAGNETISMO

Hace dos mil años aproximadamente, unos pastores de Magnesia (ciudad antigua de Turquía), cuando conducían a sus corderos a cierto pasto, sintieron una fuerte atracción hacia el suelo debido a la punta metálica de su bastón y a los clavos de su calzado, que les dificultó seguir caminando. Interesados por encontrar la causa removieron la tierra y descubrieron una roca negra, la cual atraía al hierro. Hoy esta roca recibe el nombre de piedra *imán* o *magnetita*; químicamente es un mineral de óxido de hierro cuya fórmula es Fe_3O_4.

Más adelante, la gente descubrió que al colgar libremente de un hilo un pedazo largo y delgado de la roca negra de Magnesia, ésta daba varias vueltas hasta detenerse y apuntar siempre el mismo extremo hacia el Polo Norte geográfico y el otro al Polo Sur; por ello la usaron como brújula con el propósito de orientarse durante largos viajes (figura 13.1). Existen bases para suponer que en el año 121 a.C. los chinos usaban el imán como brújula.

Actualmente se sabe que la atracción ejercida por la roca negra sobre la punta metálica del bastón de los pastores se debió a su propiedad magnética. Magnetismo es la propiedad que tienen los cuerpos llamados imanes de atraer al hierro, al níquel y al cobalto.

La importancia de los imanes y del magnetismo es muy grande porque se utilizan en muchos aparatos tales como: timbres, alarmas, teléfonos, conmutadores, motores eléctricos, brújulas y separadores de cuerpos metálicos de hierro.

1 PROPIEDADES Y CARACTERISTICAS DE LOS DIFERENTES TIPOS DE IMANES

A fines del siglo XVI los sabios empezaron a descubrir el porqué del magnetismo y a comprender el funcionamiento de la brújula.

William Gilbert (1540-1603), médico e investigador inglés, demostró con sus experimentos que

. Gilbert nombró polo que busca el Norte a la punta de la brújula que señala ese punto, y polo que busca el Sur al otro extremo; actualmente sólo se les llama polo norte y polo sur.

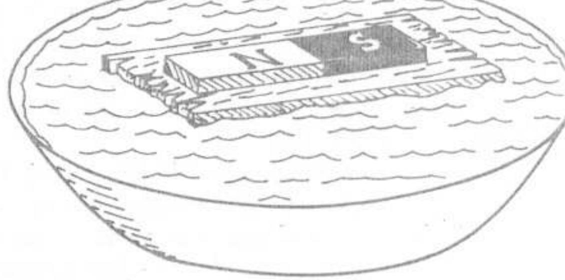


Fig. 13.1 En la antigüedad los marineros colocaban un pedazo largo y delgado de la roca negra de Magnesia sobre una madera que flotaba en agua. La piedra les señalaba los polos Norte y Sur.

Gilbert descubrió cómo interactúan los polos de los imanes y demostró que . Realizó experimentos con trozos de hierro sin imantar y encontró que eran

Finalmente observó que la

(figura 13.2).

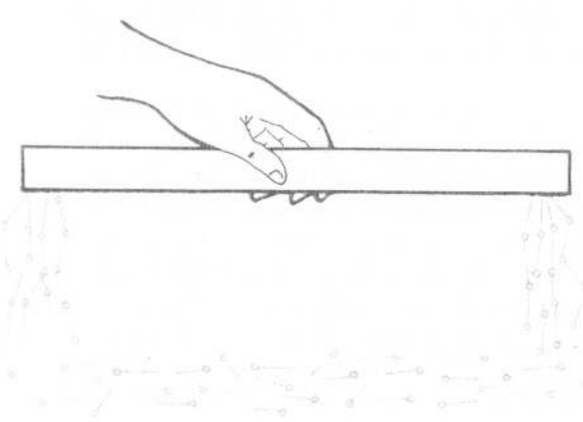


Fig. 13.2 La fuerza de atracción de un imán es mayor en los extremos.

La mayoría de los imanes utilizados ahora son , pues se pueden fabricar con una mayor intensidad magnética que los , además de tener mayor solidez y facilidad para ser moldeados según se requiera. No todos los metales pueden ser imantados y otros, aunque pueden adquirir esta propiedad, se desimantan fácilmente, ya sea por efectos externos o en forma espontánea. Muchos imanes se fabrican con

La imantación de un trozo de acero, como una aguja, unas tijeras o un desarmador, se hace fácilmente al frotar unas doce veces cualquiera de ellos con un imán, desde el centro del cuerpo hasta la punta. Después de esta operación cualquiera de ellos será un imán y podrá atraer limaduras de hierro, clavos, tornillos, alfileres o clips. En la industria, una barra de metal

. Si la barra es de hierro dulce, se imanta, pero la imantación cesa al momento de interrumpir la corriente, por ello recibe el nombre de

. Cuando la barra es de acero templado adquiere una imantación la cual persiste incluso después de que la corriente eléctrica se interrumpe en el solenoide, con lo cual se obtiene un

2 CAMPO MAGNETICO

Desde hace más de un siglo el inglés Michael Faraday estudió los efectos producidos por los imanes. Observó que un imán permanente ejerce una fuerza sobre un trozo de hierro o sobre cualquier imán cercano a él, debido a la

cuyos efectos se hacen sentir a través de un espacio vacío. Faraday imaginó que de un imán salían hilos o líneas que se esparcían, a éstas las llamó . Dichas líneas se encuentran más en los polos pues ahí la intensidad es mayor.

Las líneas de fuerza producidas por un imán, ya sea de , se esparcen desde el polo norte y se curvan para entrar al sur (figuras 13.5 y 13.6). A la zona que rodea a un imán y en el cual su influencia puede detectarse recibe el nombre de . Faraday señaló que cuando dos imanes se encuentran cerca uno de otro,

Cuando un polo norte se encuentra cerca de uno sur, las líneas de fuerza se dirigen del norte al sur; cuando se acercan

(figuras 13.3 y 13.4).

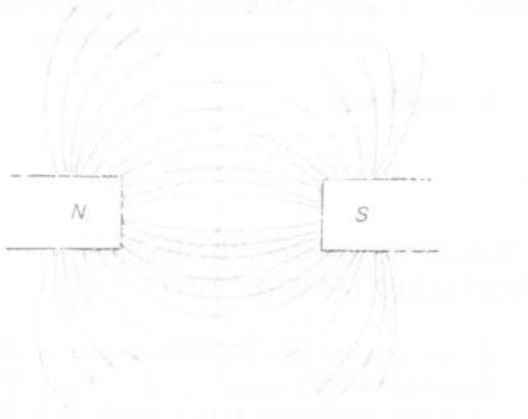


Fig. 13.3 Líneas de fuerza entre polos diferentes.

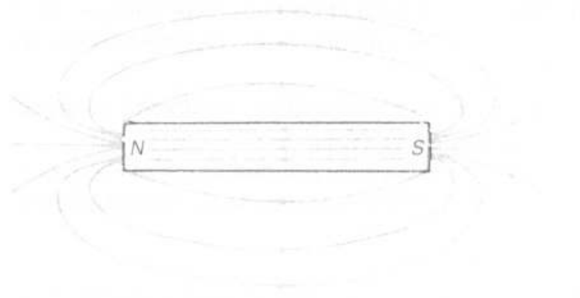


Fig. 13.5 Espectro magnético de un imán en forma de barra.

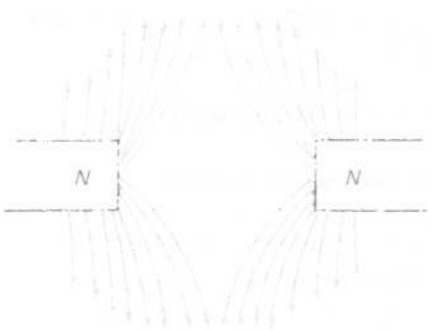


Fig. 13.4 Líneas de fuerza entre polos iguales.

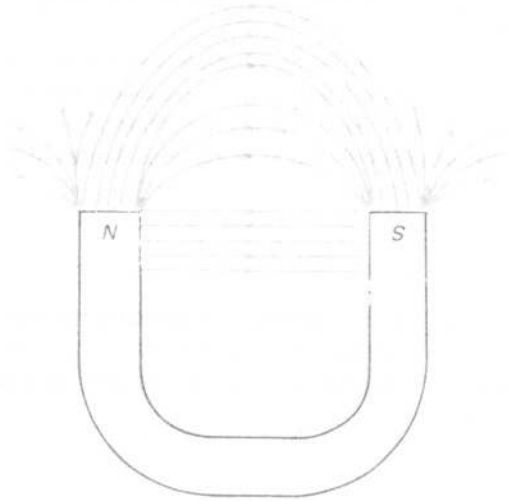


Fig. 13.6 Espectro magnético de un imán en forma de herradura.

3 DENSIDAD DE FLUJO MAGNETICO

El concepto propuesto por Faraday acerca de las líneas de fuerza, es imaginario, pero resulta muy útil para dibujar los campos magnéticos y cuantificar sus efectos. Sin embargo, ésta es una unidad muy pequeña de flujo magnético, por lo que en el se emplea una unidad mucho mayor llamada y cuya equivalencia es la siguiente:

Un flujo magnético ϕ que atraviesa perpendicularmente una unidad de área A recibe el nombre de (figura 13.7). Por definición: en una región de un campo magnético . Matemáticamente se expresa:

donde: = densidad del flujo magnético, se mide en webers/metro cuadrado (Wb/m^2)

= flujo magnético, su unidad es el weber (Wb)

= área sobre la que actúa el flujo magnético, se expresa en metros cuadrados (m^2)

Nota: La densidad del flujo magnético también recibe el nombre de inducción magnética.

En el SI la unidad de densidad del flujo magnético es el

en honor del físico yugoslavo Nicolás Tesla (1856-1943). En el Sistema CGS la unidad usada es el que recibe el nombre de μ y cuya equivalencia con el tesla es la siguiente:

Cuando el flujo magnético no penetra perpendicularmente un área, sino que lo hace con un cierto ángulo, la expresión para calcular la densidad del flujo magnético será:

∴

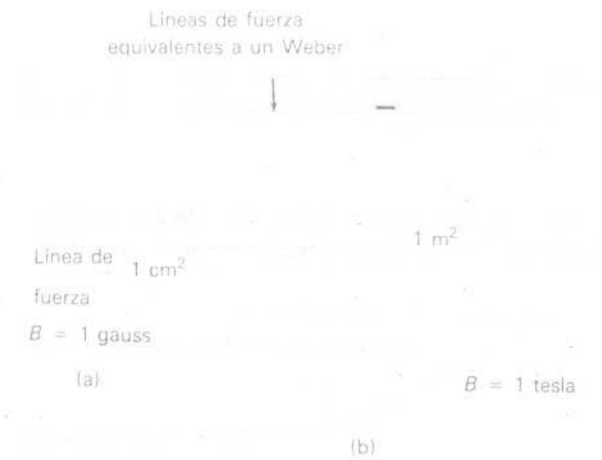


Fig. 13.7 En (a) vemos una sola línea de fuerza que atraviesa perpendicularmente un área de un centímetro cuadrado, por lo que el valor de B es de un gauss. En (b) llegan 1×10^8 líneas de fuerza (equivalente a un weber) a un área de un metro cuadrado, por ello B es de una tesla.

donde: = ángulo formado por el flujo magnético y la normal a la superficie

En conclusión,

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE FLUJO MAGNETICO

En una placa circular de 3 cm de radio existe una densidad de flujo magnético de 2 teslas. Calcular el flujo magnético total a través de la placa, en webers y maxwells.

Datos | *Fórmula*

$r = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m}$ | $\phi = BA$

$B = 2\text{ T}$

$1\text{ Wb} = 1 \times 10^8\text{ maxwells}$

Cálculo del área de la placa

$$A = \pi r^2 = 3.14\,(3 \times 10^{-2}\text{ m})^2$$
$$= 28.26 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

Sustitución y resultado

$$\phi = 2\,\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \times 28.26 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

$$= 56.52 \times 10^{-4}\text{ Wb}$$

$$56.52 \times 10^{-4}\text{ Wb} \times \frac{1 \times 10^8\text{ maxwells}}{1\text{ Wb}}$$

$\phi =$

Una espira de 15 cm de ancho por 25 cm de largo forma un ángulo de 27° con respecto al flujo magnético. Determinar el flujo magnético que penetra por la espira debido a un campo magnético cuya densidad de flujo es de 0.2 teslas.

Datos | *Fórmula*

$A = 15\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ | $\phi = BA\,\text{sen}\,\theta$

$\theta = 27°$

$B = 0.2\text{ T}$

Cálculo del área

$$A = 0.15\ \text{m} \times 0.25\ \text{m} = 0.038\ \text{m}^2$$
$$= 3.8 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$$

Sustitución y resultado

$$\phi = 0.2\ \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \times 3.8 \times 10^{-2}\ \text{m}^2 \times 0.4540$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

En una placa rectangular que mide 1 cm de ancho por 2 cm de largo, existe una densidad de flujo magnético de 1.5 T. ¿Cuál es el flujo magnético total a través de la placa en webers y maxwells?

Respuesta:

$$\phi = 3 \times 10^{-4}\ \text{Wb} = 3 \times 10^{4}\ \text{maxwell}$$

Calcular el flujo magnético que penetra por una espira de 8 cm de ancho por 14 cm de largo y forma un ángulo de 30° con respecto a un campo magnético cuya densidad de flujo es de 0.15 T.

Respuesta:

$$\phi = 8.4 \times 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Permeabilidad magnética e intensidad de campo magnético

En virtud de que la densidad de flujo B en cualquier región particular de un campo magnético sufre alteraciones originadas por el medio que rodea al campo, así como por las características de algún material que se interponga entre los polos de un imán, conviene definir dos nuevos conceptos: la permeabilidad magnética μ y la intensidad del campo magnético H.

Fenómeno presente en algunos materiales, como el hierro dulce, en los cuales

(figura 13.8). Esto provoca que cuando un material permeable se coloca en un campo magnético

y aumente el valor de la densidad del flujo magnético.

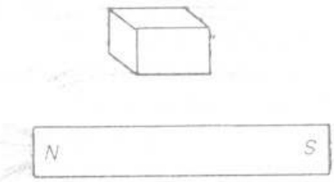


Fig. 13.8 El hierro dulce por ser un material permeable concentra las líneas de flujo magnético, lo que favorece el aumento de la densidad de dicho flujo.

La permeabilidad magnética de diferentes medios se representa con la letra griega μ (mu). La permeabilidad magnética del vacío μ_0 tiene un valor en el SI de:

Para fines prácticos la permeabilidad del aire se considera igual a la permeabilidad del vacío.

La permeabilidad relativa de una sustancia se calcula con la expresión:

En el caso de aquellas

, el valor de

. Los

logran imantar tienen

. Las

, como el ferrosilicio cuyo valor llega a ser de 66 mil.

Para un medio dado, el vector intensidad del campo magnético

:

donde: = intensidad del campo magnético para un medio dado, se mide en amper/metro (A/m)
= densidad del flujo magnético, se expresa en teslas (T)
= permeabilidad magnética del medio, su unidad es el tesla metro/ampere (Tm/A)

RESOLUCION DE UN PROBLEMA DE INTENSIDAD DE CAMPO MAGNETICO

Una barra de hierro cuya permeabilidad relativa es de 12 500 se coloca en una región de un campo magnético en el cual la densidad del flujo magnético es de 0.8 teslas. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético originada por la permeabilidad del hierro?

Datos	*Fórmula*
$\mu_{r_{Fe}} = 12\,500$ $B = 0.8$ T $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ Tm/A	$H = \dfrac{B}{\mu}$

Cálculo de la permeabilidad del hierro

$$\mu = \mu_r\,\mu_0$$
$$\mu = 12\,500 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}\ \text{Tm/A}$$
$$= 1.57 \times 10^{-2}\ \text{Tm/A}$$

Sustitución y resultado

$$H = \frac{0.8\ \text{T}}{1.57 \times 10^{-2}\ \text{Tm/A}} =$$

EJERCICIO PROPUESTO

Se coloca una placa de hierro con una permeabilidad relativa de 12 500 en una región de un campo magnético en el cual la densidad de flujo vale 0.5 T. Calcular la intensidad del campo magnético originada por la permeabilidad del hierro.

Respuesta:

$H = 32$ A/m

4 MAGNETISMO TERRESTRE

Nuestro globo terrestre se comporta como un enorme imán que produce un campo magnético

(figura 13.9). Fue, como ya señalamos, el inglés William Gilbert quien lo demostró con sus experimentos. Para ello, pulió un pedazo de roca de magnetita a fin de hacer una esfera, y con la ayuda de una brújula colocada en diferentes puntos de ésta comprobó que un extremo de la brújula siempre apuntaba hacia el polo norte de la esfera, tal como apunta hacia el Polo Norte de la Tierra. Existen varias teorías que tratan de explicar la causa del magnetismo terrestre. Una de ellas señala lo siguiente: la Tierra

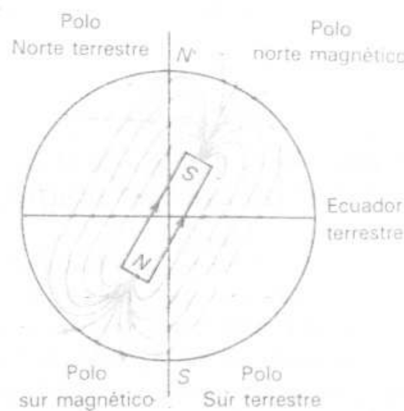


Fig. 13.9 La Tierra actúa como un enorme imán cuyos polos no coinciden con los polos geográficos.

[illegible] los cuales en tiempos remotos se magnetizaron en forma gradual y prácticamente con la misma orientación, por ello actúan como un enorme imán. Otra teoría explica que el magnetismo terrestre se debe a las [illegible], tanto en la corteza terrestre como en la atmósfera.

Declinación magnética

Como los meridianos magnético y terrestre no coinciden, el extremo norte de una brújula no apuntará hacia el verdadero Norte geográfico. El ángulo de desviación formado entre el Norte geográfico real y el norte que señala la brújula recibe el nombre de [illegible]

Mientras el campo magnético terrestre sufre pequeñas variaciones constantes, la [illegible] de un lugar presenta variaciones provocadas por [illegible], aproximadamente, y [illegible]. También existen variaciones diurnas que alteran en 10' dicho ángulo y variaciones accidentales originadas por las tormentas magnéticas producidas por los paroxismos de la actividad solar, que llegan incluso a suspender momentáneamente las comunicaciones por radio a larga distancia.

Inclinación magnética

Como las líneas de fuerza de un campo magnético salen del polo norte y entran al polo sur, una aguja magnetizada que gire libremente se orientará en forma paralela a las líneas del campo. Así, el polo norte de la aguja se orientará al polo norte magnético de la Tierra y además tendrá una cierta inclinación respecto al plano horizontal (figura 13.10). Veamos, en caso de colocarla en algún punto cerca del *Ecuador*, su posición respecto al plano horizontal será casi paralela; sin embargo, al ubicársele en algún punto cercano a los polos magnéticos terrestres, la posición de ésta respecto al plano horizontal será en forma perpendicular a él. Por definición: la [illegible]

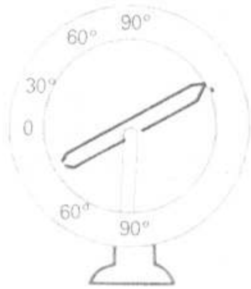
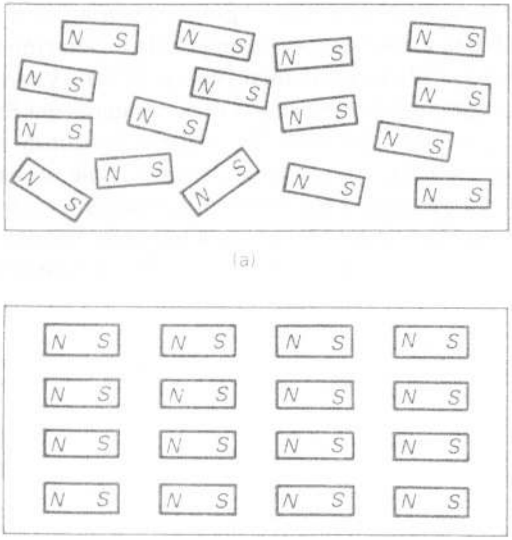


Fig. 13.10 Brújula de inclinación que mide el ángulo formado por el campo magnético de la Tierra y la superficie terrestre en un determinado punto.

5 TEORIAS DEL MAGNETISMO

Existen varias teorías que tratan de explicar por qué se magnetizan algunas sustancias; la más aceptada actualmente es la del físico alemán Guillermo Weber (1804-1891). Dicha teoría establece que [illegible] como el hierro, cobalto y níquel, [illegible]. Antes de magnetizar cualquier trozo de alguno de estos metales, los diminutos imanes elementales están orientados al azar, es decir, en diferentes direcciones [figura 13.11 (a)]. Cuando se comienza a magnetizar algún trozo de estos metales, los imanes elementales giran hasta alinearse en forma paralela al campo que los magnetiza totalmente [figura 13.11 (b)].

Cuando se magnetiza el hierro dulce por inducción, se observa que al retirar el campo magnetizante desaparece la imantación del metal y los diminutos imanes elementales vuelven a su antigua



(a)

(b)

Fig. 13.11 En la figura (a) vemos a los diminutos imanes elementales antes de ser magnetizados. En (b) los imanes elementales se alinean en forma paralela al campo que los magnetiza totalmente.

orientación desordenada. En cambio, cuando se imanta el acero templado, estos imanes quedan alineados aun después de haber retirado el campo magnetizante.

Los imanes pueden perder su magnetismo por las siguientes causas:

- Golpes o vibraciones constantes.
- Calentamiento, ya que a la temperatura del rojo desaparece totalmente el magnetismo (la temperatura a la cual un material pierde sus propiedades magnéticas se le llama temperatura de Curie).
- Influencia de su propio campo magnético, pues su campo magnético exterior es de sentido opuesto al del eje de imantación.

Una preocupación de los científicos es la de producir nuevos materiales útiles en la construcción de imanes más potentes. Para ello, se han basado en el conocimiento de que un cuerpo magnético presenta zonas de pequeñas dimensiones llamadas [illegible] los cuales consisten en pequeños átomos imantados, alineados paralelamente entre sí. Unos dominios incrementan su tamaño por la influencia cercana de otros hasta lograr la saturación y todos ellos quedan orientados. Los investigadores han encontrado materiales magnéticos que pueden alterar sus dominios, por lo cual los átomos imantados se alinean con el campo de su alrededor; esto resulta en la formación de imanes fuertes y permanentes, pues los dominios permanecen iguales aun después de que se ha retirado el campo magnetizante.

La teoría de los dominios permitió considerar la posibilidad de triturar un material magnético hasta darle la consistencia de polvo fino, en el que cada partícula constituyera un dominio. Al comprimir el polvo para darle cualquier forma o tamaño apropiado y moldearlo con plástico o hule, se le somete a la influencia de un campo magnético fuerte que orienta a casi todos los dominios en una sola dirección, con lo cual [illegible], como las utilizadas para mantener cerradas las puertas de los refrigeradores.

Actualmente se investigan nuevos y potentes imanes a fin de utilizarse en el funcionamiento de carros de ferrocarril y de transporte colectivo. En Japón se realizan experimentos con carros que utilizan la propulsión [illegible], esta última se produce [illegible]. La ventaja de este sistema magnético consiste en reducir considerablemente la fricción, el desgaste de las piezas metálicas y la contaminación por ruido.

6 RELUCTANCIA

[illegible]

Cabe hacer notar que el flujo en el circuito magnético es análogo a la intensidad de corriente en un circuito eléctrico; de igual manera, la fuerza magnetomotriz (fmm) y la reluctancia lo es a la resistencia eléctrica.

7 MATERIALES FERROMAGNETICOS, PARAMAGNETICOS Y DIAMAGNETICOS

Al colocar un cuerpo dentro de un campo magnético pueden presentarse las siguientes situaciones:

- Que las líneas del flujo magnético fluyan con mayor facilidad a través del cuerpo que por el vacío. En este caso el material será y debido a ello se magnetizará con gran intensidad. Su permeabilidad magnética será muy elevada y quedará comprendida desde algunos cientos a miles de veces la permeabilidad del vacío. Ejemplos: el hierro, cobalto, níquel, gadolinio (Gd) y el disprosio (Dy), así como algunas de sus aleaciones.
- Que las líneas del flujo magnético pasen con más libertad por el cuerpo que a través del vacío. En este caso, se trata de un material , el cual se magnetiza aunque no en forma muy intensa. Su permeabilidad magnética es ligeramente mayor que la del vacío. Ejemplos: el aluminio, litio, platino, iridio y cloruro férrico.
- Que las líneas del flujo magnético circulen más fácilmente en el vacío que por el cuerpo. En este caso el material será , pues no se magnetiza y puede ser repelido débilmente por un campo magnético intenso. Su permeabilidad magnética relativa es menor a la unidad. Ejemplos: el cobre, plata, oro, mercurio y bismuto.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL 20

IMANES Y CAMPO MAGNETICO

Objetivo: Identificar en forma experimental las características de los imanes, observar la interacción entre polos iguales y diferentes, y conocer los espectros magnéticos de los imanes que se representan mediante líneas de fuerza.

Consideraciones teóricas

Hace dos mil años aproximadamente, unos pastores de Magnesia (ciudad antigua de Turquía) descubrieron una roca negra que atraía al hierro. Esta roca recibe el nombre de piedra *imán* o *magnetita*. En la actualidad se define al magnetismo como la propiedad que tienen los cuerpos llamados imanes de atraer al hierro, al níquel y al cobalto. La importancia de los imanes y del magnetismo es muy grande, pues se utilizan en muchos aparatos, como: timbres, alarmas, teléfonos, conmutadores, motores eléctricos, brújulas y separadores de cuerpos metálicos de hierro.

Se supone que en el año 121 a.C. los chinos usaban al imán como brújula. William Gilbert (1540-1603), investigador inglés, demostró lo siguiente: la Tierra se comporta como un imán enorme y no existen los polos magnéticos separados.

Hace más de un siglo, el inglés Faraday observó que un imán ejerce una fuerza sobre un trozo de hierro o sobre cualquier imán cercano a él, debido a la presencia de un campo de fuerzas cuyos efectos se hacen sentir a través de un espacio vacío. Faraday imaginó que de un imán salían hilos o líneas esparcidas llamadas líneas de fuerza magnética. Dichas líneas se encuentran más en los polos, pues ahí la intensidad es mayor. Las líneas de fuerza producidas por un imán, ya sea de barra o de herradura, se esparcen desde el polo norte y se curvan para entrar al polo sur. La zona que rodea a un imán y en la cual su influencia puede detectarse recibe el nombre de campo magnético.

Material empleado

Una aguja de coser larga, alambre de hierro delgado de 12 cm de largo, hilo, unas pinzas de corte, dos imanes de barra, un imán de herradura, cinco hojas de papel de cuaderno y limadura de hierro.

Desarrollo de la actividad experimental

1. Imante una aguja de coser larga, frotándola doce veces en un solo sentido con un imán, desde el centro de la aguja hasta la punta.
2. Ate a la aguja un hilo en su centro de gravedad y suspéndala sujetando un extremo del hilo con la mano. Déjela oscilar libremente hasta que se detenga y adquiera su orientación. Considere como marco de referencia las coordenadas geográficas y determine los polos norte y sur de la aguja imantada.
3. Imante ahora un alambre delgado de unos 12 cm de largo como lo hizo con la aguja. Suspéndalo también de un hilo por su centro de gravedad y determine el polo norte y el polo sur del imán. Márquelos para no confundirlos.
4. Una el polo norte de la aguja con el polo norte del alambre y observe. Una ahora el polo norte de la aguja con el polo sur del alambre y observe.
5. Corte con las pinzas el alambre por la mitad y acerque cada extremo de los alambres al polo norte de la aguja imantada. Observe qué sucede.
6. Coloque encima de un imán de barra una hoja de papel y espolvoree limadura de hierro sobre la superficie del papel. Observe el espectro magnético que se forma. Si desea, puede aplicar laca con un atomizador para fijar al papel la limadura de hierro y conservar el espectro magnético obtenido.
7. Repita el paso anterior pero ahora observe el espectro magnético formado al acercar el polo norte de un imán de barra con el polo norte de otro imán de barra. Después polo sur con polo sur y, finalmente, polo norte con polo sur.
8. Proceda al igual que en el paso 6 y encuentre el espectro magnético formado por un imán en forma de herradura.

Cuestionario

1. Explique cómo imantaría un desarmador para atraer un tornillo de hierro.
2. ¿A qué se le llama polo norte y polo sur de un imán?
3. ¿Qué sucedió al unir el polo norte de la aguja con el polo norte del alambre, y al unir el polo norte de la aguja con el polo sur del alambre?
4. Explique qué le sucedió al alambre imantado cuando se partió a la mitad y diga qué le sucedería si se cortara en 10 partes o más.
5. Dibuje en su cuaderno los espectros magnéticos formados por: un imán de barra, un polo norte cerca de otro polo norte de dos imanes de barra, el polo sur próximo al polo sur y el polo norte cerca del polo sur.
6. Dibuje el espectro magnético formado por el imán de herradura.
7. Defina con sus propias palabras qué es un imán y qué es magnetismo.
8. Investigue qué es un imán natural y qué es un imán artificial. Diga también cuándo se tiene un imán temporal y cuándo, un imán permanente.
9. Defina qué se entiende por campo magnético y por líneas de fuerza magnética.

RESUMEN

Hace dos mil años, aproximadamente, unos pastores de Magnesia (ciudad antigua de Turquía) descubrieron una roca negra que atraía al hierro. Esta

roca recibe el nombre de piedra *imán* o *magnetita*. Químicamente es un mineral de óxido de hierro: Fe_3O_4. Los chinos en el año 121 a.C. ya usaban el imán como brújula.

Magnetismo es la propiedad que tienen los cuerpos llamados imanes de atraer al hierro, níquel y cobalto. Esta propiedad es de gran importancia, pues se utiliza en muchos aparatos, tales como: timbres, alarmas, teléfonos, conmutadores, motores eléctricos, brújulas y separadores de cuerpos metálicos.

Gilbert demostró que la Tierra se comporta como un imán enorme, por ello al extremo de una brújula que apunta al Norte geográfico se le denomina polo norte y el extremo que apunta al Sur geográfico se le llama polo sur. También demostró que no existen los polos magnéticos aislados, porque si un imán se rompe en varios pedazos, cada pedazo se transforma en uno nuevo.

Existen dos tipos de imanes: los *permanentes* y los *temporales*. En la industria, una barra de metal se imanta al someterla a la acción de un campo magnético producido por un solenoide en el que circula una corriente eléctrica. Si la barra es de hierro dulce, se imanta, pero cesa al momento de interrumpir la corriente, por esta razón recibe el nombre de imán temporal. Cuando la barra es de acero templado adquiere una imantación, la cual persiste incluso después de que la corriente eléctrica se interrumpe, por lo que se llama imán pemanente.

Faraday imaginó que de un imán salen hilos o líneas, las cuales se esparcen, y las nombró *líneas de fuerza magnética*. Dichas líneas producidas por un imán, ya sea de barra o herradura, se esparcen desde el polo norte y se curvan para entrar al polo sur. La zona que rodea a un imán y en la cual su influencia puede detectarse recibe el nombre de *campo magnético*.

Una sola línea de fuerza equivale a la unidad del flujo magnético (ϕ) en el Sistema CGS y recibe el nombre de *maxwell*. Sin embargo, es una unidad muy pequeña de flujo magnético, por lo que en el SI se emplea una unidad mucho mayor llamada *weber* y cuya equivalencia es la siguiente: 1 weber $=$ 1×10^8 maxwell.

La *densidad del flujo magnético* o *inducción magnética* (B) en una región de un campo magnético equivale al número de líneas de fuerza (o sea el flujo magnético ϕ), que atraviesan perpendicularmente a la unidad de área.

Por tanto: $B = \dfrac{\phi}{A}$ y $\phi = BA$. La unidad de B en el SI es el tesla (T) y en el CGS es el gauss (G): $1\ \text{T} = 1 \times 10^4\ \text{G}$. La densidad del flujo es un vector representativo de la intensidad, dirección y sentido del campo magnético en un punto.

La *permeabilidad magnética* (μ) es el fenómeno que se presenta en algunos materiales, como el hierro dulce, en los cuales las líneas de fuerza de un campo magnético fluyen con más libertad en el material de hierro que por el aire o el vacío. La permeabilidad magnética del vacío (μ_0) tiene un valor en el SI de: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/Am, o bien, $4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A.

Para fines prácticos, la permeabilidad del aire se considera igual a la permeabilidad del vacío. La *permeabilidad relativa* de una sustancia se calcula con la expresión: $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$.

La *intensidad del campo magnético* (H), para un medio dado, es el cociente que resulta de la densidad de flujo magnético (B) entre la permeabilidad magnética del medio: $H = \frac{B}{\mu}$.

La Tierra actúa como un enorme imán cuyos polos no coinciden con los polos geográficos. El ángulo de desviación entre el Norte geográfico y el norte que señala la brújula recibe el nombre de ángulo de declinación. La inclinación magnética es el ángulo que forma una aguja magnética con el plano horizontal.

Una de las teorías más aceptadas para explicar el magnetismo es la de Guillermo Weber en la que establece lo siguiente: los metales magnéticos como el hierro, cobalto y níquel, están formados por innumerables imanes elementales muy pequeños orientados al azar; pero bajo la influencia de un campo magnético se orientan en forma paralela al campo que los magnetiza.

En la actualidad se investigan nuevos y potentes imanes que puedan utilizarse en el funcionamiento de carros de ferrocarril y de transporte colectivo, los cuales emplearían la propulsión y levitación magnéticas.

La *reluctancia* es la resistencia magnética que, en un circuito atravesado por un flujo magnético de inducción, es igual al cociente que resulta de dividir la fuerza magnetomotriz entre la densidad de flujo magnético.

Cuando se encuentran dentro de un campo magnético, los materiales pueden clasificarse en función de su comportamiento de la siguiente manera: a) *Ferromagnéticos*, las líneas del flujo magnético pasan con mayor facilidad por el cuerpo que en el vacío, tal es el caso del hierro, cobalto, níquel, gadolinio y disprosio. b) *Paramagnéticos*, las líneas de flujo magnético atraviesan con más libertad por el cuerpo, que a través del vacío; ejemplos: el aluminio, litio, platino, iridio y cloruro férrico. c) *Diamagnéticos*, las líneas del flujo magnético tienen mayor circulación en el vacío que por el cuerpo, como sucede con el cobre, plata, oro, mercurio y bismuto.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

1. Explique brevemente cómo se descubrió el magnetismo. (Introducción de la unidad 13)

Describa cómo se orientaban antiguamente los marineros durante sus viajes. (Introducción de la unidad 13)

3. Explique qué se entiende por magnetismo. (Introducción de la unidad 13)
4. ¿Por qué es importante el estudio del magnetismo? (Introducción de la unidad 13)
5. Mencione en qué se basó Gilbert para designar a los extremos de un imán como polo norte y polo sur. (Sección 1)
6. Explique qué sucede cuando un imán de barra se parte exactamente a la mitad y después cada mitad en varias partes. (Sección 1)
7. Describa cómo interactúan los imanes cuando se acercan entre sí polos iguales y polos distintos. (Sección 1)
8. Explique qué es un imán: a) natural, b) artificial, c) temporal, d) permanente. (Sección 1)
9. Diga en qué consisten las líneas de fuerza, propuestas por Faraday, para describir un campo magnético. (Sección 2)
10. Dibuje la configuración del espectro magnético producido cuando: a) se acercan dos imanes de barra por sus polos iguales y distintos; b) se tiene un solo imán en forma de barra; c) se trata de un imán en forma de herradura. (Sección 2)
11. Explique los siguientes conceptos y sus unidades de medida en el SI y en el CGS.
    a) Flujo magnético.
    b) Densidad de flujo magnético. (Sección 3)
12. Defina qué se entiende por permeabilidad magnética del vacío y permeabilidad magnética relativa. (Sección 3)
13. Explique el concepto de intensidad del campo magnético y dé su expresión matemática. (Sección 3)
14. Describa cómo demostró Gilbert que la Tierra se comporta como un enorme imán. (Sección 4)
15. Mencione una teoría que explique el origen del magnetismo terrestre. (Sección 4)
16. Defina qué se entiende por: a) declinación magnética; b) inclinación magnética. (Sección 4)
17. Mencione en qué consiste la teoría de Weber. (Sección 5)
18. Explique por qué un imán permanente puede perder su magnetismo. (Sección 5)
19. ¿Qué estudios se realizan a fin de producir nuevos imanes que tengan mayor potencia y para qué se les desea utilizar? (Sección 5)
20. Defina qué se entiende por reluctancia. (Sección 6)
21. Explique por qué se clasifican los cuerpos en ferromagnéticos, paramagnéticos y diamagnéticos. Dé ejemplos de materiales que pertenezcan a cada clasificación. (Sección 7)

14 ELECTRO MAGNETISMO

La parte de la Física encargada de estudiar al conjunto de fenómenos que resultan de las acciones mutuas entre las corrientes eléctricas y el magnetismo, recibe el nombre de electromagnetismo. Oersted fue el primero en descubrir que una corriente eléctrica produce a su alrededor un campo magnético de propiedades similares a la del campo creado por un imán. Por tanto, si un conductor eléctrico es sometido a la acción de un campo magnético, actuará sobre él una fuerza perpendicular al campo y a la corriente. Faraday descubrió las corrientes eléctricas inducidas al realizar experimentos con una bobina y un imán. Además demostró que se producen cuando se mueve un conductor en sentido transversal a las líneas de flujo de un campo magnético, este fenómeno recibe el nombre de inducción electromagnética. Actualmente, casi toda la energía eléctrica consumida en nuestros hogares y en la industria se obtiene gracias al fenómeno de la inducción electromagnética, pues en él se fundan las dinamos y los alternadores que transforman la energía mecánica en eléctrica. El efecto magnético de la corriente eléctrica y la inducción electromagnética han revolucionado la ciencia y han dado origen al electromagnetismo. La aplicación de sus principios y leyes ha permitido la electrificación del mundo y con ella, el progreso y un mejor nivel de vida para la humanidad.

1 DESARROLLO HISTORICO DEL ELECTROMAGNETISMO

El electromagnetismo tuvo su origen en el invento de realizado por el italiano Alessandro Volta en 1800. Veinte años más tarde se hizo por casualidad otro importante descubrimiento: mientras el físico danés Hans Christian Oersted impartía una clase de Física a sus alumnos empujó en forma accidental una brújula que se encontraba bajo un alambre conectado a una pila, el cual conducía una corriente eléctrica;

(figura 14.1). Con ello se demostraba que éste, además de conducir electricidad,

es decir, generaba un campo magnético; así

. Poco tiempo después, el científico francés André Marie Ampere (1775-1836), descubrió que

. Este hecho condujo a Joseph Henry, profesor estadounidense, a realizar otro descubrimiento importante: se le ocurrió recubrir con un material aislante a los alambres y los enrolló alrededor de una barra de hierro en forma de U. Luego los conectó a una batería y observó que

(figura 14.2),

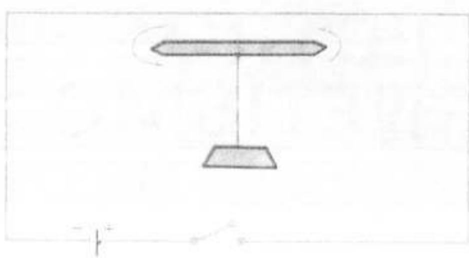


Fig. 14.1 Oersted encontró que cuando se cierra el circuito, la circulación de una corriente a través del alambre forma inmediatamente un campo magnético alrededor de él, el cual se detecta por el giro de la brújula.

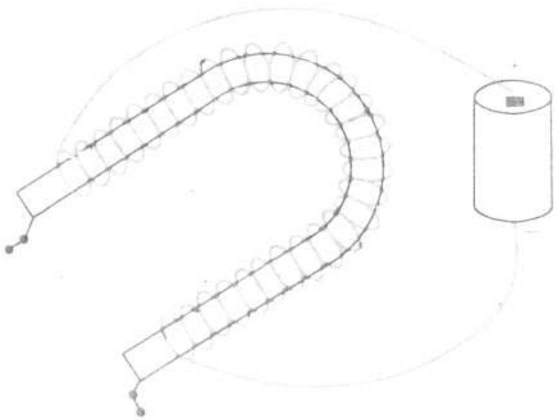


Fig. 14.2 Al enrollar un alambre aislado alrededor de una barra de hierro y conectarlo a una pila se construye un electroimán simple.

En 1821 Michael Faraday construyó el primer motor experimental. Para ello, suspendió un alambre sujeto por un soporte, de tal manera que cada extremo quedase sumergido en un depósito de mercurio con un imán en el centro (figura 14.3). Cuando se hace pasar corriente, cada extremo del alambre se mueve en círculos alrededor del imán.

Después del motor de Faraday se construyeron varios tipos de motores eléctricos que funcionaban con baterías y eran utilizados para . Sin embargo, eran muy costosos y requerían de baterías muy grandes. Fue hasta cuarenta años después, aproximadamente, cuando el ingeniero belga Théophile Gramme (1826-1901),

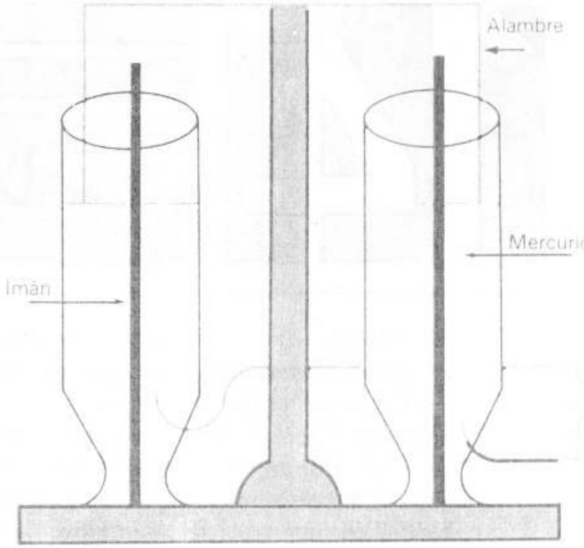


Fig. 14.3 Motor experimental de Faraday. Al circular la corriente por el alambre, éste gira alrededor del imán.

Dado que los primeros motores utilizaban baterías productoras de corriente continua, todos los generadores de esas fechas producían ese tipo de corriente. No obstante, el tiempo habría de demostrar que . En virtud de que los transformadores sólo utilizan corriente alterna, en poco tiempo desapareció el generador de corriente continua para darle paso, a escala industrial, al de corriente alterna.

En 1888 Nikola Tesla inventó el , el cual funciona con corriente alterna y cuyos usos actualmente son muy amplios en diversos aparatos eléctricos, como son: , entre otros.

El físico ruso Heinrich Lenz (1804-1865), se especializó en la inducción eléctrica y estableció una ley que lleva su nombre, en la cual se afirma:

En 1873 el científico inglés James Clerk Maxwell (1831-1879), manifestó la íntima conexión entre los campos eléctrico y magnético, al señalar:

Con su teoría comprobó que la electricidad y el magnetismo existían juntos y, por tanto, no debían aislarse. Esto dio origen a la

tica: en ella se afirmaba que

Maxwell le dio una expresión matemática a las consideraciones que hizo Faraday respecto a las líneas de fuerza magnética. Gracias a esto se logró una aplicación práctica a las ideas de los campos magnético y eléctrico propuestas por Faraday. Más tarde, el físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894) estudió las ecuaciones planteadas por Maxwell para la Teoría Electromagnética y logró demostrar con la producción de ondas electromagnéticas, que

. A fines del siglo XIX los científicos reconocieron la existencia de las ondas electromagnéticas y las llamaron como un reconocimiento a este físico alemán.

Así concluimos que el efecto magnético de la corriente y la inducción electromagnética han revolucionado a la ciencia, pues dieron origen a un área muy importante de la Física llamada . Al aplicar sus principios y leyes a escala industrial, se ha logrado un gran avance tecnológico:

2 CAMPO MAGNETICO PRODUCIDO POR UNA CORRIENTE

Como ya señalamos, Oersted descubrió que (figura 14.4),

Ello se debe a que esta última genera un campo magnético que interactúa con la aguja. Oersted encontró que la desviación de la aguja variaba de sentido cuando se invertía el sentido de la corriente, y más tarde se pudo determinar gracias a la contribución de Ampere, que

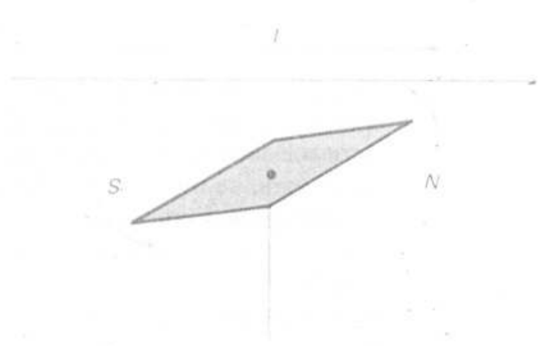


Fig. 14.4 La regla de Ampere señala que el polo norte de la aguja imantada se desvía siempre hacia la izquierda de la dirección de la corriente.

El campo magnético producido puede analizarse para su estudio como si se tratara del campo creado por un imán, de tal manera que sea posible obtener su espectro y observar sus efectos.

Para estudiar cómo es el campo magnético producido por un conductor recto en el cual circula una corriente eléctrica se procede de la siguiente manera: se atraviesa el conductor rectilíneo con un cartón horizontal rígido (figura 14.5). En el momento en que circula la corriente por el conductor, se espolvorea al cartón con limaduras de hierro y se observa que éstas forman circunferencias concéntricas con el alambre. La regla de Ampere nos señala el sentido de las líneas de fuerza, pero también podemos aplicar

Para determinar cuál es el valor de la inducción magnética o densidad de flujo magnético (B) a una cierta distancia d de un conductor recto por el que

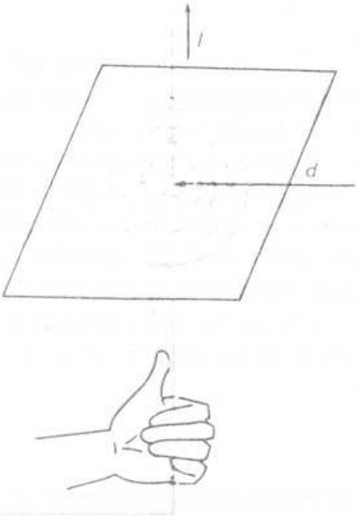


Fig. 14.5 Campo magnético formado por un conductor recto en el que circula una corriente. El dedo pulgar de la mano izquierda señala el sentido de la corriente (de negativo a positivo) y los otros dedos, el sentido del campo magnético.

circula una intensidad de corriente I, se aplica la siguiente expresión matematica:

donde: = inducción magnética o densidad de flujo magnético en un punto determinado perpendicular al conductor, se mide en teslas (T)

= permeabilidad del medio que rodea al conductor, se expresa en Tm/A

= intensidad de la corriente que circula por el conductor, su unidad en el SI es el ampere (A)

= distancia perpendicular entre el conductor y el punto considerado, se mide en metros (m)

Nota: Cuando el medio que rodea al conductor es no magnético o aire, la permeabilidad se considera como si se tratara del vacío, por tanto: $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A.

De acuerdo con la ecuación anterior se deduce que

. El espectro del campo magnético creado por ésta, se origina por líneas cerradas que rodean a la corriente y por una línea recta que es el eje central del círculo seguido por la corriente. Al aplicar la regla de la mano izquierda, en los diferentes puntos de la espira, obtendremos el sentido del campo magnético (figura 14.6).

Fig. 14.6 Campo magnético producido por una espira en la que circula una corriente eléctrica.

Para calcular el valor de la inducción magnética o densidad de flujo (B) en el centro de una espira se usa la siguiente expresión matemática:

donde: = inducción magnética en el centro de una espira, se mide en teslas (T)

= permeabilidad del medio en el centro de la espira, se expresa en Tm/A

= intensidad de la corriente que circula por la espira, su unidad en el SI es el ampere (A)

= radio de la espira, se mide en metros (m)

Si en lugar de una espira se enrolla un alambre de tal manera que tenga un número N de vueltas,

y el valor de su inducción magnética en su centro será igual a:

donde: = número de espiras

(figura 14.7)

. Cuando una corriente circula a través del solenoide, las líneas de fuerza del campo magnético generado se asemejan al campo producido por un imán en forma de barra.

. Para determinar cuál es el polo norte de un solenoide se aplica la regla de la mano izquierda: se coloca la mano izquierda en tal forma que los cuatro dedos señalen el sentido en el que circula la corriente eléctrica y e

.

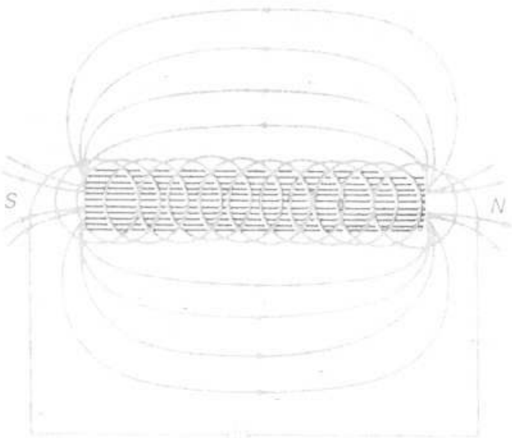


Fig. 14.7 Campo magnético producido por un solenoide en el cual circula una corriente eléctrica. Observe su similitud con el campo magnético formado por un imán de barra.

Para calcular el valor de la inducción magnética o densidad de flujo B en el interior de un solenoide, se utiliza la expresión matemática:

donde: = inducción magnética en el interior de un solenoide, se mide en teslas (T)

= número de vueltas o espiras

= permeabilidad del medio en el interior del solenoide, se expresa en Tm/A

= intensidad de la corriente calculada en amperes (A)

= longitud del solenoide medida en metros (m)

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE CAMPO MAGNETICO

Calcular la inducción magnética o densidad de flujo en el aire, en un punto a 10 cm de un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente de 3 A.

Datos

$\mu = \mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ Tm/A

$d = 10$ cm $= 0.1$ m

$I = 3$ A

Fórmula

$$B = \frac{\mu I}{2\,\pi d}$$

Sustitución y resultado

$$B = \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7}\ \text{Tm/A} \times 3\ \text{A}}{2 \times 3.14 \times 0.1\ \text{m}}$$

$=$

Determinar la inducción magnética en el centro de una espira cuyo radio es de 8 cm; por ella circula una corriente de 6 A. La espira se encuentra en el aire.

Datos

$r = 8$ cm $= 8 \times 10^{-2}$ m

$I = 6$ A

$\mu = \mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ Tm/A

Fórmula

$$B = \frac{\mu I}{2\,r}$$

Sustitución y resultado

$$B = \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7}\ \text{Tm/A} \times 6\ \text{A}}{2 \times 8 \times 10^{-2}\ \text{m}}$$

$=$

Una espira de 9 cm de radio se encuentra sumergida en un medio cuya permeabilidad relati-

va es de 15. Calcular la inducción magnética en el centro de la espira si a través de ella circula una corriente de 12 A.

Datos

$r = 9\text{ cm} = 9 \times 10^{-2}\text{ m}$
$\mu_r = 15$
$I = 12\text{ A}$

$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\text{ Tm/A}$

Fórmula

$$B = \frac{\mu I}{2\,r}$$

$\mu = \mu_r\,\mu_0$

Cálculo de la permeabilidad del medio

$\mu = 15 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}\text{ Tm/A}$
$=$

Sustitución y resultado

$$B = \frac{1.9 \times 10^{-5}\text{ Tm/A} \times 12\text{ A}}{2 \times 9 \times 10^{-2}\text{ m}}$$
$=$

Calcular el radio de una bobina que tiene 200 espiras de alambre en el aire por la cual circula una corriente de 5 A y se produce una inducción magnética en su centro de 8×10^{-3} T.

Datos

$N = 200$
$I = 5\text{ A}$
$B = 8 \times 10^{-3}\text{ T}$
$\mu = \mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\text{ Tm/A}$

Fórmula

$$B = \frac{N\mu I}{2\,r}\;\therefore\; r = \frac{N\mu I}{2\,B}$$

Sustitución y resultado

$$r = \frac{200 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}\text{ Tm/A} \times 5\text{ A}}{2 \times 8 \times 10^{-3}\text{ T}}$$
$=$

Un solenoide tiene una longitud de 15 cm y está devanado con 300 vueltas de alambre sobre un núcleo de hierro cuya permeabilidad relativa es de 1.2×10^4. Calcular la inducción magnética en el centro del solenoide cuando por el alambre circula una corriente de 7 mA.

Datos

$L = 15\text{ cm} = 15 \times 10^{-2}\text{ m}$
$N = 300$
$\mu_r = 1.2 \times 10^4$
$I = 7\text{ mA} = 7 \times 10^{-3}\text{ A}$

$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\text{ Tm/A}$

Fórmula

$$B = \frac{N\mu I}{L}$$

$\mu = \mu_r\,\mu_0$

Cálculo de la permeabilidad del hierro

$\mu = 1.2 \times 10^4 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}\text{ Tm/A}$
$=$

Sustitución y resultado

$$B = \frac{300 \times 15.1 \times 10^{-3}\text{ Tm/A} \times 7 \times 10^{-3}\text{ A}}{15 \times 10^{-2}\text{ m}}$$
$=$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Determinar la inducción magnética en el aire, en un punto a 6 cm de un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente de 2 A.

Respuesta:

$$B = 6.7 \times 10^{-6}\text{ T}$$

Calcular a qué distancia de un conductor recto existe una inducción magnética de 9×10^{-6} T, si se encuentra en el aire y por él circula una corriente de 5 A.

Respuesta:

$$d = 1.1 \times 10^{-1}\text{ m} = 11\text{ cm}$$

¿Cuál es el valor de la inducción magnética en el centro de una espira por la cual circula una corriente de 1 A, si está en el aire y su radio es de 11 cm?

Respuesta:

$$B = 5.7 \times 10^{-6}\text{ T}$$

4 Por una espira de 7 cm de radio que se encuentra sumergida en un medio con una permeabilidad relativa de 35, circula una corriente de 4 A. ¿Qué valor tiene la inducción magnética en el centro de la espira?

Respuesta:

$$B = 1.26 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

5 Calcular la intensidad de la corriente que debe circular por una bobina de 500 espiras de alambre en el aire, cuyo radio es de 5 cm, para que produzca una inducción magnética en su centro de 7×10^{-3} T.

Respuesta:

$$B = 1.1\ \text{A}$$

Calcular la longitud que debe tener un solenoide para que al ser devanado con 600 espiras de alambre sobre un núcleo de hierro, con una permeabilidad relativa de 1.25×10^{4}, produzca una inducción magnética de 0.5 T en su centro. Una corriente de 10 miliamperes circula por el alambre.

Respuesta:

$$L = 1.9 \times 10^{-1}\ \text{m} = 19\ \text{cm}$$

3 FUERZAS SOBRE CARGAS EN MOVIMIENTO DENTRO DE CAMPOS MAGNETICOS

. En virtud de que una corriente eléctrica es un flujo de electrones, cada uno de ellos constituye una partícula cargada en movimiento generadora de un campo magnético a su alrededor. Por ello,

. En general, los campos magnéticos actúan sobre las partículas cargadas desviándolas de sus trayectorias a consecuencia del efecto de una fuerza magnética llamada

Cuando una partícula cargada se mueve perpendicularmente a un campo magnético, recibe una fuerza magnética cuya dirección es perpendicular a la dirección de su movimiento y a la dirección de la inducción magnética o densidad de flujo; por tanto, la partícula se desvía y sigue

(figuras 14.8 y 14.9). Si la trayectoria de la partícula es , es decir, con una cierta inclinación respecto a las líneas de fuerza de un campo magnético,

(figura 14.10).

Fig. 14.8 Desviación de una partícula cargada q que describe una trayectoria circular como consecuencia de penetrar perpendicularmente a un campo magnético.

Fig. 14.9 Una partícula cargada q que se mueve paralelamente a las líneas del campo magnético no sufre ninguna desviación.

Una carga q cuyo movimiento es perpendicular a un campo magnético con una inducción magné-

tica B a una cierta velocidad v, recibe una fuerza F que se calcula con la siguiente expresión:

Cuando la trayectoria del movimiento de la partícula forma un ángulo θ con la inducción magnética B (figura 14.10), la magnitud de la fuerza recibida por la partícula será proporcional a la

Fig. 14.10 Una partícula cargada q que penetra en forma obli-

Cuando la carga que se mueve perpendicularmente a un campo magnético es positiva, se emplea la mano izquierda de la misma manera.

Fig. 14.11 Regla de los tres dedos, empleando la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza magnética que recibe una carga negativa, la cual penetra perpendicularmente a un campo magnético.

y sus unidades serán:

$$B = \frac{N}{C\frac{m}{s}}$$

como $\frac{C}{s}$ = ampere = A, entonces:

Por definición:

Fuerza sobre un conductor por el que circula una corriente

Como ya señalamos, un conductor por el que circula una corriente está rodeado de un campo magnético. Si el conductor se introduce en forma perpendicular a un campo magnético recibirá una fuerza lateral cuyo valor se determina con la expresión matemática:

donde: = fuerza magnética que recibe el conductor expresada en newtons (N)
= inducción magnética medida en teslas (T)
= intensidad de la corriente eléctrica que circula por el conductor medida en amperes (A)
= longitud del conductor sumergido en el campo magnético, se expresa en metros (m)

La demostración de la ecuación anterior la obtenemos a partir de la expresión usada para calcular la fuerza que recibe una carga en movimiento al penetrar perpendicularmente a un campo magnético, de la siguiente manera:

$$F = qvB \ldots (1)$$

Como v equivale a una longitud recorrida en un determinado tiempo, se tiene:

$$v = \frac{L}{t} \ldots (2)$$

Sustituyendo 2 en 1:

$$F = q\frac{L}{t}B \ldots (3)$$

Como q es la carga que circula por el conductor en un determinado tiempo t, la intensidad de la corriente es igual a:

$$\frac{q}{t} = I \ldots (4)$$

sustituyendo 4 en 3 nos queda:

$$F = BIL$$

De la misma manera que sucede para una carga móvil, si el conductor por el cual circula una corriente forma un ángulo θ con el campo magnético, la fuerza recibida se determina con la expresión:

Fuerza magnética entre dos conductores paralelos por los que circula una corriente

En virtud de que una carga en movimiento genera a su alrededor un campo magnético, cuando dos cargas eléctricas se mueven en forma paralela interactúan sus respectivos campos y se produce una fuerza magnética entre ellas.
es si las cargas que se mueven paralelamente son del mismo signo y se desplazan en igual sentido, o bien, cuando las cargas son de signo y movimiento contrarios. Evidentemente, será si las cargas son de igual signo y con diferente sentido; o si son de signo contrario y su dirección es en el mismo sentido.

Cuando se tienen dos alambres rectos, largos y paralelos y por ellos circula una corriente eléctrica (figura 14.13), debido a la interacción de sus cam-

pos magnéticos, se produce una fuerza entre ellos que puede calcularse con la siguiente expresión:

[illegible]

donde: F = fuerza magnética entre dos conductores rectos, largos y paralelos; se mide en newtons (N)

μ_0 = permeabilidad magnética del vacio igual a $4\ \pi \times 10^{-7}$ Tm/A

I_1 = intensidad de la corriente en el primer conductor calculada en amperes (A)

I_2 = intensidad de la corriente en el segundo conductor expresada en amperes (A)

L = longitud considerada de los conductores medida en metros (m)

r = distancia entre los dos conductores, también con sus unidades en metros (m)

La fuerza entre los alambres conductores paralelos será de atracción si las corrientes van en el mismo sentido, pero si éste es opuesto la fuerza será de repulsión. Recuérdese que para fines prácticos cuando los alambres se encuentran en el aire se considera como si estuvieran en el vacio.

Como la relación $\dfrac{\mu_0}{2\ \pi}$ equivale a:

$$\frac{\mu_0}{2\ \pi} = \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7}\ \dfrac{\text{Tm}}{\text{A}}}{2 \times 3.14}$$

$$= 2 \times 10^{-7}\ \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

y como:

$$\frac{\text{Tm}}{\text{A}} = \frac{\dfrac{\text{N}}{\text{Am}}\ \text{m}}{\text{A}} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

tenemos que:

$$\frac{\mu_0}{2\ \pi} = 2 \times 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

o bien:

$$\frac{\mu_0}{2\ \pi} = 2\ K_m$$

donde: K_m = constante magnética cuyo valor es $1 \times 10^{-7}\ \dfrac{\text{N}}{\text{A}^2}$

Por tanto, la expresión para calcular la fuerza magnética entre dos conductores paralelos por los que circula una corriente se reduce a:

[illegible]

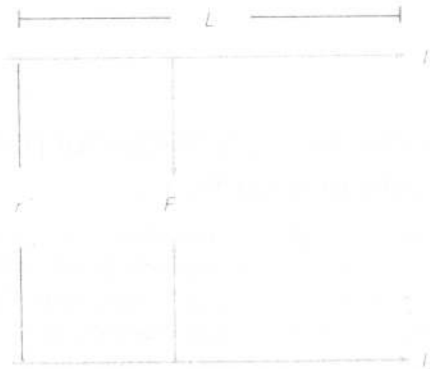


Fig. 14.13 Al circular una corriente en el mismo sentido a través de dos conductores paralelos, se produce entre ellos una fuerza magnética de atracción.

RESOLUCION DE PROBLEMAS DE FUERZAS SOBRE CARGAS EN MOVIMIENTO DENTRO DE CAMPOS MAGNETICOS

1. Un protón de carga 1.6×10^{-19} C penetra perpendicularmente en un campo magnético cuya inducción es de 0.3 T con una velocidad de 5×10^5 m/s. ¿Qué fuerza recibe el protón?

Datos | *Fórmula*

$q = 1.6 \times 10^{-19}$ C | $F = qvB$

$B = 0.3$ T

$v = 5 \times 10^5$ m/s

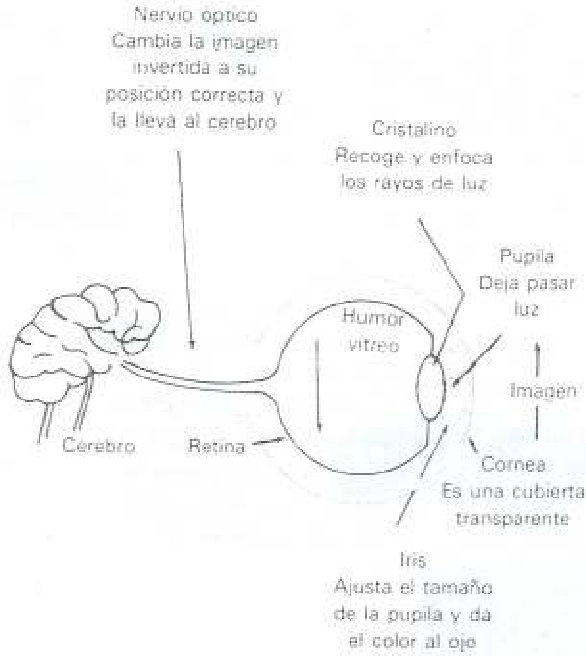


Fig. 16.27 Partes principales del ojo.

El estudio del funcionamiento del ojo ha permitido comprobar que los rayos luminosos penetran a él a través del cristalino, éste los recoge y los enfoca para formar la figura en la retina. Esta se constituye de finísimas células nerviosas fotosensibles que transmiten las señales al cerebro, el cual las interpreta en forma de imagen. Las células nerviosas reciben el nombre de bastones y conos. Los bastones son más sensibles a la luz que los conos, pues dejan de actuar al disminuir la iluminación; los bastones por su parte, continúan funcionando si perciben rayos luminosos aunque sean débiles. Debido a ello, podemos distinguir algunas cosas en medios casi oscuros, pero sin diferenciar sus colores. Como dato curioso, cabe señalar que

; sin embargo, esto no quiere decir que pueda ver las cosas en un cuarto totalmente oscuro, pues si no hay aunque sea una leve iluminación su visión es nula.

Si comparamos el ojo humano con el sistema óptico de una cámara fotográfica, tenemos las siguientes analogías:

La retina es como una pantalla localizada en la parte posterior del ojo; cuando recibe una imagen, la transmite por medio del nervio óptico al cerebro.

El cristalino actúa como una lente, gracias a su elasticidad; puede variar su curvatura para enfocar los objetos.

La pupila se comporta como un diafragma que se contrae o dilata para regular la intensidad luminosa.

. Es importante señalar que el consumo de alcohol o drogas produce una visión borrosa o doble y puede provocar daños irreversibles en los nervios ópticos.

2 OPTICA FISICA

La

En virtud de la naturaleza dual de la luz, que en ocasiones manifiesta un comportamiento de partícula y en otras de onda, como los fenómenos de interferencia, difracción y polarización de la luz, que no pueden ser explicados mediante la Teoría Corpuscular, es necesario analizarlos con mayor detalle en esta sección.

Como ya señalamos, fue Huygens el primero en proponer:

Interferencia y anillos de Newton

La

. Este fenómeno es una prueba contundente para comprobar si un movimiento es ondulatorio o no.

Newton observó el fenómeno de interferencia de la luz mediante los anillos que llevan su nombre. Los anillos de Newton se forman al reflejarse la luz en una lente de superficie curva y en una plana, como el de una placa de vidrio (figura 16.28). Cuando se hace reflejar la luz de una pared blanca en la lente y la placa de vidrio, en el punto donde éstos hacen contacto, se forma un punto oscuro y alrededor de él se verán en la lente curva una serie de anillos oscuros y brillantes.

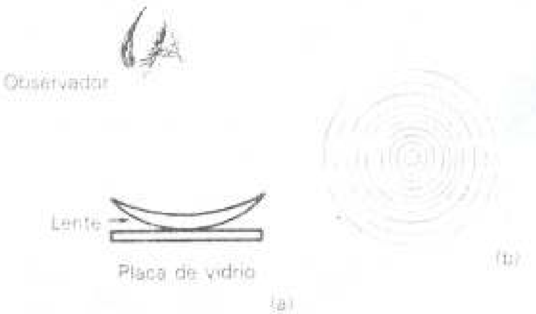


Fig. 16.28 En (a) vemos a la lente colocada sobre la placa de vidrio. En (b) se muestran los anillos de Newton vistos por un observador. Se forman por la interferencia de la luz, al ser reflejada.

La formación de anillos se puede explicar considerando que la luz se propaga como una onda. Originalmente las ondas de ambos rayos están en fase, pero una recorre más distancia que la otra y cuando se combinan o interfieren pueden no estar en la misma fase.

Newton al observar los anillos que se producían pudo haber propuesto una Teoría Ondulatoria para explicarlos; sin embargo, como no observó ninguna evidencia del fenómeno de difracción siguió considerando que la luz era de naturaleza corpuscular.

Difracción

Newton consideraba que si la luz estuviera realmente formada por ondas, la sombra proyectada por un cuerpo debería ser muy pequeña, o bien, ni siquiera existiría en algunos casos. El pensaba que la difracción en las orillas de los cuerpos debería ser mucho mayor de lo que se podía ver. Sin embargo, nunca se imaginó que la longitud de las ondas luminosas es demasiado pequeña y, por tanto, debió utilizar aberturas mínimas para observarla.

Como se sabe la es otro fenómeno que comprueba que la propagación de la luz es por medio de ondas, la cual . La primera observación sobre la difracción de la luz fue hecha en 1801 por el físico y médico inglés Thomas Young.

Cuando un haz luminoso es interceptado por una pantalla opaca que tiene una pequeñísima abertura, el rayo luminoso que la atraviesa se convierte en un haz de forma cónica y la ranura actúa como una fuente de ondas secundarias. En conclusión, . La manifestación de la difracción generalmente tiene como consecuencia el fenómeno de interferencia.

Polarización de la luz

Otro fenómeno que comprueba la naturaleza ondulatoria de la luz es el fenómeno de la . Recordemos que, cuando un movimiento ondulatorio es longitudinal, las partículas vibran en la misma dirección de propagación de la onda; tal es el caso del . Pero si el movimiento ondulatorio es transversal, las partículas vibran perpendicularmente en cualquiera de las direcciones de propagación de la onda.

Científicamente se explica la polarización de la luz considerando que . En forma experimental se puede tratar de reproducir este tipo de vibración, atando una cuerda por uno de sus extremos (figura 16.29) y moviendo el otro primero de arriba hacia abajo y luego de izquierda a derecha en una rápida sucesión de movimientos. Al colocar una reja de madera como la marcada con el número uno, las rejillas

verticales sólo permitirán el paso de las vibraciones que van de arriba hacia abajo; es decir, la onda se ha convertido en polarizada plana, pues todas sus vibraciones están en un solo plano y en nuestro caso, es el vertical. Cuando la vibración pasa a la reja número dos de rejillas horizontales, el movimiento deja de ser ondulatorio.

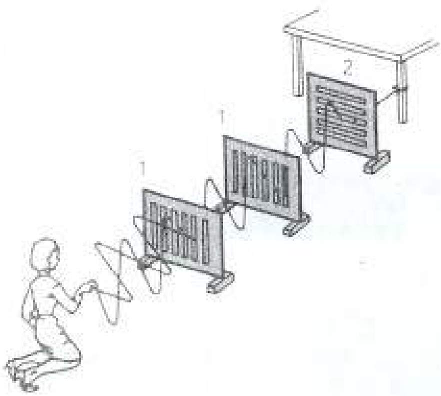


Fig. 16.29 Polarización mecánica de las ondas transversales producidas en una cuerda que se mueve de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha.

En la actualidad es muy común encontrar en el comercio lentes polarizados que impiden el deslumbramiento reflejado en las carreteras o el pavimento.

La más común es por reflexión. Ejemplo: la luz reflejada por la arena de una playa se encuentra parcialmente polarizada en el plano horizontal, debido a ello, los filtros polarizadores de las lentes se disponen de tal manera que puedan suprimir los rayos que están polarizados horizontalmente. Dichas lentes

Los cristales son de forma muy alargada y se orientan en una misma dirección al aplicárseles un campo eléctrico intenso, esto permite que las lentes polarizadas sólo dejen pasar los rayos luminosos hallados en el mismo plano en que están orientados los cristales.

Propiedades electromagnéticas de la luz

Cuando un electrón se encuentra en movimiento, produce efectos que son en parte eléctricos y en parte magnéticos. La fuente vibrante que produce una onda de radio en una antena transmisora está constituida por electrones que oscilan de un lado a otro en un tiempo muy breve. Como éstas se producen por fluctuaciones en los campos eléctricos y magnéticos que provocan los electrones oscilantes, reciben el nombre de

Los científicos han determinado que la luz visible, los rayos infrarrojos y los ultravioleta, también están constituidos por ondas electromagnéticas. Fue el físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879) el primero en proponer la naturaleza electromagnética de la luz, él consideró lo siguiente:

Maxwell calculó la velocidad de la propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, mediante la ecuación:

donde: = constante de la Ley de Coulomb y cuyo valor es $9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$

= constante magnética de Biot-Savart y cuyo valor es $1 \times 10^{-7}\ N/A^2$

Al sustituir estos datos en su ecuación, Maxwell encontró un valor de para la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas. Valor igual a la velocidad de propagación de la luz. Esto le permitió proponer que la luz está formada por ondas electromagnéticas, las cuales se pueden propagar aun en el vacío sin necesidad de un medio material. Con ello , y que suponían existía en todo espacio, así como en el vacío.

La diferencia básica entre las diferentes clases de radiación que constituyen el llamado espectro electromagnético se debe a su frecuencia y a su longitud de onda; la de radio es de unos 400 m, mientras que la longitud de una onda luminosa puede ser de 6×10^{-7} m. No obstante, su velocidad de

verticales sólo permitirán el paso de las vibraciones que van de arriba hacia abajo; es decir, la onda se ha convertido en polarizada plana, pues todas sus vibraciones están en un solo plano y en nuestro caso, es el vertical. Cuando la vibración pasa a la reja número dos de rejillas horizontales, el movimiento deja de ser ondulatorio.

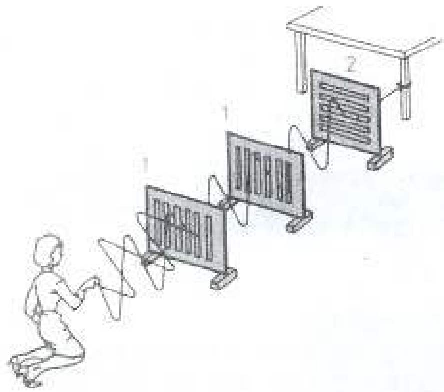


Fig. 16.29 Polarización mecánica de las ondas transversales producidas en una cuerda que se mueve de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha.

En la actualidad es muy común encontrar en el comercio lentes polarizados que impiden el deslumbramiento reflejado en las carreteras o el pavimento. . La más común es por reflexión. Ejemplo: la luz reflejada por la arena de una playa se encuentra parcialmente polarizada en el plano horizontal, debido a ello, los filtros polarizadores de las lentes se disponen de tal manera que puedan suprimir los rayos que están polarizados horizontalmente. Dichas lentes

Los cristales son de forma muy alargada y se orientan en una misma dirección al aplicárseles un campo eléctrico intenso, esto permite que las lentes polarizadas sólo dejen pasar los rayos luminosos hallados en el mismo plano en que están orientados los cristales.

Propiedades electromagnéticas de la luz

Cuando un electrón se encuentra en movimiento, produce efectos que son en parte eléctricos y en parte magnéticos. La fuente vibrante que produce una onda de radio en una antena transmisora está constituida por electrones que oscilan de un lado a otro en un tiempo muy breve. Como éstas se producen por fluctuaciones en los campos eléctricos y magnéticos que provocan los electrones oscilantes, reciben el nombre de

Los científicos han determinado que la luz visible, los rayos infrarrojos y los ultravioleta, también están constituidos por ondas electromagnéticas. Fue el físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879) el primero en proponer la naturaleza electromagnética de la luz, él consideró lo siguiente:

Maxwell calculó la velocidad de la propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, mediante la ecuación:

donde: = constante de la Ley de Coulomb y cuyo valor es 9×10^9 Nm^2/C^2

= constante magnética de Biot-Savart y cuyo valor es 1×10^{-7} N/A^2

Al sustituir estos datos en su ecuación, Maxwell encontró un valor de para la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas. Valor igual a la velocidad de propagación de la luz. Esto le permitió proponer que la luz está formada por ondas electromagnéticas, las cuales se pueden propagar aun en el vacío sin necesidad de un medio material. Con ello , y que suponían existía en todo espacio, así como en el vacío.

La diferencia básica entre las diferentes clases de radiación que constituyen el llamado espectro electromagnético se debe a su frecuencia y a su longitud de onda; la de radio es de unos 400 m, mientras que la longitud de una onda luminosa puede ser de 6×10^{-7} m. No obstante su velocidad de

propagación en el vacío es la misma: 300 mil km/s. En el cuadro 16.2 se dan los valores de la longitud de onda y la frecuencia de las distintas radiaciones que forman el espectro electromagnético.

Cuadro 16.2 ESPECTRO ELECTROMAGNETICO

Tipo de radiación	Frecuencia en ciclo/s	Longitud de onda en el vacío en m/ciclo
Rayos gamma	mayor que 1×10^{19}	menor que 1×10^{-11}
Rayos X	mayor que 3×10^{16}	menor que 1×10^{-8}
Rayos ultravioleta	de 8×10^{14} a 3×10^{16}	de 1×10^{-8} a 3.8×10^{-7}
Rayos de luz visible	de 4×10^{14} a 8×10^{14}	de 3.8×10^{-7} a 7.5×10^{-7}
Rayos infrarrojos	de 3×10^{11} a 4×10^{14}	de 7.5×10^{-7} a 1×10^{-3}
Ondas de radio y microondas	menor de 1×10^{13}	varía de algunos milímetros hasta miles de metros por cada ciclo

. Tal es el caso de los rayos infrarrojos emitidos por el Sol o cualquier fuente de energía calorífica.

La luz visible

Las radiaciones de la luz visible suministran la energía necesaria para que las plantas verdes realicen la fotosíntesis. Es decir, éstas por la acción de la luz transforman sustancias simples, como el agua, bióxido de carbono y nitrato, en compuestos complejos, como lípidos, glúcidos y prótidos, sustancias alimenticias necesarias para su desarrollo.

La luz ultravioleta [illegible]. Sólo algunos insectos son capaces de distinguirla. Dichas radiaciones emitidas por el Sol, pueden causar quemaduras en la piel sin necesidad de calentarla. Ello explica por qué la piel se quema, en un día frío. Las lociones bronceadoras protegen la piel al eliminar aquellas radiaciones que producen quemaduras.

Los rayos X

(figura 16.30).

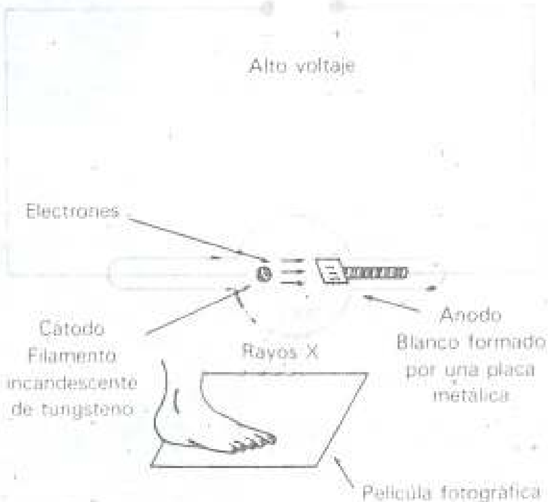


Fig. 16.30 Producción de rayos X, utilizados para tomar la radiografía de un pie.

. Estos rayos por ser penetrantes se utilizan para las radiografías de huesos y órganos internos. También se emplean para destruir células cancerosas, pero una exposición continua y no controlada de ellos puede dañar las partes de las células reproductoras que controlan la herencia. Si esto llega a suceder, los niños de personas expuestas a los rayos X pueden nacer con defectos orgánicos.

. Son más penetrantes que los rayos X y se usan para el tratamiento de algunas células cancerosas. Su manejo debe ser muy cuidadoso y con equipo especial.

ESPEJOS PLANOS Y CONCAVOS

Objetivos: Determinar experimentalmente las características de la imagen de un objeto en un espejo plano. Encontrar la expresión matemática para calcular el número de imágenes que se producirán en dos espejos planos angulares. Hallar la distancia focal de un espejo esférico cóncavo.

Consideraciones teóricas

Cuando la luz llega a la superficie de un cuerpo, ésta se refleja total o parcialmente en todas direcciones. Si la superficie es lisa, como en un espejo, los rayos son reflejados en una sola dirección. Toda superficie que refleje los rayos de luz recibe el nombre de espejo. Al estar frente a un espejo plano vemos nuestra imagen en él, dicha imagen es derecha porque tiene nuestra misma posición; es virtual porque se ve como si estuviera dentro del espejo; y es simétrica porque queda aparentemente a la misma distancia que la observada en el espejo. En el laboratorio se observará la trayectoria de un rayo de luz, este rayo antes de reflejarse recibe el nombre de rayo incidente, y después de la reflexión se llama reflejado.

Se forman espejos planos angulares al unir dos espejos planos por uno de sus lados y con un cierto ángulo. Al colocar un objeto en medio de ellos, se observarán un número *N* de imágenes que dependerá de la medida de dicho ángulo.

Los espejos esféricos son casquetes de una esfera hueca, los cuales reflejan los rayos luminosos que inciden en ellos. Son cóncavos si la superficie reflectora es la interior y convexos si es la exterior. El foco o distancia focal de un espejo esférico es el punto del eje principal en que coinciden los rayos reflejados y se encuentra a la mitad del radio.

Material empleado

Papel blanco, dos espejos planos, un bloque de madera, cuatro alfileres, tres reglas graduadas, un transportador, una moneda, un espejo cóncavo, una vela, una pantalla, unos cerillos y un cuarto oscuro.

Desarrollo de la actividad experimental

PRIMERA PARTE

Coloque sobre la mesa una hoja de papel blanco y sobre ella sostenga un espejo plano en posición vertical para lo cual puede unirlo a un bloque de madera como se ve en la figura 16.31. Trace una recta AA' en la hoja de papel que señale la superficie reflectora del espejo.

Clave dos alfileres en dos lugares del papel y dibuje entre ellos una línea que llegue hasta la superficie del espejo, como se ve en la figura 16.31:

Incline su cuerpo, de tal manera que uno de sus ojos quede sobre la superficie de la mesa, en una posición que le permita ver las imágenes reflejadas de los alfileres alineados con su ojo. Señale con otros dos alfileres clavados en la hoja, la línea que señalará el rayo reflejado.

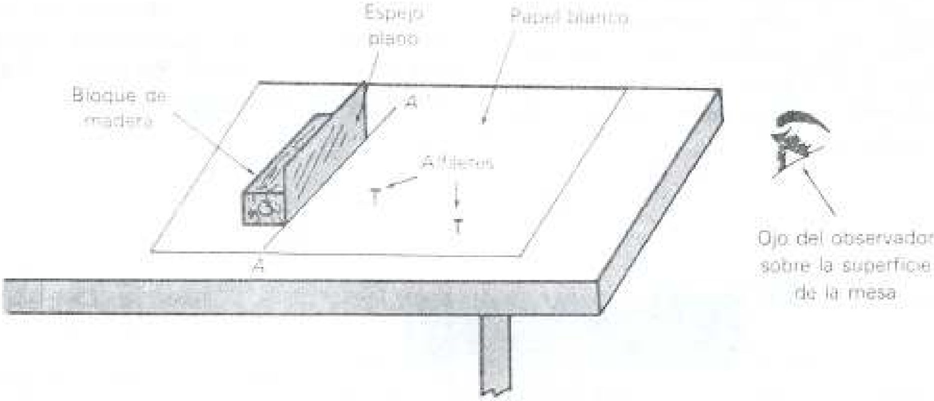


Fig. 16.31 Reflexión de la imagen en un espejo plano.

La línea que dibujó con los dos alfileres en el punto 2 representa el rayo de luz incidente. Con los dos alfileres clavados después, trace una línea representativa del rayo reflejado que llegue hasta la superficie del espejo. Si se ha realizado correctamente la actividad experimental, las dos líneas deben coincidir en la superficie reflectora del espejo; en caso contrario, repita el proceso en otra hoja de papel.

Como el ángulo de incidencia es el ángulo existente entre el rayo incidente y la perpendicular o normal a la superficie reflectora considerada en el punto de reflexión del rayo, y el ángulo de reflexión es el ángulo entre el rayo reflejado y la normal; dibuje la normal en la hoja de papel y después mida el valor del ángulo de incidencia y de reflexión. Anótelos en su cuaderno.

Cuestionario

¿Cómo es la imagen en un espejo plano, real o virtual? Explique.

¿Cuáles son las características de la imagen de un objeto en un espejo plano?

¿Cuál es la relación entre el ángulo de incidencia y el de reflexión en un espejo plano?

SEGUNDA PARTE

Coloque dos espejos planos formando un ángulo de 90° como se ve en la figura 16.32, ponga una moneda o un objeto frente a ellos y cuente el número de imágenes que se observan en los dos espejos.

Fig. 16.32 Imágenes formadas de un objeto en dos espejos planos con un ángulo de 90°.

Con ayuda de un transportador varíe el ángulo entre los espejos angulares en intervalos de 15° y cuente el número de imágenes que se ven en cada caso, llene el cuadro 16.3 con los resultados obtenidos. En la tercera columna divida 360° entre cada valor del ángulo α que forman los espejos angulares.

Cuadro 16.3 NUMERO DE IMAGENES OBTENIDAS AL VARIAR EL ANGULO (DATOS EXPERIMENTALES)

Angulo (α)	No. de imágenes	$\frac{360°}{\alpha}$
90°		
75°		
60°		
45°		
30°		

Cuestionario

¿Qué sucede con el número de imágenes formadas a medida que el ángulo entre los espejos planos disminuye?

¿Qué observa al comparar los resultados de la segunda columna con los de la tercera del cuadro 16.3. Proponga una fórmula que permita calcular el número de imágenes observables de un objeto colocado frente a unos espejos angulares.

TERCERA PARTE

Monte un dispositivo como el mostrado en la figura 16.33, en un cuarto que tenga cortinas para oscurecerlo.

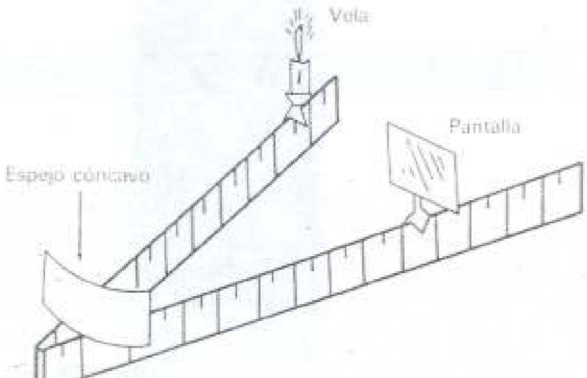


Fig. 16.33 Dispositivo para medir la distancia focal de un espejo esférico.

Coloque la vela encendida a unos 4.5 m del espejo cóncavo. Acerque la pantalla al espejo y retírela lentamente hasta ver una imagen nítida de la flama en la pantalla. Mida y registre la distancia que hay del centro del espejo a la pantalla, misma que representará la distancia focal del espejo y que se encuentra a la mitad del radio de curvatura.

Mueva la vela a una distancia del espejo igual a tres veces la distancia focal del mismo ($3\,f$). Acerque la pantalla al espejo y retírela en forma lenta hasta obtener una imagen bien definida de la flama. Mida y registre el tamaño y la distancia de la imagen y contrástela con el tamaño y la distancia de la imagen a una distancia $2\,f$, $1.5\,f$, $1\,f$ y $\frac{1}{2}\,f$ del espejo. Llene con los datos obtenidos el cuadro 16.4.

Cuadro 16.4 DISTANCIAS Y TAMAÑOS DE LAS IMAGENES (DATOS EXPERIMENTALES)

Distancia de la vela al espejo	Distancia de la imagen en la pantalla al espejo	Tamaño de la imagen	Tamaño de la vela
4.5 m			
3 f			
2 f			
1.5 f			
1 f			
$\frac{1}{2} f$			

Cuestionario

¿Cómo se define el foco de un espejo esférico?
¿Que es un espejo esférico, cóncavo y uno convexo?
Mediante un dibujo represente los elementos principales de un espejo esférico.
Dibuje cada uno de los tres rayos fundamentales que permiten encontrar las caracteristicas de la imagen que se forma de un objeto colocado frente a un espejo esférico.
Con base en los datos obtenidos en el cuadro 16.4 describa cómo fue la distancia de la imagen al espejo y su tamaño, al colocarse a una distancia del espejo de 3 f, 2 f, 1.5 f, 1 f y $\frac{1}{2} f$.

Resumen

La *óptica* es la parte de la Fisica encargada del estudio de la luz y de los fenómenos que produce. Desde tiempos muy remotos al hombre le ha inquietado saber qué es la luz y cuál es la causa por la que vemos las cosas. A fines del siglo XVII existian dos teorías que trataban de explicar la naturaleza de la luz; una propuesta por Newton, quien señalaba: la luz está constituida por numerosos corpúsculos o partículas emitidas por cualquier cuerpo luminoso, dichas particulas al chocar con nuestra retina nos permiten ver los objetos. La otra teoría era la propuesta por Huygens, quien opinaba: la luz es un fenómeno ondulatorio semejante al sonido, por tanto, su propagación es de la misma naturaleza que la de una onda.
Las dos teorías anteriores explicaban satisfactoriamente las tres caracteristicas de la luz descubiertas hasta entonces, éstas eran: 1. *Propagación rectilínea* 2. *Reflexión* 3. *Refracción*. Posteriormente se descubrió que la luz también presentaba los fenómenos de interferencia y difracción, los cuales son determinantes para comprobar que se trata de una onda y no de una partícula. Ello inclinó la balanza hacia la Teoría Ondulatoria de Huygens,

y los físicos supusieron la existencia de un medio material llamado éter en todo espacio y aun en el vacío, por eso la luz se transmitía en este último. En 1865 Maxwell propone que la luz está formada por ondas electromagnéticas que se propagan también en el vacío a 300 mil km/s. Esto descartaba la existencia de la sustancia llamada éter. Sin embargo, a fines del siglo XIX se descubre el efecto fotoeléctrico y más adelante el efecto Compton, los cuales sólo se pueden explicar si se considera que la luz está formada por partículas.

Estamos a fines del siglo XX y no sabemos con exactitud qué es la luz. Los científicos consideran que ésta tiene una naturaleza dual, pues algunas veces se comporta como ondas y en otras como partículas. En conclusión puede decirse que se trata de una energía radiante transportada por fotones y transmitida por un campo ondulatorio.

La óptica para su estudio se divide de la siguiente manera: a) *Optica geométrica*; estudia aquellos fenómenos y elementos ópticos mediante el empleo de líneas rectas y geometría plana. b) *Optica física*; estudia los fenómenos ópticos al utilizar la Teoría del Carácter Ondulatorio de la Luz. c) *Optica electrónica*; trata de los aspectos cuánticos de la luz.

La luz se propaga en línea recta a una velocidad de 300 mil km/s en el vacío. El astrónomo Olaf Röemer fue el primero en determinar la velocidad de ésta en forma aproximada. Michelson obtuvo en 1907 el Premio Nobel de Física por haber calculado con mucha exactitud la velocidad de la luz.

La *fotometría* es la parte de la óptica cuyo objeto es medir las intensidades de las fuentes luminosas y las iluminaciones de las superficies. A los cuerpos que producen luz, como es el caso del Sol, un foco, una hoguera o una vela, se les llama luminosos y a los que la reciben, iluminados. La intensidad luminosa es la cantidad de luz producida o emitida por un cuerpo radiante. Para medirla se usa en el SI la candela y en el CGS la bujía decimal.

El *flujo luminoso* es la cantidad de energía luminosa que atraviesa en la unidad de tiempo una superficie normal a los rayos de luz. Su unidad de medida en el SI es el lumen.

La *iluminación* es la cantidad de luz que reciben las superficies de los cuerpos; su unidad es el lux. La Ley de la Iluminación o Ley Inversa del Cuadrado dice: la iluminación E que recibe una superficie es directamente proporcional a la intensidad de la fuente luminosa I, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d que existe entre la fuente y la superficie. En forma matemática se expresa:

$$E = \frac{I}{d^2}$$

Cuando la luz llega a la superficie de un cuerpo, ésta se refleja y difunde total o parcialmente en todas direcciones. Existen dos leyes de la reflexión: 1. El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado se encuentran en un mismo plano. 2. El ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia.

Se forman *espejos planos angulares* al unir dos espejos planos por uno de sus lados con un cierto ángulo. El número de imágenes se calcula con la expresión:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1$$

Los *espejos esféricos* son casquetes de una esfera hueca, los cuales reflejan los rayos luminosos que inciden en ellos. Son cóncavos si la superficie reflectora es la interior y convexos si es la exterior. Se puede construir gráficamente la imagen de un objeto colocado frente a un espejo esférico al cruzar cuando menos dos rayos fundamentales.

La *refracción de la luz* consiste en la desviación que sufren los rayos luminosos al llegar a la superficie de separación entre dos sustancias o medios de diferente densidad excepto cuando los rayos inciden perpendicularmente a la superficie de separación. Las leyes de la refracción son: 1a. El rayo incidente, la normal y el rayo refractado se encuentran siempre en el mismo plano; 2a. Para cada par de sustancias transparentes, la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción, tiene un valor constante denominado índice de refracción.

Las *lentes* son cuerpos transparentes limitados por dos superficies esféricas o por una esférica y una plana. Se emplean para desviar los rayos luminosos con base en las leyes de refracción. Se dividen en convergentes y divergentes. Las primeras son aquellas cuyo espesor disminuye del centro hacia los bordes, por ello su centro es más grueso que sus orillas. Tienen la propiedad de desviar los rayos hacia el eje y hacerlos converger en un punto llamado foco. En las lentes divergentes su grosor es menor de los bordes hacia el centro, razón por la cual los extremos son más gruesos. Tienen la propiedad de desviar los rayos hacia el exterior, alejándolos del eje óptico de la lente.

La imagen formada de un objeto en una lente se encuentra gráficamente al utilizar los mismos rayos fundamentales de los espejos esféricos. Mientras en éstos los rayos se reflejan, en las lentes se refractan.

El nombre de *telescopio* se le da a aquellos instrumentos que sirven para observar a los astros . Existen dos tipos de telescopios: los refractores y los reflectores. El telescopio refractor es un gran anteojo constituido por un objetivo y un ocular. En un telescopio reflector, el objetivo en lugar de ser una lente convergente es un espejo cóncavo, generalmente parabólico, que refleja los rayos luminosos y los concentra en un foco.

El *microscopio* es otro instrumento óptico, el cual permite ver objetos muy pequeños. El microscopio electrónico es más potente que el óptico.

El *ojo humano* se parece a una cámara fotográfica. La retina es como una pantalla que se encuentra en la parte posterior del ojo, cuando ésta recibe una imagen la transmite por medio del nervio óptico al cerebro; el cristalino actúa como una lente que al variar su curvatura enfoca los objetos; la pupila se comporta como un diafragma que se contrae o dilata regulando la intensidad luminosa.

La *óptica física* estudia los fenómenos ópticos con base en la Teoría del Carácter Ondulatorio de la Luz. Huygens fue el primero en proponer que

la luz era un fenómeno ondulatorio y los fenómenos de interferencia, difracción y polarización reforzaban su teoría. La interferencia se produce al superponer en forma simultánea dos o más trenes de ondas. Este fenómeno es una prueba contundente para comprobar si un movimiento es ondulatorio o no. Newton observó el fenómeno de interferencia mediante los anillos que llevan su nombre, pero al no observar ningún fenómeno de difracción siguió considerando a la luz como partículas.

La *difracción* es otro fenómeno que comprueba que la propagación de la luz es por medio de ondas. Se produce cuando una onda encuentra un obstáculo en su camino, lo rodea o lo contornea. El fenómeno de la polarización de la luz también comprueba su naturaleza ondulatoria. Científicamente se explica la polarización de la luz, considerando que las vibraciones de una onda luminosa son transversales. La luz se puede polarizar por reflexión, doble refracción y absorción selectiva. La más común es por reflexión.

Cuando un electrón se encuentra en movimiento produce efectos, éstos son en parte eléctricos y en parte magnéticos. Como las *ondas de radio* se producen por fluctuaciones en los campos eléctrico y magnético que provocan los electrones oscilantes, reciben el nombre de ondas electromagnéticas. La *luz visible*, los rayos infrarrojos y los rayos ultravioletas, también están constituidos por ondas electromagnéticas; Maxwell fue el primero en proponer y comprobar que todas las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío a una velocidad de 300 mil km/s. La diferencia básica entre las diferentes clases de radiación que constituyen el llamado espectro electromagnético, se debe a su frecuencia y a su longitud de onda. Las *ondas de radio* se crean por electrones que oscilan en una antena transmisora; los *rayos infrarrojos* son llamados también rayos térmicos y son emitidos por el Sol o por cualquier fuente de energía calorífica. La luz visible es sólo una porción de los distintos rayos del espectro electromagnético, y son los únicos que puede percibir el ojo humano. La *luz ultravioleta* recibe el nombre de luz negra porque no es visible para el ojo humano. Los *rayos X* se producen cuando un haz de electrones que viaja a gran velocidad, es frenado bruscamente al chocar con un blanco. La energía que pierden los electrones se convierte en la energía de los rayos X. Los *rayos gamma* se producen durante las transformaciones nucleares, son más penetrantes que los rayos X y se usan, como éstos, en el tratamiento de algunas células cancerosas. Su manejo debe ser muy cuidadoso y con equipo especial.

AUTOEVALUACION

Escriba en su cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas. Si se le presentan dudas al responder vuelva a leer la sección correspondiente del libro, la cual viene señalada al final de cada pregunta para su fácil localización.

Defina qué es óptica y describa en forma breve su desarrollo histórico. (Introducción de la unidad 16)

Escriba las teorías propuestas por Newton y Huygens, respectivamente, sobre la naturaleza de la luz. (Introducción de la unidad 16)
Diga cuáles eran los tres fenómenos que podían ser explicados por cualquiera de las dos teorías sobre la naturaleza de la luz. (Introducción de la unidad 16)
¿Cuáles son los fenómenos que no se pueden explicar con la Teoría Corpuscular de la Luz? (Introducción de la unidad 16)
Explique qué concepto tenían antiguamente los físicos sobre la sustancia o medio material llamado éter. (Introducción de la unidad 16)
Según Maxwell cómo está formada la luz y cuáles son sus características. (Introducción de la unidad 16)
¿Qué descubrimientos hubo a fines del siglo XIX que hicieron renacer la Teoría Corpuscular de la Luz? (Introducción de la unidad 16)
Explique cuál es el concepto que en la actualidad se tiene sobre la naturaleza de la luz. (Introducción de la unidad 16)
¿Cómo se divide a la óptica para su estudio? (Introducción de la unidad 16)
Explique cuál es el fundamento principal de la óptica geométrica. (Sección 1)
Mediante un dibujo explique la propagación rectilínea de la luz. (Sección 1)
Describa brevemente, utilizando dibujos, los métodos de Roemer y Michelson para determinar la velocidad de la luz. (Sección 1)
Diga qué estudia la fotometría. (Sección 1)
¿Qué se entiende por cuerpo luminoso y por cuerpo iluminado? Cite ejemplos de cada uno de ellos. (Sección 1)
Defina qué se entiende por: intensidad luminosa, candela, bujía decimal y flujo luminoso. (Sección 1)
¿Cuándo se dice que una superficie está iluminada? ¿Qué se entiende por iluminación de un lux? (Sección 1)
Explique la Ley de la Iluminación y escriba su expresión matemática. (Sección 1)
Defina el concepto de reflexión de la luz y escriba sus dos leyes. (Sección 1)
Mencione qué se entiende por imagen real y por imagen virtual. (Sección 1)
¿A qué se les llama espejos angulares? Diga también cómo se calcula el número de imágenes en ellos. (Sección 1)
Describa las características de un espejo esférico, y diga cuándo son cóncavos y cuándo convexos. (Sección 1)
Dibuje los elementos principales de un espejo esférico. (Sección 1)
Mediante dibujos explique cada uno de los tres rayos fundamentales de los espejos esféricos. (Sección 1)
Encuentre gráficamente las características de la imagen que se forma de un objeto al colocarse entre el foco y el vértice de un espejo esférico. (Sección 1)
¿Cuándo se produce la refracción de la luz? ¿Cómo es la desviación que sufre un rayo luminoso al pasar a un medio más denso y a uno menos denso? (Sección 1)
Escriba el enunciado de las dos leyes de la refracción. (Sección 1)
Explique cómo puede calcularse el índice de refracción para cada par de sustancias en función de la velocidad de los rayos luminosos. (Sección 1)
Explique qué es una lente y cuál es su división. (Sección 1)

¿Qué características tiene una lente convergente y cuáles una lente divergente? (Sección 1)
Mencione el uso de las lentes convergentes y las divergentes. (Sección 1)
¿Cuándo son recomendables las lentes de contacto de material plástico? (Sección 1)
Mediante un dibujo, señale las partes principales de una lente. (Sección 1)
Diga qué sucede cuando un rayo pasa paralelamente al eje principal de una lente: a) convergente; b) divergente. (Sección 1)
Explique cómo se obtiene gráficamente la imagen formada de un objeto en una lente convergente y en una divergente. (Sección 1)
Escriba la expresión matemática de las ecuaciones de las lentes en su forma newtoniana y gaussiana, para encontrar las características de la imagen formada de un objeto en una lente. (Sección 1)
¿Qué consideraciones deben hacerse al aplicar las ecuaciones de las lentes? (Sección 1)
¿Qué es un telescopio y cuántos tipos de ellos hay? Descríbalos brevemente. (Sección 1)
¿Para qué se utiliza un miscropio y qué beneficios ha traído su uso? (Sección 1)
Mencione las principales partes del ojo humano y diga por qué se le compara con una cámara fotográfica. (Sección 1)
¿Qué estudia la óptica física? (Sección 2)
Explique en qué consiste el fenómeno de interferencia y diga a qué se le llama anillos de Newton. (Sección 2)
Describa el fenómeno de difracción de la luz. (Sección 2).
Explique en qué consiste la polarización de la luz y el funcionamiento de las lentes polarizadas. (Sección 2)
Explique a qué se le llaman ondas electromagnéticas. (Sección 2)
¿Cómo llegó Maxwell a la conclusión de que la luz estaba formada por ondas electromagnéticas? (Sección 2)
¿Cuál es la diferencia básica entre las diferentes clases de radiación que constituyen el llamado espectro electromagnético? (Sección 2)
Explique brevemente lo siguiente: a) ¿Qué son las ondas de radio?; b) ¿Qué son los rayos infrarrojos?; c) ¿A qué se le llama luz visible?; d) ¿Qué es la luz ultravioleta?; e) ¿Qué son los rayos X y para qué se usan?; f) ¿Qué son los rayos gamma y qué cuidados se deben tener con ellos? (Sección 2)

17 FISICA MODERNA

¿Qué diferencia hay entre la Física Clásica y la Física Moderna? La Física Clásica se encarga de estudiar todos los fenómenos en los que intervienen cuerpos macroscópicos, los cuales adquieren velocidades muy pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. La Física Moderna, por su parte, estudia los fenómenos producidos por partículas microscópicas, como son: los átomos, las moléculas, los núcleos atómicos y las partículas atómicas, en los que además sus velocidades son tan grandes que tienen valores iguales o cercanos a la velocidad de la luz.

Así pues, cuando analizamos fenómenos cotidianos cuyas velocidades son relativamente pequeñas y los cuerpos son macromoleculares, los principios y leyes de la Física Clásica son totalmente válidos. Pero al penetrar en el misterioso y fascinante mundo microscópico donde las velocidades son muy grandes, es necesario sustituir las leyes de la Física Clásica por otras teorías más revolucionarias, como son: la Teoría Cuántica y la Teoría de la Relatividad.

Desde fines del siglo XIX el estudio de la Física ha tenido un notable desarrollo, mismo que ha sido posible gracias al empleo de aparatos y técnicas experimentales cada vez más perfeccionadas. Además, se han hecho grandes descubrimientos acerca del átomo, de su núcleo y de las radiaciones producidas por partículas atómicas.

Albert Einstein (1879-1955), al igual que Isaac Newton (1642-1727), es reconocido como uno de los científicos que más aportaciones ha dado al desarrollo de la ciencia. Einstein nació en Alemania y en 1940 se nacionalizó como ciudadano estadounidense. En 1905 publicó varios trabajos, entre ellos estaba uno referente al efecto fotoeléctrico; éste consiste en la transformación de energía luminosa a energía eléctrica cuando un rayo de luz de determinada frecuencia incide sobre una placa metálica arrancándole electrones, por tanto, se genera una corriente eléctrica. Einstein explicó dicho fenómeno aplicando la Teoría Cuántica propuesta por Planck, pues por medio de la Física Clásica no es posible darle una justificación. En 1907 publicó su trabajo referente a la Teoría Especial de la Relatividad, misma que por su transcendencia y aplicaciones constituye uno de los fundamentos más importantes de la Física Moderna. Dicha teoría hace una descripción de las leyes físicas en sistemas de referencia inerciales, que son aquellos en los cuales no hay aceleración, es decir, estos sistemas se encuentran en reposo o se mueven a una velocidad constante. Durante mucho tiempo esta teoría solamente era comprendida por un grupo reducido de físicos y matemáticos expertos en la materia, porque para su interpretación es necesario el dominio de la Física y la Matemática superiores. Más aún, dado que los efectos relativistas sólo se presentan en aquellas partículas que viajan a velocidades iguales o cercanas a la de la luz, prácticamente era imposible comprobar la validez de esa teoría. En la actualidad, gracias al uso de potentes aceleradores de partículas se ha logrado que éstas adquieran velocidades muy próximas a la de la luz, por ello mediante el empleo de equipo e instrumentos de medición de alta precisión se ha comprobado la existencia de efectos relativistas previstos por Einstein.

1 TEORIA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD

La se fundamenta en dos postulados:

> La velocidad de la luz en el vacío siempre tiene el mismo valor en cualquier sistema de referencia en el que no exista aceleración, es decir, en sistemas inerciales.
> Todas las leyes físicas son invariantes para todos los sistemas que se mueven de manera uniforme.

De la Teoría Especial de la Relatividad se infiere lo siguiente:

. Esta afirmación hace inexacto el principio de la mecánica clásica sobre la adición de las velocidades. De acuerdo con este principio, si una nave espacial que vuela a una velocidad de 600 m/s dispara hacia adelante un proyectil con una velocidad de 1200 m/s, la velocidad resultante del proyectil para un observador situado en un punto del suelo sería de . Al calcular esta velocidad con la fórmula relativista tendremos:

Sustituyendo valores:

$$v = \frac{600\ \text{m/s} + 1200\ \text{m/s}}{1 + \dfrac{600\ \text{m/s} \times 1200\ \text{m/s}}{(300\ 000\ \text{m/s})^2}}$$

$$=$$

El resultado anterior señala una diferencia mínima entre la velocidad determinada en la forma clásica y en la relativista, pues las velocidades son pequeñas comparadas con la de la luz. Sin embargo, si suponemos que la velocidad de la nave es de 100 mil km/s y la del proyectil de 200 mil km/s, el observador situado en un punto del suelo registrará una velocidad de 300 mil km/s, pero al sustituir los valores en la fórmula relativista de la velocidad tendremos:

$$v = \frac{1 \times 10^5\ \text{km/s} + 2 \times 10^5\ \text{km/s}}{1 + \dfrac{1 \times 10^5\ \text{km/s} \times 2 \times 10^5\ \text{km/s}}{(3 \times 10^5\ \text{km/s})^2}}$$

$$=$$

Como se observa, hay una diferencia notable entre los dos valores, ya que la adición clásica de las velocidades nos da un resultado erróneo igual a cuando la velocidad real del proyectil es de 245 mil km/s.

. Por tanto, la materia puede convertirse en energía y viceversa. La fórmula relativista que relaciona a la masa con la energía es:

donde: = energía contenida en un cuerpo en joules (J)
= masa del cuerpo en kilogramos (kg)
= velocidad de la luz en el vacío (300 mil km/s)

Esto significa que la energía liberada al desintegrarse completamente un kilogramo de uranio será:

$$E = mc^2$$
$$E = 1\ \text{kg}\ (3 \times 10^8\ \text{m/s})^2$$
$$= 9 \times 10^{16}\ \text{kg m}^2/\text{s}^2 =$$

Es decir: 90 mil billones de joules, que transformados a kW-h serán:

$$9 \times 10^{16}\ \text{J} \times \frac{1\ \text{kW-h}}{3.6 \times 10^6\ \text{J}} = 2.5 \times 10^{10}\ \text{kW-h}$$

o sea:

Mediante el empleo de aceleradores de partículas se ha podido comprobar que al aumentar la velocidad de éstas también se incrementa su masa. La ecuación relativista que relaciona el incremento de la masa en función del aumento de la velocidad es:

donde: = masa del cuerpo a la velocidad v en kilogramos (kg)
= masa del cuerpo en reposo en kilogramos (kg)
= velocidad de propagación de la luz en el vacío en m/s
= velocidad del cuerpo con masa m en m/s

De acuerdo con la ecuación anterior, si un cuerpo se moviera con una velocidad igual a la de la luz, tendríamos:

Esto significa que la masa del cuerpo sería infinita.

. Por ejemplo: cuando por medio de un telescopio observamos en un determinado momento a la estrella Sirio (una de las más cercanas a la Tierra, pues se encuentra a unos 8.6 años luz de nosotros), lo que en realidad vemos es una imagen de la estrella Sirio formada por los rayos de luz que se alejaron de ella hace 8.6 años. Por lo cual, si en este momento desapareciera dicha estrella tardaríamos 8.6 años en percatarnos de ello. De acuerdo con lo anterior, existen tantos tiempos como sistemas considerados. Por eso la duración de un fenómeno apreciada y medida por varios observadores en movimiento es una cantidad propia de cada uno de ellos que dependerá de su velocidad y de su posición. Vale la pena recordar que en el caso de , incluso las de los vehículos más rápidos, puede considerarse que

La relatividad del tiempo ha dado lugar a la llamada Esta consiste en suponer que dos hermanos gemelos sincronizan sus relojes con un mismo tiempo, pero uno de ellos aborda una nave espacial y realiza un viaje de dos años medidos con su reloj y a una velocidad de 285 mil km/s. Al regresar a la Tierra se percatará de que han transcurrido 200 años, y que su hermano y descendientes ya no existen. Dicha paradoja se explica al considerar que al viajar a una velocidad cercana a la de la luz, el gemelo retrasó todos sus procesos fisiológicos, el latido de su corazón y el ritmo de la marcha de su reloj. Esta suposición es imposible de comprobarse debido a las muchas dificultades técnicas que se presentarían para construir una nave con la suficiente energía para lograr un viaje en esas condiciones. Además, el cuerpo humano no resiste variaciones tan altas de aceleración y de velocidad.

La contracción del tiempo se ha comprobado al observar que

. Por tanto, si un objeto adquiere una velocidad cercana a la de la luz, sería visto por un observador inmóvil con una longitud menor en la dirección de su movimiento, longitud que disminuiría según se incremente su velocidad. La contracción que sufren los cuerpos recibe el nombre de , y fue él mismo quien propuso la siguiente ecuación para calcular la longitud que tendrá un cuerpo en la dirección de su movimiento:

donde: = longitud del objeto en la dirección de su movimiento en metros (m)

Mediante el empleo de aceleradores de partículas se ha podido comprobar que al aumentar la velocidad de éstas también se incrementa su masa. La ecuación relativista que relaciona el incremento de la masa en función del aumento de la velocidad es:

donde: = masa del cuerpo a la velocidad v en kilogramos (kg)
= masa del cuerpo en reposo en kilogramos (kg)
= velocidad de propagación de la luz en el vacío en m/s
= velocidad del cuerpo con masa m en m/s

De acuerdo con la ecuación anterior, si un cuerpo se moviera con una velocidad igual a la de la luz, tendríamos:

Esto significa que la masa del cuerpo sería infinita.

. Por ejemplo: cuando por medio de un telescopio observamos en un determinado momento a la estrella Sirio (una de las más cercanas a la Tierra, pues se encuentra a unos 8.6 años luz de nosotros), lo que en realidad vemos es una imagen de la estrella Sirio formada por los rayos de luz que se alejaron de ella hace 8.6 años. Por lo cual, si en este momento desapareciera dicha estrella tardaríamos 8.6 años en percatarnos de ello. De acuerdo con lo anterior, existen tantos tiempos como sistemas considerados. Por eso la duración de un fenómeno apreciada y medida por varios observadores en movimiento es una cantidad propia de cada uno de ellos que dependerá de su velocidad y de su posición. Vale la pena recordar que en el caso de , incluso las de los vehículos más rápidos, puede considerarse que

La relatividad del tiempo ha dado lugar a la llamada Ésta consiste en suponer que dos hermanos gemelos sincronizan sus relojes con un mismo tiempo, pero uno de ellos aborda una nave espacial y realiza un viaje de dos años medidos con su reloj y a una velocidad de 285 mil km/s. Al regresar a la Tierra se percatará de que han transcurrido 200 años, y que su hermano y descendientes ya no existen. Dicha paradoja se explica al considerar que al viajar a una velocidad cercana a la de la luz, el gemelo retrasó todos sus procesos fisiológicos, el latido de su corazón y el ritmo de la marcha de su reloj. Esta suposición es imposible de comprobarse debido a las muchas dificultades técnicas que se presentarían para construir una nave con la suficiente energía para lograr un viaje en esas condiciones. Además, el cuerpo humano no resiste variaciones tan altas de aceleración y de velocidad.

La contracción del tiempo se ha comprobado al observar que

. Por tanto, si un objeto adquiere una velocidad cercana a la de la luz, sería visto por un observador inmóvil con una longitud menor en la dirección de su movimiento, longitud que disminuiría según se incremente su velocidad. La contracción que sufren los cuerpos recibe el nombre de , y fue él mismo quien propuso la siguiente ecuación para calcular la longitud que tendrá un cuerpo en la dirección de su movimiento:

donde: = longitud del objeto en la dirección de su movimiento en metros (m)

= longitud del objeto en reposo en metros (m)
= velocidad que adquiere el objeto en m/s
= velocidad de la luz en m/s

Si la velocidad del objeto fuera igual a la de la luz, tendríamos:

$$v^2/c^2 = 1 \therefore L = 0$$

En otras palabras, si un objeto alcanzara la velocidad de la luz,

. Esto nos confirma una vez más que

2 TEORIA GENERAL DE LA RELATIVIDAD

En 1915 Einstein amplió la descripción de las leyes de la naturaleza para marcos o

es decir, para sistemas acelera-

. Con este fin publicó su

en la cual señala:

. Por tanto, la presencia de un astro, curva el espacio a su alrededor y en razón de esta curvatura los astros próximos son atraídos porque tienden a caer sobre él. Einstein decía que su teoría podía comprobarse al medir la desviación de la luz de alguna estrella al pasar cerca del Sol. Actualmente, los científicos observan la desviación de la luz de las estrellas en los eclipses de Sol. Otra consecuencia de esta teoría que considera al espacio curvo, es que la

. Además, puesto que el Universo es curvo y se halla ocupado por un número infinito de astros, si un móvil parte de la Tierra y sigue en forma indefinida su misma dirección, acabará por regresar a su punto de partida. Finalmente, Einstein señaló que

3 RADIACION

. Las radiaciones cuya naturaleza es electromagnética son producidas por la propagación simultánea de los campos magnético y eléctrico a la velocidad de 300 mil km/s. Se diferencian entre sí

, estos valores determinan los efectos que dichas radiaciones ejercen sobre la materia. Por ejemplo: las radiaciones de

. En un punto intermedio se encuentran

. Otro tipo de radiaciones son las

. Tal es el caso de

que llegan a la Tierra en todas las direcciones. Estos por lo general

, es decir, núcleos de helio cargados positivamente; y en menor cantidad

Mecánica ondulatoria

. Considera que onda y corpúsculo son dos aspectos complementarios de la misma realidad y por tanto

donde: longitud de onda de la partícula en movimiento en m/ciclo
constante de Planck igual a 6.62 × 10^{-34} J s
masa de la partícula en kilogramos (kg)
velocidad de la partícula en m/s

En la actualidad la mecánica ondulatoria se encuentra en pleno desarrollo, pues su validez ha quedado plenamente comprobada mediante la observación de la difracción de los electrones, ésta sólo se explica por la existencia de un fenómeno ondulatorio asociado al movimiento de las partículas. Una aplicación práctica de la mecánica ondulatoria se tiene en la cuyas bases se sustentan en los principios de la mecánica ondulatoria. La óptica electrónica

Espectros ópticos

El color de los cuerpos que nos rodean , así como a la propia naturaleza de los rayos luminosos y

La luz blanca del Sol es en realidad . Esto fue demostrado por Newton al incidir un rayo luminoso proveniente del Sol sobre un prisma de cristal. Al refractarse la luz y recogerse en una pantalla blanca observó la formación de varios colores como los del arco iris: . Cuando rayos luminosos provenientes del Sol bañan una superficie y ésta refleja todas las radiaciones que le llegan, ; pero si las absorbe todas y no refleja ninguna, . De los siete colores que forman el arco iris, tres son considerados primarios o fundamentales pues la mezcla de ellos permite obtener a los demás, ellos son:

Se le da el nombre de al

. Esto se debe a que al pasar el rayo luminoso de un medio a otro de índice de refracción distinto, su trayectoria sufre una desviación mayor según disminuya su longitud de onda. El espectro obtenido a través de un prisma es poco preciso, por ello se utiliza un aparato llamado , mismo que proporciona un espectro claro y detallado.

Existen tres tipos de espectros:

El espectro de emisión es el , si se trata de un sólido incandescente produce un espectro continuo que . Cuando un gas es excitado eléctrica o térmicamente

Así pues, la formación del

, por ello la luz es originada cuando los electrones, que se encontraban excitados y por tanto habían pasado de un nivel de energía menor a otro mayor, regresan a su nivel original y liberan su exceso de energía emitiéndola como radiación electromagnética, es decir, en forma de luz monocromática de longitud de onda perfectamente determinada por los niveles energéticos inicial y final en el seno del átomo. Los átomos de sodio gaseoso emiten una serie de líneas básicamente amarillas, las cuales son tan inconfundibles como la serie de líneas producidas por los átomos de otros elementos; tal como sucede con las huellas dactilares características de cada persona. Kirchhoff descubrió que

esto ha permitido a los físicos desarrollar la técnica del análisis espectral y catalogar con exactitud las

líneas que constituyen el espectro de emisión de cada sustancia. Por tanto, si se desea conocer la naturaleza de una sustancia desconocida basta con observar su espectro de emisión, pues las distintas combinaciones químicas de un mismo elemento químico no alteran fundamentalmente su espectro. En conclusión, podemos afirmar que

b) Cualquier clase de sustancia
. Un espectro de absorción
. Como el gas absorbe todas las longitudes de onda de igual índole de su espectro de emisión, al observar el espectro resultante en el aparato, se notarán unas líneas negras en los sitios correspondientes a las líneas características del espectro de emisión del gas absorbente. Los espectros de absorción permiten realizar análisis espectrográficos, por ejemplo: cuando se desea conocer la composición de la atmósfera de un astro carente de luz propia pero que refleja la del Sol,
, se suprimen las líneas de absorción provocadas por la atmósfera terrestre y finalmente se comparan con un espectro solar a fin de determinar la composición de su atmósfera al descubrir a qué sustancias corresponden las otras líneas de absorción.

Otra manera de identificar sustancias se tiene al bombardear con rayos catódicos a la sustancia desconocida,
. Al imprimir una placa fotográfica con los rayos X y comparar el espectro de líneas obtenido con espectros previamente determinados, se conocerá de qué sustancia se trata.

Espectro óptico del hidrógeno

Al observar el
se nota una gran regularidad en las líneas,
. Rydberg encontró una ecuación empírica que relaciona la longitud de onda de cada radiación con el nivel de energía de un electrón:

donde: = longitud de onda de la línea espectral en centímetros (cm)

= número de onda que representa el número de ondas por centímetro

= constante de Rydberg para el hidrógeno = 109 678 cm^{-1}

= número entero que puede ser 1, 2, 3, etc., según el nivel de energía menor al que pasa el electrón

= $(n_1 + 1)$, $(n_1 + 2)$, $(n_1 + 3)$, . . ., etc., según el nivel mayor de energía del electrón

Para el espectro de emisión del hidrógeno se han observado distintas
(figura 17.1).

La explicación de estas series se tiene al considerar el fenómeno llamado
: cuando el único electrón del átomo de hidrógeno está en la órbita más cercana al núcleo ($n = 1$), se dice que el átomo se encuentra en su estado normal; pero
. Una vez excitado, el átomo no durará mucho tiempo en ese estado, porque el electrón saltará a una órbita más cercana al núcleo debido a la atracción que éste ejerce sobre él. Al saltar a una órbita más cercana, el electrón
, ya que éste no regresa necesariamente hasta la órbita más interior en un solo salto, sino que puede hacerlo en varios saltos sucesivos emitiendo varias ondas electromagnéticas o cuantos de energía diferentes. Como resultado de la colisión de los electrones cada tipo de átomo posee su propia serie de niveles de energía.

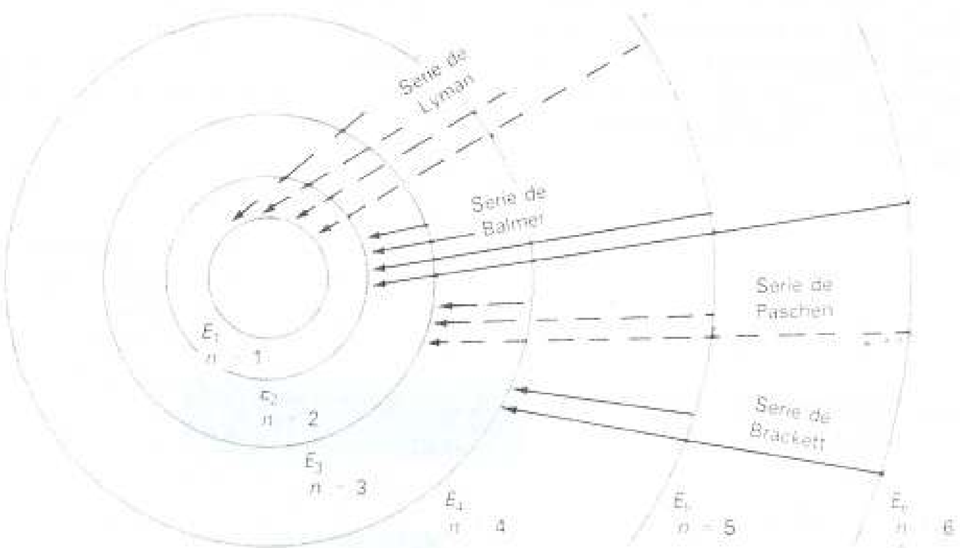


Fig. 17.1 En el espectro de emisión del hidrógeno se observan distintas series espectrales que van desde el ultravioleta hasta el infrarrojo.

Cuadro 17.1 SERIES ESPECTRALES

Series	n_1	n_2	Región espectral
Lyman	1	2, 3, 4, ...	Ultravioleta
Balmer	2	3, 4, 5, ...	Visible
Paschen	3	4, 5, 6, ...	Infrarrojo
Brackett	4	5, 6, 7, ...	Infrarrojo
Pfund	5	6, 7, 8, ...	Infrarrojo

En la serie espectral de Balmer para el hidrógeno se tiene el paso de electrones desde niveles de energía 3, 4, 5, etc., a un nivel de energía 2 (figura 17.2). Por ejemplo, si se desea calcular, con base en la ecuación empírica de Rydberg, la longitud de onda de la línea espectral que emitirá un electrón al saltar del nivel de energía 3 al 2 tenemos:

Datos

$R = 109\,678\ \text{cm}^{-1}$
$n_1 = 2$
$n_2 = 3$

Fórmula

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Sustitución y resultado

$$\frac{1}{\lambda} = 109\,678\ \text{cm}^{-1}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$= 109\,678\ \text{cm}^{-1}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) =$$

Este resultado representa el

. Para calcular

tenemos:

$$\lambda = \frac{1}{15\,355} =$$

Como las longitudes de onda de los rayos luminosos son muy pequeñas, se expresan en una unidad práctica de longitud llamada , en honor al científico sueco de ese nombre, y cuyo símbolo es . La equivalencia entre centímetros y angstroms es:

Al convertir el resultado del problema anterior a angstroms tenemos:

$$6.5 \times 10^{-5}\ \text{cm} \times \frac{10^8\ \text{A}}{1\ \text{cm}} =$$

. Esta longitud de onda (según el cuadro 16.2 del espectro electromagnético), por eso la radiación emitida a través del electrón se verá de ese mismo color. Cuando un electrón (figura 17.3).

Es importante aclarar lo siguiente: al provocar una descarga eléctrica de alto voltaje en un tubo que contiene hidrógeno gaseoso, miles de átomos tienen a su único electrón saltando de un nivel de energía 3 al 2, al igual que miles de otros átomos saltan . Ello permite observar . Caso igual sucede para la

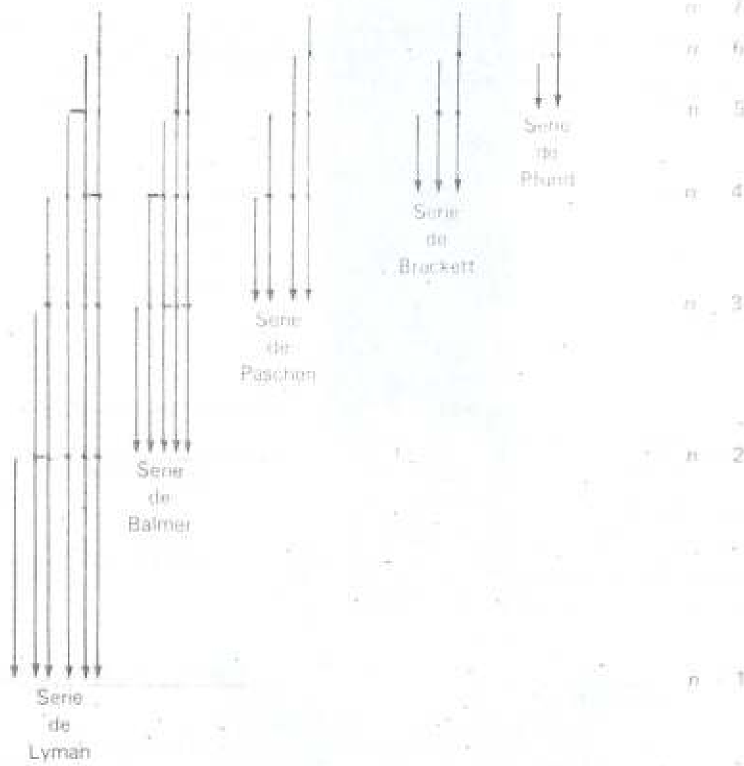


Fig. 17.2 Transiciones de los electrones entre los diversos niveles de energía del átomo de hidrógeno que dan origen a las diferentes series del espectro de dicho átomo.

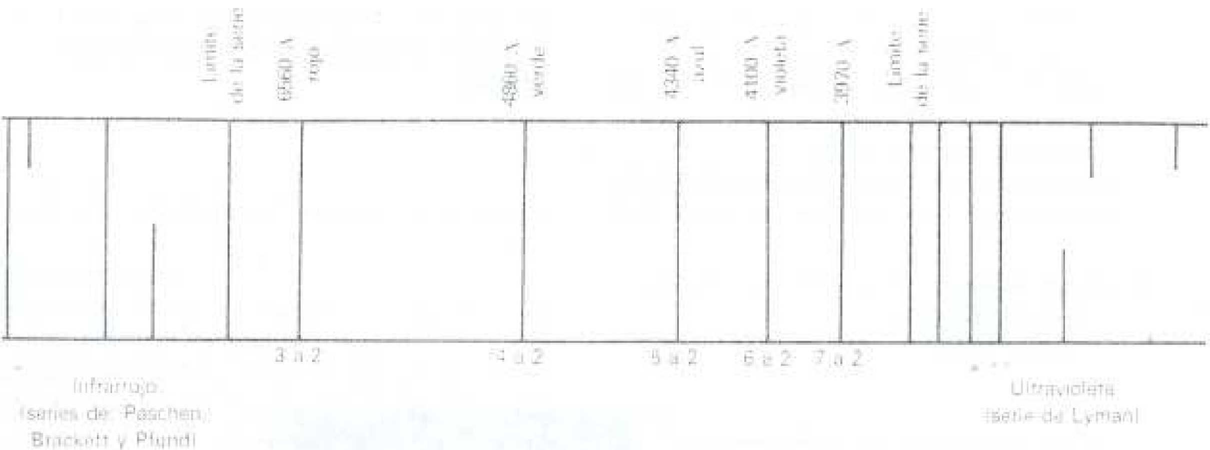


Fig. 17.3 Líneas características del espectro visible del hidrógeno (serie de Balmer)

Radiación del cuerpo negro

Un

: puede ser una superficie metálica ennegrecida o el carbón negro. No obstante,

. Al entrar cualquier radiación por el agujero se reflejaría en las paredes de la esfera hasta quedar totalmente absorbida. Pero

. Por tal razón un cuerpo negro aparte de

En general, la cantidad de calor que absorbe o radia un cuerpo depende no sólo de su temperatura absoluta, sino también de la naturaleza de las superficies expuestas.

señala:

. La relación entre la energía calorífica radiada por un cuerpo negro y su temperatura, está dada por la Ley de Stefan-Boltzman, la cual dice:

donde: = energía radiada en J/s m²
= constante de proporcionalidad igual a 5.6×10^{-8} W/m² °K⁴
= temperatura absoluta del cuerpo en grados Kelvin (°K)

4 ATOMO CUANTICO

Modelos atómicos de: Dalton, Thomson y Rutherford

Desde la antigüedad existe la idea de que la materia está constituida por átomos. 500 años antes de la era cristiana Leucipo y Demócrito pensaban que todas las cosas de nuestro alrededor estaban constituidas por diminutas partículas a las cuales llamaron átomos porque creían que no podían dividirse.

A principios del siglo XIX John Dalton, físico y químico inglés, les asignó peso a los átomos y creó su Teoría Atómica bajo los siguientes postulados: